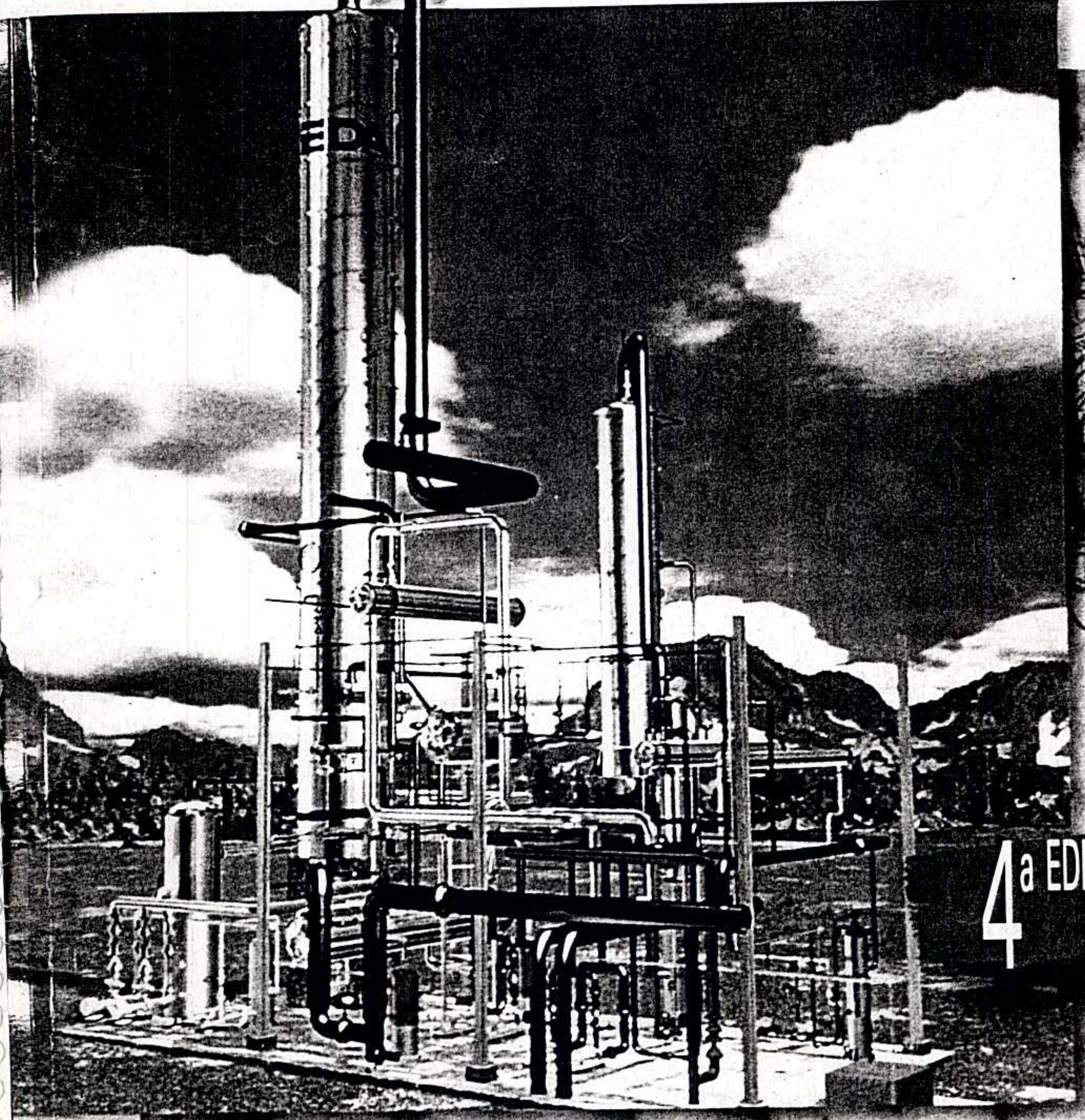
CARLOS COOPER ARIAS



4ª EDICION

MECANICA DE FLUIDOS APLICADA

ROBERT L. MOTT

PEARSON

PRENTICE HALL

A mi esposa Marge;
nuestros hijos Lynné, Robert Jr. y Stephen;
y a mis padres.

Mecánica de fluidos aplicada

Mecánica de fluidos aplicada

Cuarta edición

Robert L. Mott
Universidad de Dayton

TRADUCCIÓN:

Carlos Roberto Cordero Pedraza
Traductor Profesional

A. Homero Flores Samaniego
Colegio de Ciencias y Humanidades,
Universidad Nacional Autónoma de México

REVISIÓN TÉCNICA:

Miguel Chacón Paz
Ing. Industrial Especialidad Mecánica
CENETI
Profesor Investigador
Universidad Autónoma Metropolitana–Azcapotzalco

PEARSON

PRENTICE
HALL

Addison
Wesley
Longman

MÉXICO • ARGENTINA • BOLIVIA • BRASIL • COLOMBIA • COSTA RICA • CHILE • ECUADOR
EL SALVADOR • ESPAÑA • GUATEMALA • HONDURAS • NICARAGUA • PANAMÁ
PARAGUAY • PERÚ • PUERTO RICO • REPÚBLICA DOMINICANA• URUGUAY • VENEZUELA

AMSTERDAM • HARLOW • MIAMI • MUNICH • NUEVA DELHI • MENLO PARK • NUEVA JERSEY
NUEVA YORK • ONTARIO • PARÍS • SINGAPUR • SYDNEY • TOKIO • TORONTO • ZURICH

EDICIÓN EN INGLÉS:

Cover art: Rendering artist Larry Hewitt, Modern Medium Inc., Portland, OR for EDA, Berkeley, CA
Editor: Stephen Helba
Developmental Editor: Monica Ohlinger
Production Editor: Louise N. Sette
Art Coordinator: Lorraine Woost
Text Designer: Anne Flanagan
Cover Designer: Thomas Mack
Production Buyer: Patricia A. Tonneman
Illustrations: Academy ArtWorks, Inc.

MOTT: MECÁNICA DE FLUIDOS APLICADA, 4a. Ed.

Traducido del inglés de la obra: **Applied Fluid Mechanics, Fourth Edition**

All rights reserved. Authorized translation from English language edition published by Prentice-Hall Inc.

Todos los derechos reservados. Traducción autorizada de la edición en inglés publicada por Prentice-Hall Inc.

All rights reserved. No part of this book may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording or by any information storage and retrieval system, without permission in writting from the publisher.

Prohibida la reproducción total o parcial de esta obra, por cualquier medio o método sin autorización por escrito del editor.

Derechos reservados © 1996 respecto a la primera edición en español publicada por
Prentice Hall Hispanoamericana, S.A.
Calle 4 N° 25-2° piso Fracc. Ind. Alce Blanco,
Naucalpan de Juárez, Edo. de México,
C.P. 53370
ISBN 968-880-542-4

Miembro de la Cámara Nacional de la Industria Editorial, Reg. Núm. 1524

Original English Language Edition Published by Prentice-Hall Inc.
Copyright © MCMXCIV
All rights reserved

ISBN 0-02-384231-8

AGO

LITOGRAFICA INGRAMEX, S.A. DE C.V.
CENTENO NO. 162-1
MEXICO, D.F.
C.P. 09810

1996

IMPRESO EN MÉXICO/PRINTED IN MEXICO

Prefacio

Introducción

El objetivo de este libro es presentar los principios de la mecánica de fluidos y la aplicación de tales principios a problemas prácticos y de aplicación. El énfasis principal se pone en las propiedades de los fluidos, estática de fluidos, flujo de fluidos en conductos circulares y no circulares, selección de bombas y su aplicación, flujo de canal abierto, fuerzas desarrolladas por fluidos en movimiento, diseño y análisis de conductos HVAC, flujo de gases, y la medición de presión, densidad, viscosidad y flujo.

Entre las aplicaciones en el campo de la mecánica se incluyen potencia de fluido, calentamiento, ventilación y acondicionamiento de aire (HVAC); en el campo de la química se incluyen flujo en sistemas de procesamiento de materiales; y en los campos civil y ambiental tenemos aplicaciones en sistemas de agua y de desechos de agua, sistemas de almacenamiento de fluidos y de distribución, y flujo de canal abierto. Este libro está dirigido a cualquier persona que se desempeñe en algún campo de la ingeniería en el que la habilidad para aplicar los principios de la mecánica de fluidos es el principal objetivo.

Se espera que las personas que utilicen el libro tengan un buen conocimiento de álgebra, trigonometría y mecánica física. Después de terminar el texto, el lector deberá tener la habilidad para diseñar y analizar sistemas prácticos de flujo de fluidos y de seguir aprendiendo en el campo. Otros cursos aplicados, como potencia de fluidos, HVAC e hidráulica civil pueden enseñarse siguiendo el presente texto. Alternativamente, este libro podría ser utilizado para enseñar temas selectos de mecánica de fluidos dentro de tales cursos.

Enfoque

El enfoque utilizado en este libro anima al estudiante a involucrarse en el aprendizaje de los principios de la mecánica de fluidos en cinco niveles:

1. El entendimiento de conceptos.
2. El reconocimiento del planteamiento lógico de la solución de problemas.
3. La habilidad de entender los detalles requeridos en la resolución de problemas.
4. La habilidad de criticar el diseño de un sistema dado y de recomendar mejoras.
5. La habilidad de diseñar sistemas de fluidos prácticos y eficientes.

Este enfoque de varios niveles ha tenido éxito en la construcción de la confianza de los estudiantes en su capacidad de analizar y diseñar sistemas de fluidos.

Los conceptos son presentados en un lenguaje claro y se ilustran con referencia a sistemas físicos con los cuales el lector debería estar familiarizado. Para cada concepto se da una justificación intuitiva, así como una base matemática. Los métodos de solución de muchos tipos de problemas complejos se presentan siguiendo procedimientos paso a paso. Se pone énfasis en la importancia de reconocer las relaciones entre lo que se conoce, lo que se debe encontrar y la elección de un procedimiento de resolución.

Muchos problemas prácticos de la mecánica de fluidos requieren procedimientos de resolución relativamente largos. He tenido la experiencia de que los estudiantes, a menudo, tienen dificultad en obtener los detalles de la solución. Por esta razón, cada ejemplo ilustrativo se trabaja detalladamente, incluyendo el manejo de unidades en las ecuaciones. En los ejemplos más complicados, se utiliza un formato de instrucciones programado, en el cual se le pide al estudiante que efectúe una pequeña parte de la solución antes de mostrarle el resultado correcto. Los programas son del tipo lineal, en los que en un panel se presenta un concepto y luego se establece una pregunta o se le pide al lector que realice una cierta operación. El siguiente panel da la respuesta correcta y los detalles del procedimiento con el cual se le encontró. Luego continúa el programa. Tareas de programación en computadora se incluyen en nueve capítulos para animar a los estudiantes a utilizar la computadora en la resolución de problemas más largos y con más cantidad de cálculos. Se incluyen cuarenta y dos tareas de programación.

El Sistema Internacional (Système International) de Unidades (SI) y el Sistema Británico de Unidades se utilizan aproximadamente de igual manera. La notación SI que se presenta en este libro sigue las orientaciones establecidas por el Consejo Nacional Americano de Métrica (American National Metric Council). Se utilizan también otras referencias:

> Norma Internacional ISO 1000, *Unidades SI y Recomendaciones para el Uso de sus Múltiplos y de Ciertas Otras Unidades*, Organización Internacional para Estandarización.
> *Orientación y Guía ASME para el Uso de las Unidades (Métrica) SI*, 5ª edición, Sociedad Americana de Ingenieros Mecánicos.
> *Unidades SI en Mecánica de fluidos*, Sociedad Americana de Ingenieros Mecánicos.

Características nuevas de la cuarta edición

La cuarta edición continúa con el mismo patrón de ediciones anteriores en cuanto al refinamiento en la presentación de varios temas, al mejoramiento del atractivo visual y manejabilidad del libro, a la actualización de los datos y de las técnicas de análisis, y a la añadidura selectiva de nuevo material. La siguiente lista resalta algunos de los cambios de la cuarta edición:

- El uso de distintos elementos gráficos hace más atractivo el libro. Pero, lo que es más importante, mejora el aprendizaje del estudiante y su rapidez de comprensión. Se resaltan, con distintos tonos de gris, los fluidos que se presentan en las figuras al igual que las curvas y las gráficas, para distinguirlas de las líneas. Esto resulta especialmente efectivo en los diagramas de Moody que se presentan en el capítulo 9 y en las curvas de desempeño de bombas que aparecen en el capítulo 15.
- A través del libro,. las fórmulas principales están resaltadas y rotuladas con etiquetas en el margen izquierdo, de manera que los lectores puedan encontrarlas fácilmente para su repaso o para utilizarlas en la resolución de problemas.

- En el capítulo 1 se incluye nueva información sobre mediciones de viscosidad y de gravedad específica con referencias a las normas actualizadas de la Sociedad Norteamericana para Pruebas y Materiales (ASTM [American Society for Testing and Materials]).
- En el capítulo 2 se presentan nuevas fotografías de aparatos e instrumentos de medición de viscosidad, junto con normas nuevas y ampliamente revisadas para los grados SAE de aceites lubricantes y los Grados de Viscosidad ISO. La SAE utiliza ahora el viscómetro de vidrio capilar calibrado como norma, en lugar del viscómetro de Saybolt.
- En el capítulo 3 se incluyen nuevas fotografías de instrumentos de medición de presión disponibles comercialmente.
- El libro, incluye una versión de formato grande del diagrama de Moody para los factores de fricción, lo cual permite al lector tenerlo a su lado sobre la mesa cuando resuelva problemas.
- El capítulo 9 contiene un planteamiento completamente nuevo para el cálculo de los factores de fricción para el flujo de fluidos en conductos y tubos, basado en el trabajo de Swamee y Jain, que permite hacer un cálculo directo y en un solo paso.
- El método de Hazen-Williams para el análisis del flujo de agua en conductos, que se volvió muy popular en el campo de la ingeniería civil y ambiental, se incluye en el capítulo 9.
- Los datos correspondientes a pérdidas menores del capítulo 10 se enriquecieron con nueva información, adaptada de la última versión del Artículo Técnico 410 de la Crane Company y de los *Cameron Hydraulic Data* (Datos Hidráulicos Cameron) de la Ingersoll-Rand. Los coeficientes de pérdida mínima se representan ahora con K en lugar de C_L.
- El análisis de problemas de líneas de tubería en serie del capítulo 11 se modificó con críticas al diseño de sistemas y con la inclusión de factores de fricción calculados en los problemas correspondientes a Clases I y III.
- La resolución de los problemas de flujos en paralelo que aparecen en el capítulo 12, fue replanteada haciendo uso, ahora, de los factores de fricción calculados.
- El capítulo 14, *Mediciones de flujo*, incluye ahora un análisis de rapidez de flujo de masa y varias fotografías nuevas.
- En el capítulo 15 se añadieron las curvas de desempeño de seis nuevas bombas centrífugas; lo cual cubre una amplia variedad de capacidades normales y capacidades de cabeza totales, y permite al instructor crear un conjunto virtualmente ilimitado de tareas sobre selección y aplicación de bombas.
- Se actualizaron los datos concernientes a los coeficientes de arrastre del capítulo 17.
- El capítulo 18 de la tercera edición se dividió en dos capítulos, quedando el análisis de ventiladores y compresores, y el análisis del flujo de gases en el capítulo 18, y el diseño y análisis de conductos en el nuevo capítulo 19.
- Varias de las tablas que se señalan como Apéndice se modificaron totalmente. Los datos correspondientes a las dimensiones de conductos y tubos en unidades SI y del Sistema Británico de Unidades se integraron en las mismas tablas. Se añadieron los datos para tubos de hierro dúctil, que se utilizan a menudo en sistemas de transporte de agua. También se incluye una tabla con las áreas de los círculos. La tabla de propiedades típicas de aceites lubricantes se modificó completamente. Los datos correspondientes a las propiedades de la atmósfera ahora contienen tanto unidades SI como las del Sistema Británico, y se le ha agregado una nueva gráfica sobre la variación de la presión y la temperatura con respecto a la altitud.

Reconocimientos

Me gustaría agradecer a todos los que me ayudaron y animaron en la escritura de este libro, incluyendo a lectores de la tercera edición y a los diferentes revisores que me proporcionaron sugerencias detalladas: John Fletcher, Hudson Valley Community College; Peggy R. Geier, Lawrence Technological University; Matthew Kovac, Butler County Community College; Thomas J. Lepore, Hartford State Technical College; Paul Ricketts, New Mexico State University; David J. Unger; Steve Wells, Old Dominion University; y Donald L. Young, California State Polytechnic University. Un especial agradecimiento a mis colegas Jesse H. Wilder, David H. Myszka y Joseph A. Untener de la Universidad de Dayton, quienes utilizaron la tercera edición de este libro en clase muchas veces y me han hecho útiles sugerencias. Robert L. Wolff, también de la Universidad de Dayton, ha sido de mucha ayuda en la asesoría sobre el uso del sistema SI de unidades, basado en su larga experiencia en metricación en la Sociedad Americana para la Educación en Ingeniería (American Society for Engineering Education). También son de apreciar los comentarios de los estudiantes que han utilizado el libro, ya que éste ha sido escrito para ellos.

Robert L. Mott

Contenido

CAPÍTULO 1
NATURALEZA DE LOS FLUIDOS 1

1.1 Objetivos del libro 1
1.2 Objetivos del capítulo 2
1.3 Diferencia entre líquidos y gases 2
1.4 Fuerza y masa 3
1.5 Sistema Internacional de Unidades (SI) 3
1.6 Sistema Británico de Unidades 5
1.7 Unidades consistentes en una ecuación 6
1.8 Definición de presión 9
1.9 Compresibilidad 11
1.10 Densidad, peso específico y gravedad específica 12
Referencias 17
Problemas de práctica 18
Tareas de programación en computadora 22

CAPÍTULO 2
VISCOSIDAD DE LOS FLUIDOS 23

2.1 Objetivos 23
2.2 Viscosidad dinámica 23
2.3 Viscosidad cinemática 25
2.4 Fluidos newtonianos y no newtonianos 26
2.5 Variación de la viscosidad con la temperatura 27
2.6 Medición de la viscosidad 29
2.7 Grados de viscosidad SAE 35
2.8 Grados de viscosidad ISO 38
Referencias 39
Problemas de práctica 40
Tareas de programación en computadora 41

CAPÍTULO 3
MEDICIÓN DE PRESIÓN 43

3.1 Objetivos 43
3.2 Presión absoluta y manométrica 43
3.3 Relación entre presión y elevación 46

3.4 Desarrollo de la relación presión-elevación 48
3.5 Paradoja de Pascal 52
3.6 Manómetros 53
3.7 Barómetros 59
3.8 Medidores y transductores de presión 60
3.9 Transductores de presión 62
3.10 Presión expresada como la altura de una columna de líquido 65
Referencias 65
Problemas de práctica 66

CAPÍTULO 4
FUERZAS SOBRE ÁREAS PLANAS Y CURVAS SUMERGIDAS 75

4.1 Objetivos 75
4.2 Gases bajo presión 77
4.3 Superficies planas horizontales bajo líquidos 78
4.4 Paredes rectangulares 78
4.5 Áreas planas sumergidas-general 82
4.6 Desarrollo del procedimiento general para fuerzas sobre áreas planas sumergidas 85
4.7 Cabeza piezométrica 88
4.8 Distribución de fuerzas sobre una superficie curva sumergida 89
4.9 Efecto de una presión sobre la superficie del fluido 95
4.10 Fuerzas sobre una superficie curva con fluido por debajo de ella 95
4.11 Fuerzas sobre superficies curvas con fluido por encima y por abajo de ellas 97
Problemas de práctica 98
Tareas de programación en computadora 113

CAPÍTULO 5
FLOTABILIDAD Y ESTABILIDAD 115

5.1 Objetivos 115
5.2 Flotabilidad 115
5.3 Estabilidad de los cuerpos en un fluido 124
5.4 Estabilidad de cuerpos completamente sumergidos 124
5.5 Estabilidad de cuerpos flotantes 126
5.6 Grado de estabilidad 132
Referencia 133
Problemas de práctica 134
Tareas de programación en computadora 143

CAPÍTULO 6
FLUJO DE FLUIDOS Y LA ECUACIÓN DE BERNOULLI 145

6.1 Objetivos 145
6.2 Rapidez de flujo de fluido 146

6.3 Ecuación de continuidad 148
6.4 Conductos y tuberías comercialmente disponibles 150
6.5 Velocidad de flujo recomendada en conductos y tuberías 152
6.6 Flujo en secciones no circulares 153
6.7 Conservación de la energía: Ecuación de Bernoulli 155
6.8 Interpretación de la ecuación de Bernoulli 157
6.9 Restricciones a la ecuación de Bernoulli 159
6.10 Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli 159
6.11 Teorema de Torricelli 169
6.12 Flujo debido a una cabeza en descenso 173
Referencia 176
Problemas de práctica 176
Tareas de programación en computadora 189

CAPÍTULO 7
ECUACIÓN GENERAL DE LA ENERGÍA 191

7.1 Objetivos 191
7.2 Pérdidas y adiciones de energía 191
7.3 Nomenclatura de pérdidas y adiciones de energía 195
7.4 Ecuación general de la energía 195
7.5 Potencia requerida por bombas 200
7.6 Potencia suministrada a motores de fluido 204
Problemas de práctica 206

CAPÍTULO 8
NÚMERO DE REYNOLDS, FLUJO LAMINAR Y FLUJO TURBULENTO 219

8.1 Objetivos 219
8.2 Flujo laminar y flujo turbulento 219
8.3 Número de Reynolds 221
8.4 Números de Reynolds críticos 222
8.5 Perfiles de velocidad 224
8.6 Radio hidráulico para secciones transversales no circulares 227
8.7 Números de Reynolds para secciones transversales no circulares cerradas 228
Referencias 230
Problemas de práctica 230

CAPÍTULO 9
PÉRDIDAS DE ENERGÍA DEBIDO A LA FRICCIÓN 237

9.1 Objetivos 237
9.2 Ecuación de Darcy 237
9.3 Pérdidas de fricción en flujo laminar 238
9.4 Pérdidas de fricción en flujo turbulento 239
9.5 Ecuaciones del factor de fricción 246

9.6 Pérdidas de fricción en secciones transversales no circulares 248
9.7 Perfil de velocidad para flujo turbulento 250
9.8 Fórmula de Hazen-Williams para flujo de agua 252
9.9 Otras formas de la fórmula de Hazen-Williams 255
9.10 Nomografía para resolver la fórmula de Hazen-Williams 255
Referencias 257
Problemas de práctica 257
Tareas de programación en computadora 266

CAPÍTULO 10

PÉRDIDAS MENORES 267

10.1 Objetivos 267
10.2 Fuentes de pérdidas menores 267
10.3 Coeficiente de resistencia 268
10.4 Dilatación súbita 268
10.5 Pérdida de salida 271
10.6 Dilatación gradual 272
10.7 Contracción súbita 274
10.8 Contracción gradual 276
10.9 Pérdida de entrada 279
10.10 Coeficientes de resistencia para válvulas y junturas 280
10.11 Codos de tubería 286
Referencias 288
Problemas de práctica 288

CAPÍTULO 11

SISTEMAS DE LÍNEA DE TUBERÍA EN SERIE 293

11.1 Objetivos 293
11.2 Clasificaciones de sistemas 293
11.3 Sistemas Clase I 295
11.4 Sistemas Clase II 300
11.5 Sistemas Clase III 310
11.6 Asistencias al diseño de tuberías 316
Referencias 316
Problemas de práctica 317
Tareas de programación en computadora 326

CAPÍTULO 12

SISTEMAS DE LÍNEA DE TUBERÍA PARALELOS 327

12.1 Objetivos 327
12.2 Principios que rigen los sistemas de línea de tubería paralelos 327
12.3 Sistemas con dos ramas 329
12.4 Sistemas con tres o más ramas: Redes 336

Referencia 345
Problemas de práctica 345
Tareas de programación en computadora 349

CAPÍTULO 13
FLUJO EN CANAL ABIERTO 351

13.1 Objetivos 351
13.2 Radio hidráulico 351
13.3 Clasificación del flujo en canal abierto 353
13.4 Número de Reynolds en el flujo en canal abierto 354
13.5 Tipos de flujo en canal abierto 355
13.6 Flujo estable uniforme en canales abiertos 356
13.7 Geometría de los canales abiertos típicos 362
13.8 Las formas más eficientes para canales abiertos 365
13.9 Flujo crítico y energía específica 367
13.10 Salto hidráulico 368
Referencias 371
Problemas de práctica 371
Tareas de programación en computadora 374

CAPÍTULO 14
MEDICIONES DE FLUJO 375

14.1 Objetivos 375
14.2 Factores para la selección de fluxómetros 376
14.3 Medidores de cabeza variable 377
14.4 Medidores de área variable 386
14.5 Fluxómetro de turbina 387
14.6 Fluxómetro de vórtice 388
14.7 Fluxómetro magnético 389
14.8 Medición de flujo de masa 389
14.9 Sondas de velocidad 392
14.10 Adquisición y procesamiento de datos basados en computadora 398
14.11 Medición de flujo en canal abierto 400
Referencias 403
Preguntas de repaso 403
Problemas de práctica 404
Tareas de programación en computadora 405

CAPÍTULO 15
SELECCIÓN Y APLICACIÓN DE BOMBAS 407

15.1 Objetivos 407
15.2 Parámetros implicados en la selección de una bomba 408
15.3 Tipos de bombas 408
15.4 Datos de funcionamiento de bombas de desplazamiento positivo 418

15.5 Datos de funcionamiento de bombas centrífugas 419
15.6 Leyes de afinidad para bombas centrífugas 421
15.7 Datos de los fabricantes de bombas centrífugas 422
15.8 El punto de operación de una bomba 430
15.9 Selección de una bomba 432
15.10 Cabeza de succión positiva neta 435
15.11 Detalles de la línea de succión 438
15.12 Detalles de la línea de descarga 439
Referencias 441
Problemas de práctica 441
Problemas de diseño 443
Problema de diseño inclusivo 445

CAPÍTULO 16
FUERZAS DEBIDO A FLUIDOS EN MOVIMIENTO **449**

16.1 Objetivos 449
16.2 Ecuación de fuerza 449
16.3 Ecuación de impulso-momentum 450
16.4 Método de solución de problemas utilizando la ecuación de fuerza 451
16.5 Fuerzas sobre objetos estacionarios 451
16.6 Fuerzas en codos en líneas de tubería 454
16.7 Fuerzas sobre objetos en movimiento 458
Problemas de práctica 459

CAPÍTULO 17
ARRASTRE Y SUSTENTACIÓN **467**

17.1 Objetivos 467
17.2 Ecuación de la fuerza de arrastre 468
17.3 Presión de arrastre 469
17.4 Coeficiente de arrastre 470
17.5 Fricción de arrastre sobre esferas en flujo laminar 477
17.6 Arrastre de vehículos 478
17.7 Efectos de compresibilidad y cavitación 481
17.8 Sustentación y arrastre en superficies de sustentación 481
Referencias 484
Problemas de práctica 485

CAPÍTULO 18
VENTILADORES, SOPLADORES, COMPRESORES Y EL FLUJO DE GASES **491**

18.1 Objetivos 491
18.2 Presiones y velocidades de flujo de gas 491
18.3 Clasificación de ventiladores, sopladores y compresores 492

18.4 Flujo de aire comprimido y de otros gases en tuberías 498
18.5 Flujo de aire y otros gases a través de boquillas 505
Referencias 513
Problemas de práctica 513
Tareas de programación en computadora 515

CAPÍTULO 19
FLUJO DE AIRE EN DUCTOS **517**

19.1 Objetivos 517
19.2 Un ejemplo de sistema de distribución de aire 517
19.3 Pérdidas de energía en ductos 519
19.4 Ejemplo de diseño de ductos 524
Referencias 530
Problemas de práctica 531

APÉNDICES

A Propiedades del agua 535
B Propiedades de líquidos comunes 537
C Propiedades típicas de aceites lubricantes de petróleo 539
D Variación de la viscosidad con la temperatura 541
E Propiedades del aire 545
F Dimensiones de tubos de acero 549
G Dimensiones de tuberías de acero 551
H Dimensiones de tuberías de cobre tipo K 553
I Dimensiones de tubos de hierro dúctil 555
J Áreas de círculos 557
K Factores de conversión 559
L Propiedades de áreas 563
M Propiedades de los sólidos 565
N Constante de los gases, exponente adiabático y cociente de presión crítica para algunos gases 567

RESPUESTAS A PROBLEMAS SELECCIONADOS **569**
ÍNDICE **577**

■■■■ 1 Naturaleza de los fluidos

1.1 OBJETIVOS DEL LIBRO

El término *mecánica de fluidos* se refiere al estudio del comportamiento de los fluidos, ya sea en reposo o en movimiento. Los fluidos pueden ser *líquidos* (como agua, aceite, gasolina o glicerina) o *gases* (como aire, oxígeno, nitrógeno o helio). El comportamiento de los fluidos afecta nuestra vida cotidiana de muchas maneras.

Cuando usted abre un grifo, el agua le llega a través de un sistema de distribución compuesto de bombas, válvulas y tubos. La fuente del agua puede ser un tanque de almacenamiento, una represa, un río, un lago o un pozo. El flujo del agua desde su fuente hasta el grifo está controlado por los principios de la mecánica de fluidos. Estos principios deben entenderse bien con el fin de elegir adecuadamente el tamaño y el tipo de bombas y tubos, para diseñar los tanques de almacenamiento, elegir las válvulas de control de flujo y verificar el desempeño del sistema.

El desempeño de una máquina de manufactura automatizada, que está controlada por sistemas de potencia de fluido, es independiente del flujo del aceite hidráulico y de la presión en los dispositivos de acción. En la figura 1.1 se muestra un sistema típico. Cuanto más grande sea la presión del aceite en un cilindro, mayor será la fuerza que puede ejercer. Cuanto más grande sea la rapidez de flujo de aceite que entra al cilindro, más rápidamente se moverá éste. Usted aprenderá cómo analizar tales sistemas utilizando el material que presentamos en este libro.

Una boya que señala un canal de navegación parece ser un dispositivo bastante sencillo, y lo es. Sin embargo, el material con el que está hecha y su geometría deben especificarse de acuerdo con las leyes de la flotabilidad y de la estabilidad de los cuerpos flotantes, que se estudiarán en el capítulo 5 del presente texto.

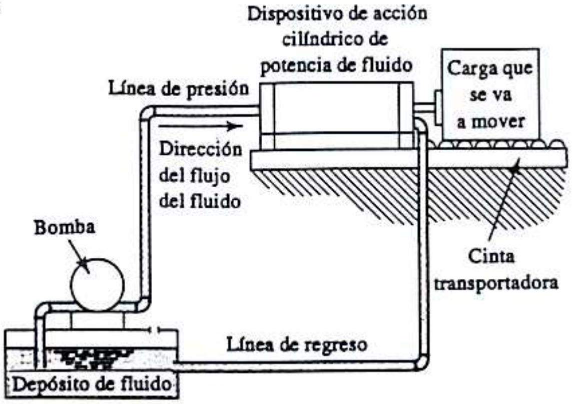
En su automóvil, el combustible es impulsado al carburador desde el tanque mediante una bomba. ¿Cuánta potencia es suministrada por el motor para operar la bomba? El material que se presenta en el capítulo 7 le ayudará a hacer este cálculo.

Una señal de carretera que da indicaciones a los automovilistas debe ser capaz de soportar fuertes vientos. Con el fin de determinar las fuerzas ejercidas sobre la señal, debidas a los vientos, se debe entender el principio de impulso-momentum, como se presenta en el capítulo 16.

El equipo de automatización para sistemas de manufactura, a menudo emplea aire comprimido a alta presión para poner en marcha cilindros neumáticos y motores de aire. Debe analizarse el flujo de aire en sistemas de conductos para asegurar que la presión de aire en el punto de uso sea suficiente.

Los sistemas de calefacción, ventilación y aire acondicionado producen aire a baja presión en espacios destinados a vivienda o a trabajo, para mejorar la comodidad de sus ocupantes. Los métodos que se presentan en el capítulo 19 le serán de utilidad para el análisis de tales sistemas.

FIGURA 1.1 Sistema de conductos típico para potencia de fluido.



Éstos son sólo algunos de los muchos problemas prácticos que probablemente encontrará y que requieren el entendimiento de los principios de la mecánica de fluidos para su solución. El objetivo de este libro es ayudarlo a resolver este tipo de problemas. En cada capítulo se incluyen problemas que representan situaciones provenientes de muchos campos de la tecnología. Su habilidad para resolver estos problemas será una medida de qué tan bien se ha logrado el objetivo del libro.

1.2 OBJETIVOS DEL CAPÍTULO

Con el fin de entender el comportamiento de los fluidos, se hace necesario comprender su misma naturaleza. En este capítulo se definen las propiedades de los fluidos, se introducen los símbolos y unidades implicados y se analizan los tipos de cálculos requeridos en el estudio de la mecánica de fluidos.

Después de haber terminado el estudio de este capítulo, usted deberá ser capaz de:

1. Diferenciar entre un gas y un líquido.
2. Identificar las unidades de las cantidades básicas de tiempo, longitud, fuerza y masa en el Sistema Internacional de Unidades o SI (sistema métrico de unidades).
3. Identificar las unidades de las cantidades básicas de tiempo, longitud, fuerza y masa en el Sistema Británico de Unidades.
4. Establecer apropiadamente las ecuaciones asegurando la consistencia de unidades.
5. Definir *compresibilidad* y *módulo volumétrico.*
6. Definir *presión.*
7. Definir la relación entre fuerza y masa.
8. Definir *densidad.*
9. Definir *peso específico.*
10. Definir *gravedad específica.*
11. Identificar las relaciones entre peso específico, gravedad específica y densidad, y resolver problemas utilizando estas relaciones.

1.3 DIFERENCIA ENTRE LÍQUIDOS Y GASES

Cuando un líquido se encuentra en un recipiente, tiende a tomar la forma del contenedor, cubriendo el fondo y los lados. La superficie superior, que está en contacto con la atmósfera por encima de ella, mantiene un nivel uniforme. A medida que el recipiente se va inclinando, el líquido tiende a derramarse; la rapidez con que se derrama depende de una propiedad conocida como *viscosidad*, que definiremos posteriormente.

Cuando se tiene un gas en un contenedor cerrado, tiende a expandirse y llenar completamente el recipiente que le contiene. Si éste se abre, el gas tiende a seguir expandiéndose y escapar del contenedor.

Además de estas conocidas diferencias entre gases y líquidos, en el estudio de la mecánica de fluidos es importante otra diferencia:

- Los líquidos son sólo ligeramente compresibles.
- Los gases son fácilmente compresibles.

La compresibilidad se refiere al cambio en el volumen de una sustancia cuando hay un cambio en la presión que experimenta. Estas distinciones serán suficientes para la mayoría de los propósitos.

El análisis que sigue sobre presión, compresibilidad y otras propiedades de los fluidos requiere un entendimiento de las unidades en las cuales se miden, y que se verán en las siguientes secciones.

1.4
FUERZA Y MASA

La comprensión de las propiedades de los fluidos requiere una cuidadosa diferenciación entre *masa* y *peso*. Se aplican las siguientes definiciones.

- *Masa* es la propiedad de un cuerpo de fluido que se mide por su inercia o resistencia a un cambio de movimiento. Es también una medida de la cantidad de fluido.

Utilizaremos el símbolo m para la masa.

- *Peso* es la cantidad que pesa un cuerpo, es decir, la fuerza con la que el cuerpo es atraído hacia la Tierra por la acción de la gravedad.

Utilizaremos el símbolo w para el peso.

El peso está relacionado con la masa y la aceleración debida a la gravedad, g, por la ley de gravitación de Newton,

RELACIÓN PESO-MASA

$$w = mg \tag{1–1}$$

En este libro utilizaremos $g = 9.81\ \text{m/s}^2$ en el sistema SI y $g = 32.2\ \text{pies/s}^2$ en el Sistema Británico de Unidades. Éstos son los valores estándar para g con tres cifras significativas. A un grado mayor de precisión, los valores estándar son, $g = 9.806\,65\ \text{m/s}^2$ o $g = 32.1740\ \text{pies/s}^2$. Para un trabajo de alta precisión y alturas grandes (como las que están implicadas en operaciones aeroespaciales) en el que el valor real de g es distinto al estándar, debe usarse el valor local.

1.5
SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES (SI)

En cualquier trabajo técnico, deben especificarse las unidades en que se miden las propiedades físicas. Un sistema de unidades especifica las unidades de las cantidades básicas de longitud, tiempo, fuerza y masa. Las unidades de otras cantidades se derivan de las primeras.

En este libro se emplea Le Système International d'Unités o Sistema Internacional de Unidades (abreviado SI). Las unidades de las cantidades básicas son:

longitud = metro (m)
tiempo = segundo (s)
masa = kilogramo (kg)
fuerza = newton (N) o kg · m/s^2

Como se indica, una unidad de fuerza equivalente es el kg · m/s^2. Ésta se deriva de la relación entre fuerza y masa de la física:

$$F = ma$$

en la que a es la aceleración expresada en unidades de m/s^2. Por consiguiente, la unidad derivada de fuerza es

$$F = ma = \text{kg} \cdot \text{m/s}^2 = \text{newton}$$

Así pues, una fuerza de 1.0 N daría a una masa de 1.0 kg una aceleración de 1.0 m/s^2. Esto significa que pueden utilizarse newtons o kg · m/s^2 como unidades de fuerza. De hecho, algunos cálculos realizados en este libro requieren de la capacidad de usar ambas unidades o de convertir de una forma a la otra.

Por ejemplo, podemos decir que una roca con una masa de 5.60 kg está suspendida por un cable. Luego, con el fin de determinar qué fuerza se ejerce sobre el cable, deberá utilizarse la ley de gravitación de Newton ($w = mg$):

$$w = mg = \text{masa} \times \text{aceleración de la gravedad}$$

Pero, en condiciones estándar al nivel del mar, $g = 9.81\ m/s^2$. Entonces tenemos que

$$w = 5.60\ \text{kg} \times 9.81\ \text{m/s}^2 = 54.9\ \text{kg} \cdot \text{m/s}^2 = 54.9\ \text{N}$$

En consecuencia, 5.60 kg de la roca pesan 54.9 N.

Debido a que el tamaño real de cantidades físicas en el estudio de la mecánica de fluidos cubre una amplia variedad, se usan prefijos en las cantidades básicas. En la tabla 1.1 se muestran tales prefijos. Como se indica, el uso normal en el SI solamente considera aquellos prefijos que varían en pasos de 10^3. Los resultados de los cálculos, por lo general, deben ajustarse de modo que el número se encuentre entre 0.1 y 10 000 veces algún múltiplo de 10^3.* Entonces se puede especificar la unidad apropiada con un prefijo. A continuación se tienen algunos ejemplos:

---

* Debido a que en muchos países se utiliza una coma como señalador decimal, no utilizaremos comas para separar grupos de dígitos. Separaremos los dígitos en grupos de tres, contando tanto a la derecha como a la izquierda del punto decimal, y utilizaremos un espacio en blanco para separar los grupos. No utilizaremos el espacio de separación si solamente hay cuatro dígitos a la izquierda o a la derecha del punto decimal, a menos que así se requiera.

TABLA 1.1 Prefijos de unidades SI.

Prefijo	Símbolo SI	Factor
giga	G	$10^9 = 1\,000\,000\,000$
mega	M	$10^6 = 1\,000\,000$
kilo	k	$10^3 = 1\,000$
mili	m	$10^{-3} = 0.001$
micro	μ	$10^{-6} = 0.000\,001$

Resultado calculado	Resultado reportado
0.004 23 m	4.23×10^{-3} m, o 4.23 mm (milímetros)
15 700 kg	15.7×10^3 kg, o 15.7 Mg (megagramos)
86 330 N	86.33×10^3 N, o 86.33 kN (kilonewtons)

1.6 SISTEMA BRITÁNICO DE UNIDADES

En ocasiones conocido como *sistema de unidades gravitacional inglés* o *sistema libra-pie-segundo*, el Sistema Británico de Unidades define las cantidades básicas de la manera siguiente:

longitud = pie
tiempo = segundo (s)
fuerza = libra (lb)
masa = slug (lb-s²/pies)

Probablemente, la mayor dificultad que se tiene con estas unidades es comprender el slug, puesto que se tiene cierta familiaridad en las mediciones en términos de libras, segundos y pies. Podría ayudar el tomar en cuenta la relación entre fuerza y masa de la física:

$$F = ma$$

en la que a es la aceleración expresada en pies/s². En consecuencia, la unidad derivada de masa es:

$$m = \frac{F}{a} = \frac{\text{lb}}{\text{pies/s}^2} = \frac{\text{lb-s}^2}{\text{pies}} = \text{slug}$$

Esto significa que usted puede utilizar slugs o lb-s²/pie como unidades de masa. De hecho, algunos cálculos efectuados en este libro requieren que sea capaz de utilizar ambas unidades o de hacer conversiones de una a otra.

La masa expresada como lbm (libras-masa)

Algunos profesionales, en el análisis de sistemas de flujo de fluidos, han empleado la unidad lbm (libras-masa) como la unidad de masa, en lugar de la unidad slug. En este sistema, un objeto o cantidad de fluido que tiene un peso de 1.0 lb, tendría una masa de 1.0 lbm. Entonces, en ciertas ocasiones, la libra fuerza se denota como lbf.

Debe hacerse notar que la equivalencia numérica de la lbf y la lbm se aplica *solamente* cuando el valor de g es igual al valor estándar.

Este sistema no se utiliza en el libro debido a que no es un sistema coherente. Cuando uno intenta relacionar fuerza y masa utilizando la ley de Newton, se obtiene lo siguiente:

$$F = m \cdot a = \text{lbm(pies/s}^2\text{)} = \text{lbm-pies/s}^2$$

Esta unidad *no* corresponde a la lbf.

Para salvar esta dificultad, se define una constante de conversión, conocida generalmente como g_c, y que tiene tanto un valor numérico como unidades. Esto es,

$$g_c = \frac{32.2 \text{ lbm}}{1 \text{bf/(pies/s}^2\text{)}} = \frac{32.2 \text{ lbm-pies/s}^2}{\text{lbf}}$$

Entonces, para convertir de lbm a lbf, se utiliza una forma modificada de la ley de Newton,

$$F = m(a/g_c)$$

Haciendo la aceleración $a = g$, tenemos:

$$F = m(g/g_c)$$

Por ejemplo, para determinar el peso en lbf de un cierto material que tiene una masa de 100 lbm, y suponiendo que el valor local de g es igual al valor estándar 32.2 pies/s²,

$$w = F = m\frac{g}{g_c} = 100 \text{ lbm} \frac{32.2 \text{ pies/s}^2}{32.2 \; \dfrac{\text{lbm-pies/s}^2}{\text{lbf}}} = 100 \text{ lbf}$$

Esto muestra que el peso en lbf es numéricamente igual a la masa, siempre y cuando $g = 32.2$ pies/s².

Pero si el análisis se fuera a efectuar en un objeto o en un fluido que se encontrara en la luna de la Tierra en donde g es aproximadamente $1/6$ de la de la Tierra, digamos, 5.4 pies/s², entonces

$$w = F = m\frac{g}{g_c} = 100 \text{ lbm} \frac{5.4 \text{ pies/s}^2}{32.2 \; \dfrac{\text{lbm-pies/s}^2}{\text{lbf}}} = 16.8 \text{ lbf}$$

Ésta es una drástica diferencia.

En resumen, debido a la incómoda naturaleza de la relación entre lbm y lbf, evitamos el uso de lbm en este libro. La masa será expresada en slugs cuando los problemas estén en el Sistema Británico de Unidades.

1.7 UNIDADES CONSISTENTES EN UNA ECUACIÓN

Los análisis requeridos en mecánica de fluidos implican la manipulación algebraica de varios términos. Las ecuaciones a menudo son complejas, y es de extrema importancia que los resultados sean dimensionalmente correctos. Esto es, deben tener las unidades apropiadas. De hecho, las respuestas tendrán un valor numérico equivocado si las unidades de la ecuación no son consistentes.

Un sencillo procedimiento directo conocido como *cancelación de unidades* nos asegurará tener las unidades adecuadas en cualquier clase de cálculos, no nada más en mecánica de fluidos, sino en virtualmente todo trabajo técnico. A continuación enumeramos los seis pasos del procedimiento.

PROCEDIMIENTO DE CANCELACIÓN DE UNIDADES

1. Resuelva la ecuación de manera algebraica para el término deseado.
2. Determine las unidades apropiadas para expresar el resultado.
3. Sustituya los valores conocidos, incluyendo sus unidades.
4. Cancele las unidades iguales que aparezcan tanto en el numerador como en el denominador de cualquier término.
5. Utilice factores de conversión para eliminar las unidades no deseadas y obtener las unidades adecuadas del paso 2.
6. Lleve a cabo los cálculos.

Este procedimiento, llevado a efecto de manera apropiada, funcionará para cualquier ecuación. En realidad es muy sencillo, pero puede requerir algo de práctica para usarlo. Para ilustrar el método, tomaremos algún material de física elemental con el cual usted debería estar familiarizado. Sin embargo, la mejor manera de aprender cómo hacer algo es haciéndolo. Los siguientes problemas de ejemplo se presentan en una forma llamada *instrucción programada*. Usted será guiado a través de los problemas paso a paso, y en cada uno se requiere de su participación.

Para proceder con el programa deberá cubrir todo el material que se encuentra bajo el encabezado "Ejemplo ilustrativo programado", utilizando una pieza de papel grueso. Debe tener a la mano papel en blanco en el cual pueda llevar a cabo las operaciones necesarias. Descubra un panel cada vez hasta la línea que lo separa del siguiente. El primer panel presenta un problema y le pide que efectúe una operación o que responda a una pregunta. Después de hacer lo que se le pide, descubra el siguiente panel que contendrá información que puede utilizar para verificar su resultado. Luego continúe con el siguiente panel, y así sucesivamente hasta completar el programa.

Recuerde, el propósito de esto es ayudarle a aprender cómo obtener respuestas correctas usando el método de cancelación de unidades. Usted podrá remitirse a la tabla de factores de conversión que se encuentra en el apéndice K.

EJEMPLO ILUSTRATIVO PROGRAMADO

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 1.1**

Imagine que usted viaja en un automóvil a una velocidad constante de 80 kilómetros por hora (km/h). ¿Cuántos segundos (s) le llevará recorrer 1.5 km?

Para obtener la solución, utilice la ecuación:

$$s = vt$$

en la que s es la distancia recorrida, v es la velocidad y t el tiempo. Usando el procedimiento de cancelación de unidades esbozado anteriormente, ¿qué es lo primero que hay que hacer?

El primer paso consiste en despejar el término deseado. Puesto que se le pide encontrar el tiempo, usted debió haber escrito:

$$t = \frac{s}{v}$$

Ahora lleve a cabo el paso 2 del procedimiento descrito anteriormente.

El paso 2 consiste en determinar las unidades apropiadas para expresar el resultado, en este caso el tiempo. Del texto del problema se sabe que la unidad apropiada es el segundo. Si no se tienen que dar especificaciones para las unidades, usted podría escoger cualquier unidad de tiempo aceptable, como horas.

Siga con el paso 3.

El resultado debería tener una apariencia semejante a lo siguiente:

$$t = \frac{s}{v} = \frac{1.5\ \text{km}}{80\ \text{km/h}}$$

Para el propósito de la cancelación no es conveniente tener las unidades en la forma de una fracción compuesta como las tenemos en la expresión anterior. Para ponerla en una fracción simple, escríbala en la forma siguiente:

$$t = \frac{\dfrac{1.5\ \text{km}}{1}}{\dfrac{80\ \text{km}}{\text{h}}}$$

Esto se puede reducir a:

$$t = \frac{1.5\ \text{km}\cdot\text{h}}{80\ \text{km}}$$

Después de algo de práctica, las ecuaciones pueden ser escritas de esta forma directamente. Ahora lleve a cabo el paso 4 del procedimiento.

El resultado deberá verse ahora así:

$$t = \frac{1.5\ \cancel{\text{km}}\cdot\text{h}}{80\ \cancel{\text{km}}}$$

Esto ilustra que las unidades pueden cancelarse exactamente como lo hacen los números si aparecen en el numerador y en el denominador de un término de una ecuación.

Ahora realice el paso 5.

La respuesta se verá así:

$$t = \frac{1.5\ \cancel{\text{km}}\cdot\cancel{\text{h}}}{80\ \cancel{\text{km}}} \times \frac{3600\ \text{s}}{1\ \cancel{\text{h}}}$$

La ecuación del panel anterior muestra el resultado para el tiempo en horas, después de que las unidades kilómetros fueron canceladas. Aunque el tiempo en horas es una unidad aceptable, las unidades que deseamos son los segundos, determinados en el paso 2. Así pues, se requiere el factor de conversión 3600 s/1 h.

¿Cómo es que debemos multiplicar por 3600 en lugar de dividir?

Las unidades lo determinan. Nuestro objetivo al utilizar el factor de conversión fue eliminar las unidades de horas y obtener segundos. Como la unidad no deseada se encontraba en el numerador de la ecuación original, las unidades de horas del factor de conversión deben estar en el denominador para que se cancelen.

Ya que tenemos el tiempo en unidades de segundos, podemos proceder con el paso 6.

La respuesta correcta es $t = 67.5$ s.

■

1.8 DEFINICIÓN DE PRESIÓN

La *presión* se define como la cantidad de fuerza ejercida sobre un área unitaria de una sustancia. Esto se puede establecer con la ecuación:

PRESIÓN

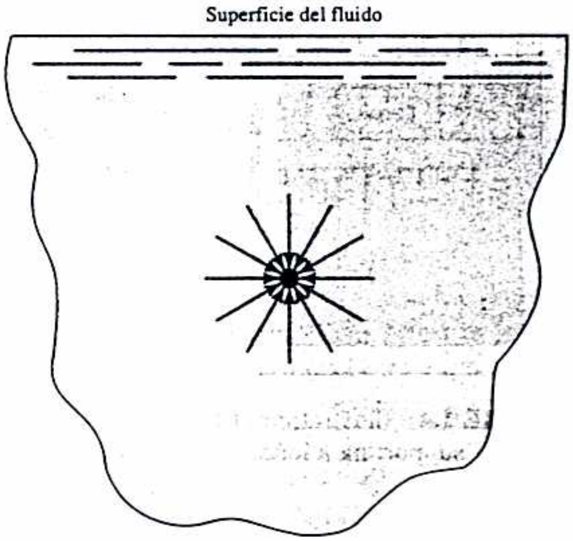
$$p = \frac{F}{A} \tag{1–2}$$

Blaise Pascal, un científico del siglo XVII, describió dos importantes principios acerca de la presión.

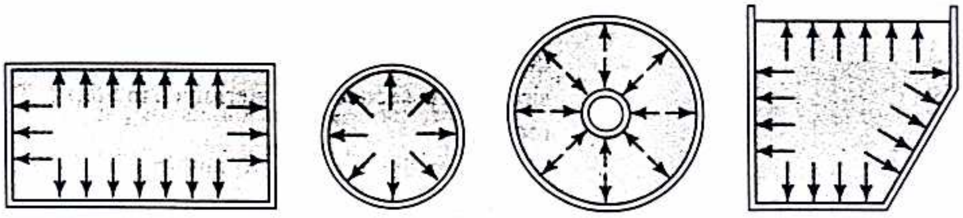
- La presión actúa uniformemente en todas direcciones sobre un pequeño volumen de fluido.
- En un fluido confinado entre fronteras sólidas, la presión actúa perpendicularmente a la frontera.

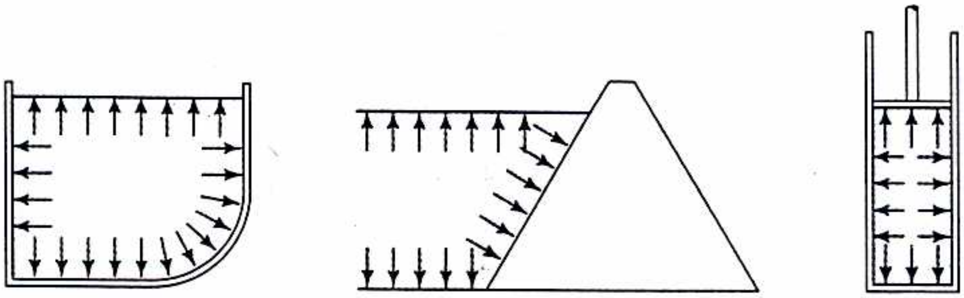
Estos principios, en ocasiones llamados *leyes de Pascal*, se ilustran en las figuras 1.2 y 1.3.

FIGURA 1.2 La presión actúa de manera uniforme en todas las direcciones sobre un pequeño volumen de fluido.



GURA 1.3 Dirección de la pre-
n de fluido sobre las fronteras.

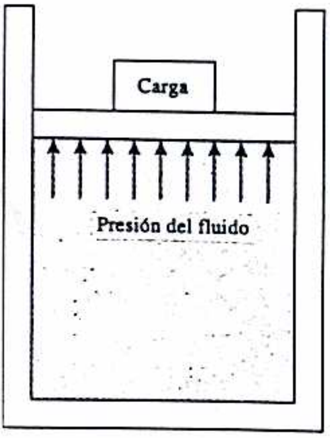

(a) Conducto de horno (b) Tubo (c) Intercambiador de calor (un tubo dentro de otro tubo) (d) Recipiente


(e) Piscina (f) Presa (g) Cilindro de potencia del fluido

Utilizando la ecuación (1–2) y la segunda de las leyes de Pascal, podemos calcular la magnitud de la presión en un fluido si conocemos la cantidad de fuerza ejercida sobre un área dada.

☐ EJEMPLO ILUSTRATIVO 1.2 En la figura 1.4 se muestra un contenedor de líquido con un pistón móvil soportando una carga. Calcule la magnitud de la presión en el líquido bajo el pistón, si el peso total del pistón y la carga es de 500 N, y el área del pistón es de 2500 mm².

Solución Es razonable suponer que la superficie completa del fluido bajo el pistón está compartiendo la tarea de soportar la carga. La segunda ley de Pascal establece que la presión de fluido actúa perpendicularmente al pistón. Entonces, utilizando la ecuación (1–2),



GURA 1.4 Ilustración de la pre-
ón del fluido soportando una carga.

$$p = \frac{F}{A} = \frac{500\ \text{N}}{2500\ \text{mm}^2} = 0.20\ \text{N/mm}^2$$

La unidad estándar de la presión en el SI es el N/m², conocida como *pascal* (Pa), en honor a Blaise Pascal. La conversión puede hacerse mediante el uso del factor 10^3 mm = 1 m.

$$p = \frac{0.20\ \text{N}}{\text{mm}^2} \times \frac{(10^3\ \text{mm})^2}{\text{m}^2} = 0.20 \times 10^6\ \text{N/m}^2 = 0.20\ \text{MPa}$$

Observe que la presión en N/mm² es numéricamente igual a la presión en MPa. No es inusual encontrar la presión en un intervalo de varios megapascales (MPa) o de varios cientos de kilopascales (kPa).

La presión en el Sistema Británico de Unidades se ilustra en el siguiente ejemplo ilustrativo.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 1.3** Una carga de 200 libras (lb) se encuentra sobre un pistón que confina aceite en un recipiente cilíndrico que posee un diámetro interno de 2.50 pulg. Calcule la presión en el aceite al nivel del pistón. Remítase a la figura 1.4.

Solución Utilizando la ecuación (1–2), debemos calcular el área del pistón.

$$A = \pi D^2/4 = \pi(2.50\ \text{pulg})^2/4 = 4.91\ \text{pulg}^2$$

Entonces,

$$p = \frac{F}{A} = \frac{200\ \text{lb}}{4.91\ \text{pulg}^2} = 40.7\ \text{lb/pulg}^2$$

Aunque la unidad estándar de la presión en el Sistema Británico de Unidades es la libra por pie cuadrado (lb/pies^2), no se le utiliza muy a menudo debido a su inconveniencia. Las medidas de longitud son más convenientes si se hacen en pulgadas, y la unidad libra por pulgada cuadrada (lb/pulg^2), se utiliza con más frecuencia como unidad de presión en este sistema. La presión en el aceite es de 40.7 lb/pulg^2. Ésta es una presión bastante baja; con frecuencia se puede uno encontrar con presiones de varios cientos o varios miles de lb/pulg^2.

El *bar* es otra unidad utilizada por personas que trabajan en mecánica de fluidos y en termodinámica. El bar se define como 10^5 Pa o 10^5 N/m^2. Otra manera de expresar el bar es 100×10^3 N/m^2, que es equivalente a 100 kPa. Como la presión atmosférica cerca del nivel del mar es casi la misma, el bar resulta ser un punto conveniente de referencia física. Esto, más el hecho de que las presiones expresadas en bars producen cantidades menores, hace que esta unidad sea atractiva para algunos científicos del ramo. Sin embargo, debe darse cuenta de que el bar no es parte del coherente SI, y se le debe convertir cuidadosamente a N/m^2 (pascales) en la resolución de problemas.

1.9 COMPRESIBILIDAD

La *compresibilidad* se refiere al cambio de volumen (V) de una sustancia que está sujeta a un cambio de la presión que se ejerce sobre ella. La cantidad usada normalmente para medir este fenómeno es el *módulo volumétrico de elasticidad* o, simplemente, *módulo volumétrico, E*.

MÓDULO VOLUMÉTRICO

$$E = \frac{-\Delta p}{(\Delta V)/V} \tag{1–3}$$

Debido a que las cantidades ΔV y V tendrían las mismas unidades, el denominador de la ecuación (1–3) no tiene dimensiones. Por consiguiente, las unidades para E son las mismas que para la presión.

Como lo mencionamos anteriormente, los líquidos son muy poco compresibles, lo cual indica que necesitaríamos cambios muy grandes de presión para producir un pequeño cambio en el volumen. Así pues, las magnitudes de E para los líquidos, como se muestra en la tabla 1.2, son muy altas. Por esta razón, los líquidos son considerados incompresibles en el presente libro, a menos que se especifique de otro modo.

El término *módulo volumétrico* no se aplica normalmente a los gases, y se deben aplicar los principios de la termodinámica para determinar el cambio en el volumen de un gas debido a un cambio de presión.

TABLA 1.2 Valores del módulo volumétrico para algunos líquidos.

Líquido	**Módulo volumétrico** (lb/pulg^2)	**Módulo volumétrico** (MPa)
Alcohol etílico	130 000	896
Benceno	154 000	1 062
Aceite industrial	189 000	1 303
Agua	316 000	2 179
Glicerina	654 000	4 509
Mercurio	3 590 000	24 750

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 1.4** Calcule el cambio de presión que debe aplicarse al agua para cambiar su volumen en 1.0 por ciento.

Solución El cambio de 1.0 por ciento en el volumen indica que $\Delta V/V = -0.01$. Entonces el cambio de presión requerido es:

$$\Delta p = -E[(\Delta V)/V] = [-316\ 000\ \text{lb/pulg}^2][-0.01] = 3\ 160\ \text{lb/pulg}^2$$

1.10 DENSIDAD, PESO ESPECÍFICO Y GRAVEDAD ESPECÍFICA

Puesto que el estudio de la mecánica de fluidos trata típicamente con un fluido en flujo continuo o con una pequeña cantidad de fluido en reposo, es más conveniente relacionar la masa y el peso del fluido con un volumen dado del fluido. Así pues, las propiedades de densidad y de peso específico se definen de la manera siguiente:

La densidad ***es la cantidad de masa por unidad de volumen de una sustancia.***

Por consiguiente, utilizando la letra griega ρ (rho) para la densidad,

DENSIDAD

$$\rho = m/V \tag{1–4}$$

en donde V es el volumen de la sustancia cuya masa es m. Las unidades de densidad son kilogramos por metro cúbico en el Sistema Internacional (SI) y slugs por pie cúbico en el Sistema Británico de Unidades.

La Sociedad Norteamericana para Pruebas y Materiales (ASTM [*American Society for Testing and Materials*]) ha publicado varios métodos estándar de prueba para medir densidad, que describen recipientes cuya capacidad se conoce exactamente, llamados *picnómetros*. En estas normas se determina la forma apropiada de llenar, manejar, controlar la temperatura y hacer lecturas en estos dispositivos. Dos de ellos son el *picnómetro de Bingham* y el *picnómetro bicapilar de Lipkin*. Las normas también exigen la determinación precisa de la masa de los fluidos que se encuentran en los picnómetros al 0.1 mg más cercano, utilizando una balanza analítica. Véanse referencias 2, 3, 5 y 6.

El peso específico ***es la cantidad de peso por unidad de volumen de una sustancia.***

Utilizando la letra griega γ (gamma) para denotar el peso específico,

PESO ESPECÍFICO

$$\gamma = w/V \tag{1–5}$$

en donde V es el volumen de una sustancia que tiene el peso w. Las unidades del peso específico son los newtons por metro cúbico (N/m^3) en el SI y libras por pie cúbico ($lb/pies^3$) en el Sistema Británico de Unidades.

A menudo resulta conveniente indicar el peso específico o densidad de un fluido en términos de su relación con el peso específico o densidad de un fluido común. Cuando se utiliza el término *gravedad específica* en este libro, el fluido de referencia es el agua pura a 4 °C. A tal temperatura, el agua posee su densidad más grande. Entonces, la gravedad específica puede definirse en cualesquier dos maneras:

a. La *gravedad específica* es el cociente de la densidad de una sustancia entre la densidad del agua a 4 °C.

b. La *gravedad específica* es el cociente del peso específico de una sustancia entre el peso específico del agua a 4 °C.

Estas definiciones de la gravedad específica se pueden expresar de manera matemática como:

GRAVEDAD ESPECÍFICA

$$sg = \frac{\gamma_s}{\gamma_w \text{ @ } 4\,°C} = \frac{\rho_s}{\rho_w \text{ @ } 4\,°C} \qquad (1\text{–}6)$$

en donde el subíndice s se refiere a la sustancia cuya gravedad específica se está determinando y el subíndice w se refiere al agua. Las propiedades del agua a 4 °C son constantes, y tienen los valores que se muestran a continuación:

$$\gamma_w \text{ @ } 4\,°C = 9.81\ kN/m^3 \qquad \gamma_w \text{ @ } 4\,°C = 62.4\ lb/pies^3$$

o

$$\rho_w \text{ @ } 4\,°C = 1000\ kg/m^3 \qquad \rho_w \text{ @ } 4\,°C = 1.94\ slugs/pies^3$$

Por consiguiente, la definición matemática de gravedad específica se puede escribir como:

$$sg = \frac{\gamma_s}{9.81\ kN/m^3} = \frac{\rho_s}{1000\ kg/m^3} \quad o \quad sg = \frac{\gamma_s}{62.4\ lb/pies^3} = \frac{\rho_s}{1.94\ slugs/pies^3} \qquad (1\text{–}7)$$

Esta definición es válida, independientemente de la temperatura a la que se determinó la gravedad específica.

Sin embargo, las propiedades de los fluidos varían con la temperatura. En general, la densidad (y por tanto el peso específico y la gravedad específica) disminuye cuando aumenta la temperatura. En el apéndice A se enumeran las propiedades del agua a diferentes temperaturas. Y en los apéndices B y C se enumeran las propiedades de otros líquidos a unas cuantas temperaturas seleccionadas.

El lector deberá buscar otras referencias en las que pueda encontrar datos correspondientes a la gravedad específica a temperaturas dadas, si ésta no se encuentra en los apéndices y si se desea una alta precisión. Una estimación que da una precisión razonable para los aceites derivados del petróleo, del modo en que se presentan en las Referencias 8 y 10, es que la gravedad específica de los aceites disminuye aproximadamente 0.036 con un incremento de 37.8 °C (100 °F) en la temperatura. Esto se aplica a los valores nominales de la gravedad específica que van desde 0.80 hasta 1.00 y para temperaturas que se encuentran en el intervalo comprendido aproximadamente entre 0 °C y 204 °C (32 °F a 400 °F).

Algunos sectores industriales prefieren las definiciones modificadas de la gravedad específica. En lugar de utilizar las propiedades del agua a 4 °C (39.2 °F) como base, la industria del petróleo y otras utilizan agua a 15.6 °C (60 °F). Esto implica una mínima diferencia en el diseño y el análisis típicos. A pesar de que la densidad del agua a 4 °C es de 1000.00 kg/m^3, a 15.6 °C es de 999.04 kg/m^3. La diferencia es menor al 0.1 por ciento. Las referencias 2, 3, 5, 6, 7 y 10 contienen tablas más extensas sobre las propiedades del agua a temperaturas que van desde 0 °C a 100 °C (32 °F a 212 °F).

La gravedad específica en las escalas Baumé y API se analiza en la Sección 1.10.2. En este libro continuaremos utilizando el agua a 4 °C como la base para la gravedad específica.

La ASTM se refiere también a la propiedad de la gravedad específica como *densidad específica*. Véanse las referencias 2–6.

1.10.1 Relación entre densidad y peso específico

Muy a menudo se debe encontrar el peso específico de una sustancia cuando se conoce su densidad y viceversa. La conversión de uno a otra se puede efectuar mediante la siguiente ecuación:

RELACIÓN γ–ρ

$$\gamma = \rho g \tag{1–8}$$

en la que g es la aceleración debida a la gravedad. Esta ecuación puede justificarse si nos referimos a las definiciones de densidad y de gravedad específica, utilizando la ecuación que relaciona masa con peso, $w = mg$.

La definición de peso específico es:

$$\gamma = \frac{w}{V}$$

Al multiplicar por g tanto el numerador como el denominador de esta ecuación obtenemos:

$$\gamma = \frac{wg}{Vg}$$

Pero $m = w/g$. Por consiguiente, tenemos:

$$\gamma = \frac{mg}{V}$$

Puesto que $\rho = m/V$, obtenemos:

$$\gamma = \rho g$$

Los siguientes problemas ilustran las definiciones de las propiedades básicas de los fluidos que acabamos de presentar, y las relaciones existentes entre ellas.

☐ EJEMPLO ILUSTRATIVO 1.5 Calcule el peso de un recipiente de aceite si posee una masa de 825 kg.

Solución Como $w = mg$,

$$w = 825 \text{ kg} \times 9.81 \text{ m/s}^2 = 8093 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$$

Sustituyendo las unidades de kg · m/s^2 por el newton, tenemos

$$w = 8093 \text{ N} = 8.093 \times 10^3 \text{ N} = 8.093 \text{ kN}$$

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 1.6** Si el recipiente del Ejemplo ilustrativo 1.5 tiene un volumen de 0.917 m^3, calcule la densidad, el peso específico y la gravedad específica del aceite.

Solución Densidad:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{825 \text{ kg}}{0.917 \text{ m}^3} = 900 \text{ kg/m}^3$$

Peso específico:

$$\gamma = \frac{w}{V} = \frac{8.093 \text{ kN}}{0.917 \text{ m}^3} = 8.83 \text{ kN/m}^3$$

Gravedad específica:

$$\text{sg} = \frac{\rho_o}{\rho_w \text{ @ } 4°\text{C}} = \frac{900 \text{ kg/m}^3}{1000 \text{ kg/m}^3} = 0.90$$

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 1.7** La glicerina a 20 °C tiene una gravedad específica de 1.263. Calcule su densidad y su peso específico.

Solución Densidad:

$$\rho_g = (\text{sg})_g(1000 \text{ kg/m}^3) = (1.263)(1000 \text{ kg/m}^3) = 1263 \text{ kg/m}^3$$

Peso específico:

$$\gamma_g = (\text{sg})_g(9.81 \text{ kN/m}^3) = (1.263)(9.81 \text{ kN/m}^3) = 12.39 \text{ kN/m}^3$$

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 1.8** Una pinta de agua pesa 1.041 lb. Encuentre su masa.

Solución Como $w = mg$, la masa es

$$m = \frac{w}{g} = \frac{1.041 \text{ lb}}{32.2 \text{ pies/s}^2} = \frac{1.041 \text{ lb-s}^2}{32.2 \text{ pies}}$$
$$= 0.0323 \text{ lb-s}^2\text{/pies} = 0.0323 \text{ slugs}$$

Recuerde que las unidades slug y lb-s^2/pies son las mismas.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 1.9** Un galón de mercurio tiene una masa de 3.51 slugs. Encuentre su peso.

Solución

$$w = mg = 3.51 \text{ slugs} \times 32.2 \text{ pies/s}^2 = 113 \text{ slug-pies/s}^2$$

Esto es correcto, pero las unidades pueden parecer confusas puesto que el peso se expresa normalmente en libras. Las unidades de masa pueden reescribirse como lb-s^2/pies.

$$w = mg = 3.51 \frac{\text{lb-s}^2}{\text{pies}} \times \frac{32.2 \text{ pies}}{\text{s}^2} = 113 \text{ lb}$$

1.10.2

Gravedad específica en grados Baumé o grados API

La temperatura de referencia para realizar mediciones en la escala Baumé o API es 15.6 °C (60 °F) en lugar de 4 °C como se hizo anteriormente. Para resaltar esta diferencia, la gravedad específica API o Baumé se denota a menudo como

$$\text{Gravedad específica } \frac{60°}{60°}\,\text{F}$$

Esta notación indica que tanto el fluido de referencia (agua) como el aceite se encuentran a 60 °F.

La gravedad específica de los aceites crudos varía ampliamente, dependiendo del lugar en que son encontrados. Los que provienen del occidente de los EUA tienen una gravedad específica que va desde aproximadamente 0.87 a 0.92. Los campos orientales de EUA producen aceites a una gravedad específica de aproximadamente 0.82. El aceite crudo mexicano está entre los de gravedad específica más alta, 0.97. Unos cuantos aceites asfálticos tienen una gravedad específica mayor a 1.0 (véase referencia 7).

La mayoría de los aceites son destilados antes de usarse, para mejorar su calidad combustible. Las gasolinas, querosenos y combustibles resultantes tienen gravedades específicas que van desde 0.67 a 0.98.

La ecuación que se utiliza para calcular la gravedad específica cuando se conocen los grados Baumé es diferente para fluidos más ligeros y más pesados que el agua. Para líquidos más pesados que el agua tenemos:

$$\text{sg} = \frac{145}{145 - \text{grad Baumé}} \tag{1–9}$$

O, para calcular los grados Baumé para una gravedad específica dada:

$$\text{grad Baumé} = 145 - \frac{145}{\text{sg}} \tag{1–10}$$

Para líquidos más ligeros que el agua tenemos:

$$\text{sg} = \frac{140}{130 + \text{grad Baumé}} \tag{1–11}$$

$$\text{grad Baumé} = \frac{140}{\text{sg}} - 130 \tag{1–12}$$

El Instituto Norteamericano del Petróleo (API, [*American Petroleum Institute*]) ha desarrollado la escala API, ligeramente diferente de la escala Baumé, para líquidos más ligeros que el agua. Las fórmulas son:

$$\text{sg} = \frac{141.5}{131.5 + \text{grad API}} \tag{1–13}$$

$$\text{grad API} = \frac{141.5}{\text{sg}} - 131.5 \tag{1–14}$$

Los grados API para aceites pueden variar desde 10 hasta 80. La mayoría de los grados de combustible caerán en el intervalo comprendido entre 20 y 70 grados API, correspondientes a gravedades específicas entre 0.93 y 0.70. Observe que los aceites más pesados tienen valores más pequeños en grados API.

Las Normas ASTM D287 y D1298 (referencias 1 y 4) describen métodos estándar de prueba para determinar la gravedad API, utilizando un *hidrómetro*. En la figura 1.5 se muestra un diagrama de un hidrómetro típico, el cual contiene un bulbo de vidrio pesado con un vástago de diámetro menor colocado en la parte superior, diseñado para flotar verticalmente en el líquido de prueba. Basado en los principios de la flotabilidad (véase capítulo 5), el hidrómetro descansa en una posición que depende de la densidad del líquido. El vástago está calibrado con una escala en la que se pueden hacer lecturas directas de la densidad, de la gravedad específica o de la gravedad API. Debido a la importancia de la temperatura para tener una medición precisa de la densidad, algunos de estos dispositivos, conocidos como *termohidrómetros*, llevan incluido un termómetro de precisión.

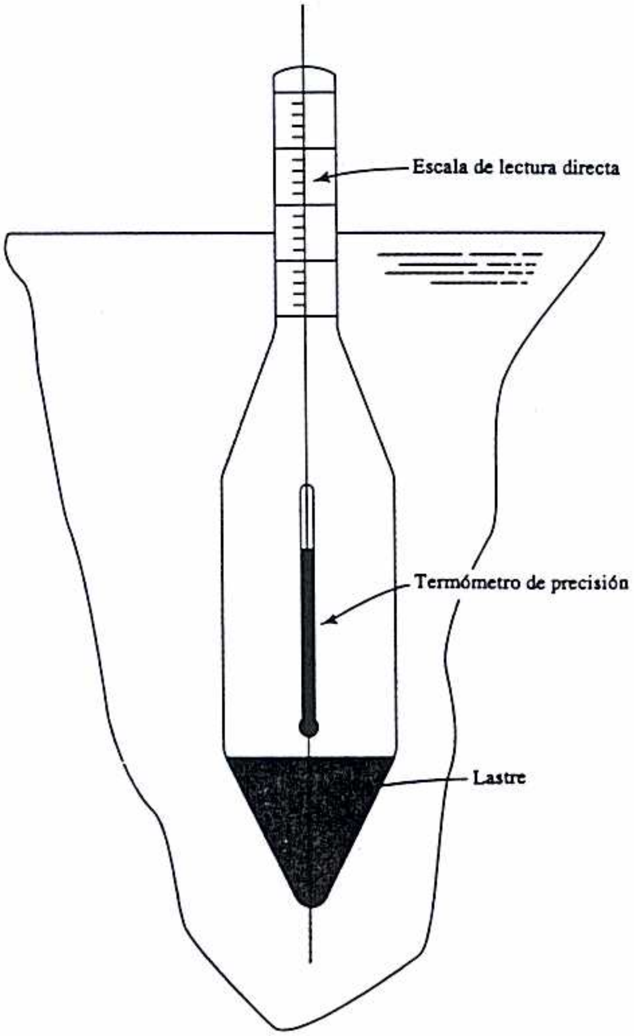


FIGURA 1.5 Hidrómetro con termómetro (termohidrómetro).

REFERENCIAS

1. American Society for Testing and Materials (ASTM). 1987. *Standard D287-82 (reaffirmed 1987): Standard Method for API Gravity of Crude Petroleum and Petroleum Products (Hydrometer Method).* [Norma D287-82 (Reafirmada en 1987): Método estándar de prueba para gravedad API de petróleo crudo y derivados (Método del hidrómetro).] Filadelfia: Autor.

2. _____. 1988. *Standard D941-88: Standard Test Method for Density and Relative Density (Specific Gravity) of Liquids by Lipkin Bicapillary Pycnometer.* [Norma D941-88: Método estándar de prueba para densidad y densidad relativa (gravedad específica) de líquidos mediante el picnómetro bicapilar de Lipkin.] Filadelfia: Autor.

3. _____. 1986. *Standard D1217-86: Standard Test Method for Density and Relative Density (Specific Gravity) of Liquids by Bingham Pycnometer.* [Norma D1217-86: Método estándar de prueba para densidad y densidad relativa (gravedad específica) de líquidos mediante el picnómetro de Bingham.] Filadelfia: Autor.
4. _____. 1985. *Standard D1298-85: Standard Test Method for Density, Relative Density (Specific Gravity), or API Gravity of Crude Petroleum and Liquid Petroleum Products by Hydrometer Method.* [Norma D1298-85: Método estándar de prueba para densidad, densidad relativa (gravedad específica), o gravedad API, de petróleo crudo y derivados líquidos del petróleo mediante el método del hidrómetro.] Filadelfia: Autor.
5. _____. 1986. *Standard D1480-86: Standard Test Method for Density and Relative Density (Specific Gravity) of Viscous Materials by Bingham Pycnometer.* [Norma D1480-86: Método estándar de prueba para densidad y densidad relativa (gravedad específica) de materiales viscosos mediante el picnómetro de Bingham.] Filadelfia: Autor.
6. _____. 1986. *Standard D1481-86: Standard Test Method for Density and Relative Density (Specific Gravity) of Viscous Materials by Lipkin Bicapillary Pycnometer.* [Norma D1481-86: Método estándar de prueba para densidad y densidad relativa (gravedad específica) de materiales viscosos mediante el picnómetro bicapilar de Lipkin.] Filadelfia: Autor.
7. Avallone, Eugene A. y Theodore Baumeister III, editores. 1987. *Marks' Standard Handbook for Mechanical Engineers.* [Manual de normas de Mark para ingenieros mecánicos.] 9ª ed. Nueva York: McGraw-Hill.
8. Bolz, Ray E. y George L. Tuve, editores. 1973. *CRC Handbook of Tables for Applied Engineers Science.* [Manual CRC de tablas para la ciencia aplicada de la ingeniería.] 2ª ed. Boca Raton, Florida: CRC Press, Inc.
9. Cheremisinoff, N. P., editor. 1986. *Encyclopedia of Fluid Mechanics.* [Enciclopedia de mecánica de fluidos], *Flow Phenomena and Measurement* (Fenómenos de Flujo y Medición). Houston, Texas: Gulf Publishing Co. Vol. 1.
10. Heald, CC, editor. 1988. *Cameron Hydraulic Data* (Datos Hidráulicos Cameron). Woodcliff Lake, Nueva Jersey: Ingersoll-Rand, 17ª ed.
11. Miller, R. W. 1983. *Flow Measurement Engineering Handbook* (Manual de medición de flujo para ingeniería). Nueva York: McGraw-Hill.

PROBLEMAS DE PRÁCTICA

Factores de conversión

1.1 Convierta 1250 milímetros a metros.

1.2 Convierta 1600 milímetros cuadrados a metros cuadrados.

1.3 Convierta 3.65×10^3 milímetros cúbicos a metros cúbicos.

1.4 Convierta 2.05 metros cuadrados a milímetros cuadrados.

1.5 Convierta 0.391 metros cúbicos a milímetros cúbicos.

1.6 Convierta 55.0 galones a metros cúbicos.

1.7 Un automóvil se está moviendo a 80 kilómetros por hora. Calcule su velocidad en metros por segundo.

1.8 Convierta una longitud de 25.3 pies a metros.

1.9 Convierta una distancia de 1.86 millas a metros.

1.10 Convierta una longitud de 8.65 pulgadas a milímetros.

1.11 Convierta una distancia de 2580 pies a metros.

1.12 Convierta un volumen de 480 pies cúbicos a metros cúbicos.

1.13 Convierta un volumen de 7390 centímetros cúbicos a metros cúbicos.

1.14 Convierta un volumen de 6.35 litros a metros cúbicos.

1.15 Convierta 6.0 pies por segundo a metros por segundo.

1.16 Convierta 2500 pies cúbicos por minuto a metros cúbicos por segundo.

(*Nota*: En todas las secciones de Problemas de práctica de este libro, los problemas estarán en unidades SI y las del Sistema Británico. Cuando se utilicen unidades SI, el problema vendrá marcado con una "M" y el problema estará impreso en cursivas. Cuando se utilicen unidades del Sistema Británico de Unidades, el problema vendrá marcado con una "E". Cuando se combinen los dos tipos de unidades en un solo problema, éste vendrá marcado con una "C".)

Unidades consistentes en una ecuación

Un cuerpo que se mueve con velocidad constante obedece a la relación $s = vt$, en la que s = distancia, v = velocidad y t = tiempo.

1.17M *Un automóvil se traslada 0.50 km en 10.6 s. Calcule su velocidad promedio en m/s.*

1.18M *En un intento por obtener un récord de velocidad en tierra, un automóvil recorre 1.50 km en 5.2 s. Calcule su velocidad promedio en km/h.*

1.19E Un automóvil recorre 1000 pies en 1.4 s. Calcule su velocidad promedio en mi/h.

1.20E En un intento por obtener un récord de velocidad en tierra, un automóvil recorre una milla en 5.7 s. Calcule la velocidad promedio en mi/h.

Un cuerpo que parte del reposo con aceleración constante se mueve de acuerdo con la relación $s = 1/2at^2$, en la que s = distancia, a = aceleración y t = tiempo.

1.21M *Si un objeto se mueve 3.2 km en 4.7 min, mientras se desplaza con aceleración constante, calcule la aceleración en* m/s^2.

1.22M *Se deja caer un objeto desde una altura de 13 m. Despreciando la resistencia del aire ¿cuánto tiempo le tomará al cuerpo tocar tierra? Utilice* $a = g = 9.81\ m/s^2$.

1.23C Si un cuerpo se mueve 3.2 km en 4.7 min con una aceleración constante, calcule la aceleración en pies/s^2.

1.24E Se deja caer un objeto desde una altura de 53 pulg. Despreciando la resistencia del aire, ¿cuánto tiempo le tomará al cuerpo chocar contra el suelo? Utilice $a = g = 32.2$ pies/s^2.

La fórmula para la energía cinética es $E_c = 1/2mv^2$, en la que m = masa y v = velocidad.

1.25M *Calcule la energía cinética en N · m de una masa de 15 kg si tiene una velocidad de 1.20 m/s.*

1.26M *Calcule la energía cinética en N · m de un camión de 3600 kg que se desplaza a 16 km/h.*

1.27M *Calcule la energía cinética en N · m de una caja de 75 kg que se mueve en una cinta transportadora a 6.85 m/s.*

1.28M *Calcule la masa en kg de un cuerpo si tiene una energía cinética de 38.6 N · m cuando se mueve a 31.5 km/h.*

1.29M *Calcule la masa en gramos de un cuerpo si tiene una energía cinética de 94.6 mN · m cuando se mueve a 2.25 m/s.*

1.30M *Calcule la velocidad en m/s de un objeto de 12 kg si tiene una energía cinética de 15 N · m.*

1.31M *Calcule la velocidad en m/s de un cuerpo de 175 kg si tiene una energía cinética de 212 mN · m.*

1.32E Calcule la energía cinética en pies-lb de una masa de 1 slug si tiene una velocidad de 4 pies/s.

1.33E Calcule la energía cinética en pies-lb de un camión de 8000 lb que se mueve a 10 mi/h.

1.34E Calcule la energía cinética en pies-lb de una caja de 150 lb que se mueve en una cinta transportadora a 20 pies/s.

1.35E Calcule la masa de un cuerpo en slugs si tiene una energía cinética de 15 pies-lb cuando se mueve a 2.2 pies/s.

1.36E Calcule el peso en libras de un cuerpo si posee una energía cinética de 38.6 pies-lb cuando se desplaza a 19.5 mi/h.

1.37E Calcule la velocidad en pies/s de un objeto de 30 lb si tiene una energía cinética de 10 pies-lb.

1.38E Calcule la velocidad en pies/s de un cuerpo de 6 onzas si tiene una energía cinética de 30 pulg-oz.

Una medida del desempeño de un lanzador de beisbol es su promedio obtenido de carreras o ERA (*Earned Run Average*). Éste es el número promedio de carreras obtenidas que ha permitido, si todas las entradas en las que ha lanzado se convirtieran a juegos equivalentes de nueve entradas. Por tanto, las unidades del ERA son carreras por juego.

1.39 Si un lanzador ha permitido 39 carreras durante 141 entradas, calcule su ERA.

1.40 Un lanzador tiene un ERA de 3.12 carreras/juego y ha lanzado 150 entradas. ¿Cuántas carreras obtenidas ha permitido?

1.41 Un lanzador tiene un ERA de 2.79 carreras/juego y ha permitido 40 carreras obtenidas. ¿Cuántas entradas ha lanzado?

1.42 Un lanzador ha permitido 49 carreras obtenidas a lo largo de 123 entradas. Calcule su ERA.

Definición de presión

1.43E Calcule la presión producida sobre el aceite contenido en un cilindro cerrado por un pistón que ejerce una fuerza de 2500 lb sobre éste. El pistón tiene un diámetro de 3.00 pulg.

1.44E Un cilindro hidráulico debe ser capaz de ejercer una fuerza de 8700 lb. El diámetro del pistón es de 1.50 pulg. Calcule la presión requerida en el aceite.

1.45M *Calcule la presión producida sobre el aceite contenido en un cilindro cerrado por un pistón que ejerce una fuerza de 12.0 kN sobre el aceite. El pistón tiene un diámetro de 75 mm.*

1.46M *Un cilindro hidráulico debe ser capaz de ejercer una fuerza de 38.8 kN. El pistón tiene un diámetro de 40 mm. Calcule la presión requerida en el aceite.*

1.47E El gato hidráulico de un taller de servicio automotriz tiene un cilindro con un diámetro de 8.0 pulg. ¿Qué presión debe tener el aceite para ser capaz de elevar un peso de 6000 lb?

1.48E Se utiliza una prensa de acuñación para producir monedas conmemorativas con el rostro de todos los presidentes de los EUA. El proceso de acuñación requiere una fuerza de 18 000 lb. El cilindro hidráulico tiene un diámetro de 2.50 pulg. Calcule la presión de aceite necesaria.

1.49M *La máxima presión que puede obtenerse con un cierto cilindro de potencia de fluido es de 20.5 MPa. Calcule la fuerza que puede ejercer si el diámetro de su pistón es de 50 mm.*

1.50E La máxima presión que puede obtenerse con un cierto cilindro de potencia de fluido es de 6000 lb/pulg^2. Calcule la fuerza que puede ejercer si el diámetro de su pistón es de 2.00 pulg.

1.51E La máxima presión que puede obtenerse con un cierto cilindro de potencia de fluido es de 5000 lb/pulg^2. Calcule el diámetro necesario del pistón si el cilindro debe ejercer una fuerza de 20 000 lb.

1.52M *La máxima presión que puede obtenerse con un cierto cilindro de potencia de fluido es de 15.0 MPa. Calcule el diámetro necesario del pistón si el cilindro debe ejercer una fuerza de 30 kN.*

1.53E Una línea de cilindros de potencia de fluido tienen diámetros que van desde 1.00 pulg hasta 8.00 pulg, en incrementos de 1.00 pulg. Calcule la fuerza que podría ejercerse por cada cilindro con una presión de fluido de 500 lb/pulg^2. Trace una gráfica de la fuerza contra el diámetro del cilindro.

1.54E Una línea de cilindros de potencia de fluido tienen diámetros que van desde 1.00 pulg hasta 8.00 pulg, en incrementos de 1.00 pulg. Calcule la presión requerida por cada cilindro si debe ejercer una fuerza de 5000 lb. Trace una gráfica de la presión contra el diámetro del cilindro.

1.55C Determine su propio peso en newtons. Después calcule la presión en pascales que se crearía en aceite si se parara sobre el pistón de un cilindro con un diámetro de 20 mm. Convierta la presión obtenida a lb/pulg^2.

1.56C Para la presión que calculó en el problema 1.55, calcule la fuerza en newtons que podría ejercerse sobre un pistón con un diámetro de 250 mm. Luego, convierta la fuerza resultante a libras.

Módulo volumétrico

1.57C Calcule el cambio de presión requerido para ocasionar una disminución en el volumen de alcohol etílico de un 1.00 por ciento. Exprese el resultado en lb/pulg^2 y en MPa.

1.58C Calcule el cambio de presión requerido para ocasionar una disminución en el volumen de mercurio de un 1.00 por ciento. Exprese el resultado tanto en lb/pulg^2 como en MPa.

1.59C Calcule el cambio de presión requerido para ocasionar una disminución en el volumen de aceite industrial de un 1.00 por ciento. Exprese el resultado tanto en lb/pulg^2 como en MPa.

1.60E Para las condiciones descritas en el problema 1.59, suponga que el 1.00 por ciento del cambio de volumen se presenta en un cilindro que tiene un diámetro interior de 1.00 pulg y una longitud de 12.00 pulg. Calcule la distancia axial que el pistón debe recorrer mientras se da el cambio de volumen.

1.61E Un cierto sistema hidráulico opera a 3000 lb/pulg^2. Calcule el cambio porcentual en el volumen de aceite del sistema mientras la presión se aumenta desde cero hasta 3000 lb/pulg^2, si el aceite es parecido al aceite industrial que viene en la tabla 1.2.

1.62M *Un cierto sistema hidráulico opera a 20.0 MPa. Calcule el cambio porcentual en el volumen de aceite del sistema si el aceite es parecido al aceite industrial que se menciona en la tabla 1.2.*

1.63E Una medida de la rigidez de un sistema de operación lineal es la cantidad de fuerza que se requiere para ocasionar una cierta desviación lineal. Para un dispositivo de operación que posee un diámetro interior de 0.50 pulg y una longitud de 42.0 pulg, y que está lleno de aceite industrial, calcule su rigidez en lb/pulg.

1.64E Repita el problema 1.63, pero cambie la longitud del cilindro a 10.0 pulg. Compare los resultados.

1.65E Repita el problema 1.63, pero cambie el diámetro del cilindro a 2.00 pulg. Compare los resultados.

1.66E Utilizando los resultados de los problemas 1.63, 1.64 y 1.65, plantee una conclusión acerca del diseño general para lograr un sistema muy rígido.

Fuerza y masa

1.67M *Calcule la masa de una lata de aceite si pesa 610 N.*

1.68M *Calcule la masa de un tanque de gasolina si pesa 1.35 kN.*

1.69M *Calcule el peso de un metro cúbico de queroseno si tiene una masa de 825 kg.*

1.70M *Calcule el peso de una jarra de aceite de linaza si tiene una masa de 450 g.*

1.71E Calcule la masa de un galón de aceite si su peso es de 7.8 lb.

1.72E Calcule la masa de un pie cúbico de gasolina si su peso es de 42.0 lb.

1.73E Calcule el peso de un pie cúbico de queroseno si su masa es de 1.58 slugs.

1.74E Calcule el peso de un galón de agua si tiene una masa de 0.258 slugs.

1.75C Suponga que un hombre pesa 160 lb (fuerza).

a. Calcule su masa en slugs.

b. Calcule su peso en N.

c. Calcule su masa en kg.

1.76C En los EUA, la hamburguesa y otros tipos de carnes se venden por libra. Suponiendo que se trata de 1.00 lb fuerza, calcule su masa en slugs y en kg, y su peso en N.

1.77M *La tonelada métrica es igual a 1000 kg (masa). Calcule la fuerza en newtons que se necesita para levantar una tonelada métrica.*

1.78C Convierta la fuerza encontrada en el problema 1.77 a libras.

1.79C Determine su propio peso en libras y en newtons, y su propia masa en slugs y en kilogramos.

Densidad, peso específico y gravedad específica

1.80M *La gravedad específica del benceno es de 0.876. Calcule su peso específico y su densidad en unidades SI.*

1.81M *El aire a 16 °C y a presión atmosférica estándar tiene un peso específico de 12.02 N/m³. Calcule su densidad.*

1.82M *El dióxido de carbono tiene una densidad de 1.964 kg/m³ a 0 °C. Calcule su peso específico.*

1.83M *Un cierto aceite lubricante medio tiene un peso específico de 8.860 kN/m³ a 5 °C y de 8.483 a 50 °C. Calcule su gravedad específica en cada temperatura.*

1.84M *A 100 °C, el mercurio tiene un peso específico de 130.4 kN/m³. ¿Qué volumen de mercurio pesaría 2.25 kN?*

1.85M *Una lata cilíndrica de 150 mm de diámetro está llena hasta una profundidad de 100 mm con aceite combustible. El aceite tiene una masa de 1.56 kg. Calcule su densidad, peso específico y gravedad específica.*

1.86M *La glicerina tiene una gravedad específica de 1.258. ¿Cuánto pesarán 0.50 m³ de glicerina? ¿Cuál sería su masa?*

1.87M *El tanque de combustible de un automóvil tiene una capacidad de 0.095 m³. Si está lleno de gasolina que tiene una gravedad específica de 0.68, calcule el peso del combustible.*

1.88M *La densidad del ácido muriático es de 1200 kg/m³. Calcule su peso específico y su gravedad específica.*

1.89M *El amoniaco líquido tiene una gravedad específica de 0.826. Calcule el volumen de amoniaco que tendría un peso de 22.0 N.*

1.90M *El vinagre tiene una densidad de 1080 kg/m³. Calcule su peso específico y su gravedad específica.*

1.91M *El alcohol de metilo tiene una gravedad específica de 0.789. Calcule su densidad y su peso específico.*

1.92M *Un recipiente cilíndrico tiene 150 mm de diámetro y pesa 2.25 N cuando se encuentra vacío. Cuando está lleno hasta una profundidad de 200 mm con un cierto aceite, pesa 35.4 N. Calcule la gravedad específica del aceite.*

1.93M *Un tanque de almacenamiento de gasolina (sg = 0.68) consiste en un cilindro vertical de 10 m de diámetro. Si está lleno hasta una profundidad de 6.75 m, calcule el peso y la masa de la gasolina.*

1.94M *¿Qué volumen de mercurio (sg = 13.54) pesaría lo mismo que 0.020 m³ de aceite de linaza, que tiene un peso específico de 9.42 kN/m³?*

1.95M *Una roca tiene una gravedad específica de 2.32 y un volumen de 1.42×10^{-4} m³. ¿De cuánto es su peso?*

1.96E La gravedad específica del benceno es de 0.876. Calcule su peso específico y su densidad en unidades del Sistema Británico de Unidades.

1.97E El aire a 59 °F y a presión atmosférica estándar tiene un peso específico de 0.0765 lb/pies³. Calcule su densidad.

1.98E El dióxido de carbono tiene una densidad de 0.003 81 slug/pies³ a 32 °F. Calcule su peso específico.

1.99E Un cierto aceite lubricante medio tiene un peso específico de 56.4 lb/pies³ a 40 °F y de 54.0 lb/pies³ a 120 °F. Calcule su gravedad específica a cada temperatura.

1.100E A 212 °F, el mercurio tiene un peso específico de 834 lb/pies³. ¿Qué volumen de mercurio pesaría 500 lb?

1.101E Un galón de un cierto aceite combustible pesa 7.50 lb. Calcule su peso específico, su densidad y su gravedad específica.

1.102E La glicerina tiene una gravedad específica de 1.258. ¿Qué peso tendrán 50 galones de glicerina?

1.103E El tanque de combustible de un automóvil tiene una capacidad de 25.0 gal. Si está lleno de gasolina que tiene una densidad de 1.32 slug/pies³, calcule el peso del combustible.

1.104C La densidad del ácido muriático es de 1.20 g/cm³. Calcule su densidad en slug/pies³, su peso específico en lb/pies³ y su gravedad específica. (Observe que la gravedad específica y la densidad en g/cm³ son iguales numéricamente.)

1.105C El amoniaco líquido tiene una gravedad específica de 0.826. Calcule el volumen en cm³ que tendría un peso de 5.0 lb.

1.106C El vinagre tiene una densidad de 1.08 g/cm³. Calcule su peso específico en lb/pies³.

1.107C El alcohol tiene una gravedad específica de 0.79. Calcule su densidad tanto en slug/pies^3 como en g/cm^3.

1.108E Un recipiente cilíndrico tiene 6.0 pulg de diámetro y pesa 0.50 lb cuando se encuentra vacío. Cuando está lleno hasta una profundidad de 8.0 pulg con un cierto aceite, pesa 7.95 lb. Calcule la gravedad específica del aceite.

1.109E Un tanque de almacenamiento de gasolina (sg = 0.68) consiste en un cilindro vertical de 30 pies de diámetro. Si está lleno hasta una profundidad de 22 pies, calcule la cantidad de galones de gasolina que hay en el tanque y su peso.

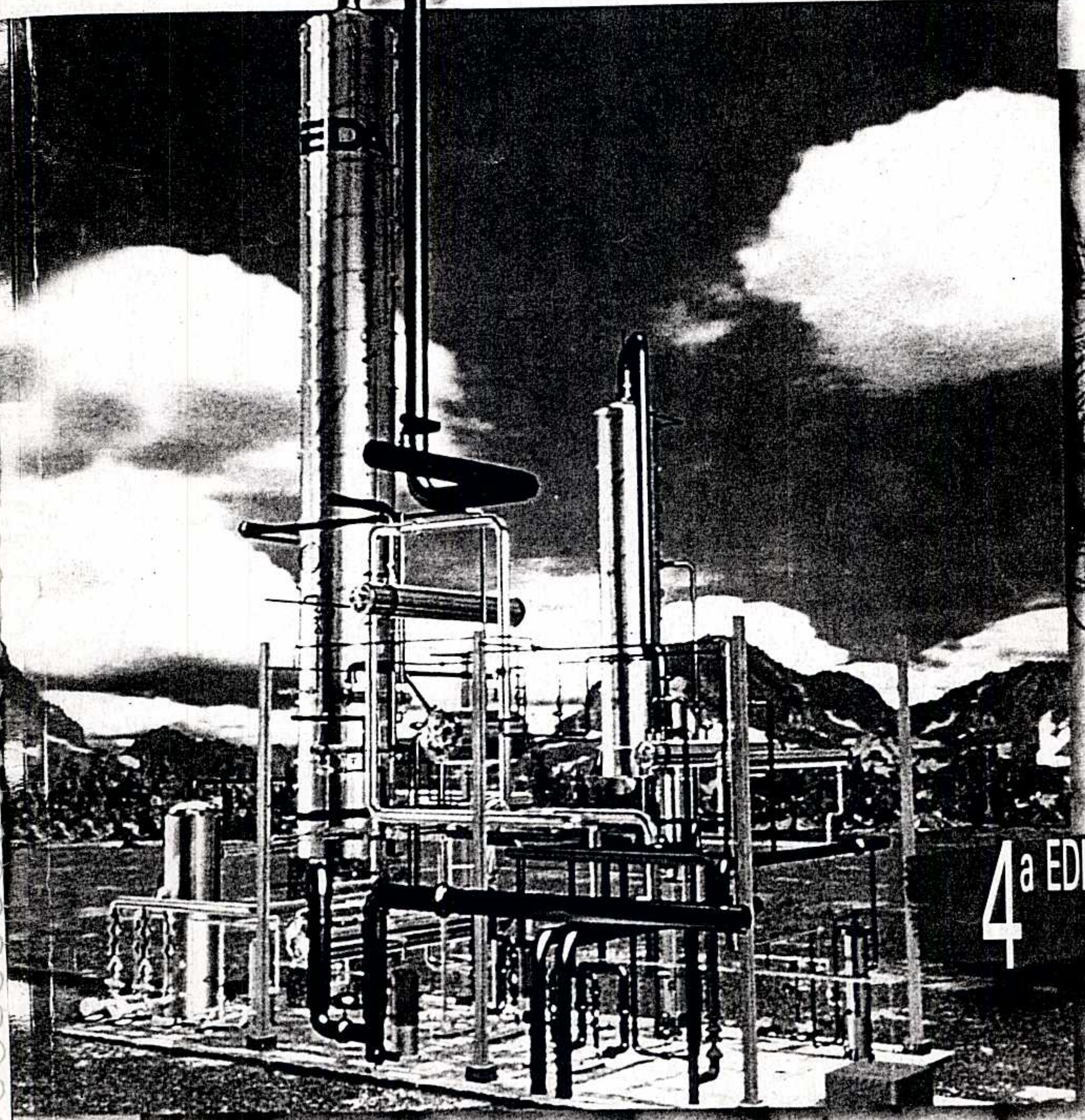
1.110E ¿Qué cantidad de galones de mercurio (sg = 13.54) tendrían el mismo peso que 5 galones de aceite de linaza, que tiene un peso específico de 59.69 lb/pies^3?

1.111E Una roca tiene una gravedad específica de 2.32 y un volumen de 8.64 pulg^3. ¿Cuál es su peso?

TAREAS DE PROGRAMACIÓN EN COMPUTADORA

1. Escriba un programa que calcule el peso específico del agua para una temperatura dada, utilizando los datos que aparecen en el apéndice A. El programa podría ser parte de un programa más extenso que se podría escribir más adelante. Se pueden utilizar las siguientes opciones:
   - **a.** Introduzca en un ordenamiento los datos de la tabla de pesos específicos como función de la temperatura. Luego, para una temperatura específica, busque en el ordenamiento el peso específico correspondiente. Interpole las temperaturas entre los valores dados en la tabla.
   - **b.** Incluya los datos tanto en unidades SI como en unidades del Sistema Británico de Unidades.
   - **c.** Incluya la densidad.
   - **d.** Incluya notas de verificación en el programa para asegurarse de que la temperatura especificada está dentro del intervalo dado en las tablas (es decir, por encima del punto de congelación y por debajo del punto de ebullición).
   - **e.** En lugar de utilizar el planteamiento de búsqueda en la tabla, use una técnica de ajuste de curva para obtener ecuaciones de las propiedades del agua contra la temperatura. Después calcule el valor de la propiedad deseada para cualquier temperatura especificada.

CARLOS COOPER ARIAS



4a EDICION

MECANICA DE FLUIDOS APLICADA

ROBERT L. MOTT

PEARSON

PRENTICE HALL

A mi esposa Marge;
nuestros hijos Lynné, Robert Jr. y Stephen;
y a mis padres.

Mecánica de fluidos aplicada

Mecánica de fluidos aplicada

Cuarta edición

Robert L. Mott
Universidad de Dayton

TRADUCCIÓN:

Carlos Roberto Cordero Pedraza
Traductor Profesional

A. Homero Flores Samaniego
Colegio de Ciencias y Humanidades,
Universidad Nacional Autónoma de México

REVISIÓN TÉCNICA:

Miguel Chacón Paz
Ing. Industrial Especialidad Mecánica
CENETI
Profesor Investigador
Universidad Autónoma Metropolitana–Azcapotzalco

PEARSON

PRENTICE
HALL

Addison
Wesley
Longman

MÉXICO • ARGENTINA • BOLIVIA • BRASIL • COLOMBIA • COSTA RICA • CHILE • ECUADOR
EL SALVADOR • ESPAÑA • GUATEMALA • HONDURAS • NICARAGUA • PANAMÁ
PARAGUAY • PERÚ • PUERTO RICO • REPÚBLICA DOMINICANA• URUGUAY • VENEZUELA

AMSTERDAM • HARLOW • MIAMI • MUNICH • NUEVA DELHI • MENLO PARK • NUEVA JERSEY
NUEVA YORK • ONTARIO • PARÍS • SINGAPUR • SYDNEY • TOKIO • TORONTO • ZURICH

EDICIÓN EN INGLÉS:

Cover art: Rendering artist Larry Hewitt, Modern Medium Inc., Portland, OR for EDA, Berkeley, CA
Editor: Stephen Helba
Developmental Editor: Monica Ohlinger
Production Editor: Louise N. Sette
Art Coordinator: Lorraine Woost
Text Designer: Anne Flanagan
Cover Designer: Thomas Mack
Production Buyer: Patricia A. Tonneman
Illustrations: Academy ArtWorks, Inc.

MOTT: MECÁNICA DE FLUIDOS APLICADA, 4a. Ed.

Traducido del inglés de la obra: **Applied Fluid Mechanics, Fourth Edition**

All rights reserved. Authorized translation from English language edition published by Prentice-Hall Inc.

Todos los derechos reservados. Traducción autorizada de la edición en inglés publicada por Prentice-Hall Inc.

All rights reserved. No part of this book may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording or by any information storage and retrieval system, without permission in writting from the publisher.

Prohibida la reproducción total o parcial de esta obra, por cualquier medio o método sin autorización por escrito del editor.

Derechos reservados © 1996 respecto a la primera edición en español publicada por
Prentice Hall Hispanoamericana, S.A.
Calle 4 N° 25-2° piso Fracc. Ind. Alce Blanco,
Naucalpan de Juárez, Edo. de México,
C.P. 53370
ISBN 968-880-542-4

Miembro de la Cámara Nacional de la Industria Editorial, Reg. Núm. 1524

Original English Language Edition Published by Prentice-Hall Inc.
Copyright © MCMXCIV
All rights reserved

ISBN 0-02-384231-8

AGO

LITOGRAFICA INGRAMEX, S.A. DE C.V.
CENTENO NO. 162-1
MEXICO, D.F.
C.P. 09810

1996

IMPRESO EN MÉXICO/PRINTED IN MEXICO

Prefacio

Introducción

El objetivo de este libro es presentar los principios de la mecánica de fluidos y la aplicación de tales principios a problemas prácticos y de aplicación. El énfasis principal se pone en las propiedades de los fluidos, estática de fluidos, flujo de fluidos en conductos circulares y no circulares, selección de bombas y su aplicación, flujo de canal abierto, fuerzas desarrolladas por fluidos en movimiento, diseño y análisis de conductos HVAC, flujo de gases, y la medición de presión, densidad, viscosidad y flujo.

Entre las aplicaciones en el campo de la mecánica se incluyen potencia de fluido, calentamiento, ventilación y acondicionamiento de aire (HVAC); en el campo de la química se incluyen flujo en sistemas de procesamiento de materiales; y en los campos civil y ambiental tenemos aplicaciones en sistemas de agua y de desechos de agua, sistemas de almacenamiento de fluidos y de distribución, y flujo de canal abierto. Este libro está dirigido a cualquier persona que se desempeñe en algún campo de la ingeniería en el que la habilidad para aplicar los principios de la mecánica de fluidos es el principal objetivo.

Se espera que las personas que utilicen el libro tengan un buen conocimiento de álgebra, trigonometría y mecánica física. Después de terminar el texto, el lector deberá tener la habilidad para diseñar y analizar sistemas prácticos de flujo de fluidos y de seguir aprendiendo en el campo. Otros cursos aplicados, como potencia de fluidos, HVAC e hidráulica civil pueden enseñarse siguiendo el presente texto. Alternativamente, este libro podría ser utilizado para enseñar temas selectos de mecánica de fluidos dentro de tales cursos.

Enfoque

El enfoque utilizado en este libro anima al estudiante a involucrarse en el aprendizaje de los principios de la mecánica de fluidos en cinco niveles:

1. El entendimiento de conceptos.
2. El reconocimiento del planteamiento lógico de la solución de problemas.
3. La habilidad de entender los detalles requeridos en la resolución de problemas.
4. La habilidad de criticar el diseño de un sistema dado y de recomendar mejoras.
5. La habilidad de diseñar sistemas de fluidos prácticos y eficientes.

Este enfoque de varios niveles ha tenido éxito en la construcción de la confianza de los estudiantes en su capacidad de analizar y diseñar sistemas de fluidos.

Los conceptos son presentados en un lenguaje claro y se ilustran con referencia a sistemas físicos con los cuales el lector debería estar familiarizado. Para cada concepto se da una justificación intuitiva, así como una base matemática. Los métodos de solución de muchos tipos de problemas complejos se presentan siguiendo procedimientos paso a paso. Se pone énfasis en la importancia de reconocer las relaciones entre lo que se conoce, lo que se debe encontrar y la elección de un procedimiento de resolución.

Muchos problemas prácticos de la mecánica de fluidos requieren procedimientos de resolución relativamente largos. He tenido la experiencia de que los estudiantes, a menudo, tienen dificultad en obtener los detalles de la solución. Por esta razón, cada ejemplo ilustrativo se trabaja detalladamente, incluyendo el manejo de unidades en las ecuaciones. En los ejemplos más complicados, se utiliza un formato de instrucciones programado, en el cual se le pide al estudiante que efectúe una pequeña parte de la solución antes de mostrarle el resultado correcto. Los programas son del tipo lineal, en los que en un panel se presenta un concepto y luego se establece una pregunta o se le pide al lector que realice una cierta operación. El siguiente panel da la respuesta correcta y los detalles del procedimiento con el cual se le encontró. Luego continúa el programa. Tareas de programación en computadora se incluyen en nueve capítulos para animar a los estudiantes a utilizar la computadora en la resolución de problemas más largos y con más cantidad de cálculos. Se incluyen cuarenta y dos tareas de programación.

El Sistema Internacional (Système International) de Unidades (SI) y el Sistema Británico de Unidades se utilizan aproximadamente de igual manera. La notación SI que se presenta en este libro sigue las orientaciones establecidas por el Consejo Nacional Americano de Métrica (American National Metric Council). Se utilizan también otras referencias:

> Norma Internacional ISO 1000, *Unidades SI y Recomendaciones para el Uso de sus Múltiplos y de Ciertas Otras Unidades*, Organización Internacional para Estandarización.
> *Orientación y Guía ASME para el Uso de las Unidades (Métrica) SI*, 5ª edición, Sociedad Americana de Ingenieros Mecánicos.
> *Unidades SI en Mecánica de fluidos*, Sociedad Americana de Ingenieros Mecánicos.

Características nuevas de la cuarta edición

La cuarta edición continúa con el mismo patrón de ediciones anteriores en cuanto al refinamiento en la presentación de varios temas, al mejoramiento del atractivo visual y manejabilidad del libro, a la actualización de los datos y de las técnicas de análisis, y a la añadidura selectiva de nuevo material. La siguiente lista resalta algunos de los cambios de la cuarta edición:

- El uso de distintos elementos gráficos hace más atractivo el libro. Pero, lo que es más importante, mejora el aprendizaje del estudiante y su rapidez de comprensión. Se resaltan, con distintos tonos de gris, los fluidos que se presentan en las figuras al igual que las curvas y las gráficas, para distinguirlas de las líneas. Esto resulta especialmente efectivo en los diagramas de Moody que se presentan en el capítulo 9 y en las curvas de desempeño de bombas que aparecen en el capítulo 15.
- A través del libro, las fórmulas principales están resaltadas y rotuladas con etiquetas en el margen izquierdo, de manera que los lectores puedan encontrarlas fácilmente para su repaso o para utilizarlas en la resolución de problemas.

- En el capítulo 1 se incluye nueva información sobre mediciones de viscosidad y de gravedad específica con referencias a las normas actualizadas de la Sociedad Norteamericana para Pruebas y Materiales (ASTM [American Society for Testing and Materials]).
- En el capítulo 2 se presentan nuevas fotografías de aparatos e instrumentos de medición de viscosidad, junto con normas nuevas y ampliamente revisadas para los grados SAE de aceites lubricantes y los Grados de Viscosidad ISO. La SAE utiliza ahora el viscómetro de vidrio capilar calibrado como norma, en lugar del viscómetro de Saybolt.
- En el capítulo 3 se incluyen nuevas fotografías de instrumentos de medición de presión disponibles comercialmente.
- El libro, incluye una versión de formato grande del diagrama de Moody para los factores de fricción, lo cual permite al lector tenerlo a su lado sobre la mesa cuando resuelva problemas.
- El capítulo 9 contiene un planteamiento completamente nuevo para el cálculo de los factores de fricción para el flujo de fluidos en conductos y tubos, basado en el trabajo de Swamee y Jain, que permite hacer un cálculo directo y en un solo paso.
- El método de Hazen-Williams para el análisis del flujo de agua en conductos, que se volvió muy popular en el campo de la ingeniería civil y ambiental, se incluye en el capítulo 9.
- Los datos correspondientes a pérdidas menores del capítulo 10 se enriquecieron con nueva información, adaptada de la última versión del Artículo Técnico 410 de la Crane Company y de los *Cameron Hydraulic Data* (Datos Hidráulicos Cameron) de la Ingersoll-Rand. Los coeficientes de pérdida mínima se representan ahora con K en lugar de C_L.
- El análisis de problemas de líneas de tubería en serie del capítulo 11 se modificó con críticas al diseño de sistemas y con la inclusión de factores de fricción calculados en los problemas correspondientes a Clases I y III.
- La resolución de los problemas de flujos en paralelo que aparecen en el capítulo 12, fue replanteada haciendo uso, ahora, de los factores de fricción calculados.
- El capítulo 14, *Mediciones de flujo*, incluye ahora un análisis de rapidez de flujo de masa y varias fotografías nuevas.
- En el capítulo 15 se añadieron las curvas de desempeño de seis nuevas bombas centrífugas; lo cual cubre una amplia variedad de capacidades normales y capacidades de cabeza totales, y permite al instructor crear un conjunto virtualmente ilimitado de tareas sobre selección y aplicación de bombas.
- Se actualizaron los datos concernientes a los coeficientes de arrastre del capítulo 17.
- El capítulo 18 de la tercera edición se dividió en dos capítulos, quedando el análisis de ventiladores y compresores, y el análisis del flujo de gases en el capítulo 18, y el diseño y análisis de conductos en el nuevo capítulo 19.
- Varias de las tablas que se señalan como Apéndice se modificaron totalmente. Los datos correspondientes a las dimensiones de conductos y tubos en unidades SI y del Sistema Británico de Unidades se integraron en las mismas tablas. Se añadieron los datos para tubos de hierro dúctil, que se utilizan a menudo en sistemas de transporte de agua. También se incluye una tabla con las áreas de los círculos. La tabla de propiedades típicas de aceites lubricantes se modificó completamente. Los datos correspondientes a las propiedades de la atmósfera ahora contienen tanto unidades SI como las del Sistema Británico, y se le ha agregado una nueva gráfica sobre la variación de la presión y la temperatura con respecto a la altitud.

Reconocimientos

Me gustaría agradecer a todos los que me ayudaron y animaron en la escritura de este libro, incluyendo a lectores de la tercera edición y a los diferentes revisores que me proporcionaron sugerencias detalladas: John Fletcher, Hudson Valley Community College; Peggy R. Geier, Lawrence Technological University; Matthew Kovac, Butler County Community College; Thomas J. Lepore, Hartford State Technical College; Paul Ricketts, New Mexico State University; David J. Unger; Steve Wells, Old Dominion University; y Donald L. Young, California State Polytechnic University. Un especial agradecimiento a mis colegas Jesse H. Wilder, David H. Myszka y Joseph A. Untener de la Universidad de Dayton, quienes utilizaron la tercera edición de este libro en clase muchas veces y me han hecho útiles sugerencias. Robert L. Wolff, también de la Universidad de Dayton, ha sido de mucha ayuda en la asesoría sobre el uso del sistema SI de unidades, basado en su larga experiencia en metricación en la Sociedad Americana para la Educación en Ingeniería (American Society for Engineering Education). También son de apreciar los comentarios de los estudiantes que han utilizado el libro, ya que éste ha sido escrito para ellos.

Robert L. Mott

Contenido

CAPÍTULO 1
NATURALEZA DE LOS FLUIDOS 1

1.1 Objetivos del libro 1
1.2 Objetivos del capítulo 2
1.3 Diferencia entre líquidos y gases 2
1.4 Fuerza y masa 3
1.5 Sistema Internacional de Unidades (SI) 3
1.6 Sistema Británico de Unidades 5
1.7 Unidades consistentes en una ecuación 6
1.8 Definición de presión 9
1.9 Compresibilidad 11
1.10 Densidad, peso específico y gravedad específica 12
Referencias 17
Problemas de práctica 18
Tareas de programación en computadora 22

CAPÍTULO 2
VISCOSIDAD DE LOS FLUIDOS 23

2.1 Objetivos 23
2.2 Viscosidad dinámica 23
2.3 Viscosidad cinemática 25
2.4 Fluidos newtonianos y no newtonianos 26
2.5 Variación de la viscosidad con la temperatura 27
2.6 Medición de la viscosidad 29
2.7 Grados de viscosidad SAE 35
2.8 Grados de viscosidad ISO 38
Referencias 39
Problemas de práctica 40
Tareas de programación en computadora 41

CAPÍTULO 3
MEDICIÓN DE PRESIÓN 43

3.1 Objetivos 43
3.2 Presión absoluta y manométrica 43
3.3 Relación entre presión y elevación 46

3.4 Desarrollo de la relación presión-elevación 48
3.5 Paradoja de Pascal 52
3.6 Manómetros 53
3.7 Barómetros 59
3.8 Medidores y transductores de presión 60
3.9 Transductores de presión 62
3.10 Presión expresada como la altura de una columna de líquido 65
Referencias 65
Problemas de práctica 66

CAPÍTULO 4

FUERZAS SOBRE ÁREAS PLANAS Y CURVAS SUMERGIDAS **75**

4.1 Objetivos 75
4.2 Gases bajo presión 77
4.3 Superficies planas horizontales bajo líquidos 78
4.4 Paredes rectangulares 78
4.5 Áreas planas sumergidas-general 82
4.6 Desarrollo del procedimiento general para fuerzas sobre áreas planas sumergidas 85
4.7 Cabeza piezométrica 88
4.8 Distribución de fuerzas sobre una superficie curva sumergida 89
4.9 Efecto de una presión sobre la superficie del fluido 95
4.10 Fuerzas sobre una superficie curva con fluido por debajo de ella 95
4.11 Fuerzas sobre superficies curvas con fluido por encima y por abajo de ellas 97
Problemas de práctica 98
Tareas de programación en computadora 113

CAPÍTULO 5

FLOTABILIDAD Y ESTABILIDAD **115**

5.1 Objetivos 115
5.2 Flotabilidad 115
5.3 Estabilidad de los cuerpos en un fluido 124
5.4 Estabilidad de cuerpos completamente sumergidos 124
5.5 Estabilidad de cuerpos flotantes 126
5.6 Grado de estabilidad 132
Referencia 133
Problemas de práctica 134
Tareas de programación en computadora 143

CAPÍTULO 6

FLUJO DE FLUIDOS Y LA ECUACIÓN DE BERNOULLI **145**

6.1 Objetivos 145
6.2 Rapidez de flujo de fluido 146

6.3 Ecuación de continuidad 148
6.4 Conductos y tuberías comercialmente disponibles 150
6.5 Velocidad de flujo recomendada en conductos y tuberías 152
6.6 Flujo en secciones no circulares 153
6.7 Conservación de la energía: Ecuación de Bernoulli 155
6.8 Interpretación de la ecuación de Bernoulli 157
6.9 Restricciones a la ecuación de Bernoulli 159
6.10 Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli 159
6.11 Teorema de Torricelli 169
6.12 Flujo debido a una cabeza en descenso 173
Referencia 176
Problemas de práctica 176
Tareas de programación en computadora 189

CAPÍTULO 7
ECUACIÓN GENERAL DE LA ENERGÍA 191

7.1 Objetivos 191
7.2 Pérdidas y adiciones de energía 191
7.3 Nomenclatura de pérdidas y adiciones de energía 195
7.4 Ecuación general de la energía 195
7.5 Potencia requerida por bombas 200
7.6 Potencia suministrada a motores de fluido 204
Problemas de práctica 206

CAPÍTULO 8
NÚMERO DE REYNOLDS, FLUJO LAMINAR Y FLUJO TURBULENTO 219

8.1 Objetivos 219
8.2 Flujo laminar y flujo turbulento 219
8.3 Número de Reynolds 221
8.4 Números de Reynolds críticos 222
8.5 Perfiles de velocidad 224
8.6 Radio hidráulico para secciones transversales no circulares 227
8.7 Números de Reynolds para secciones transversales no circulares cerradas 228
Referencias 230
Problemas de práctica 230

CAPÍTULO 9
PÉRDIDAS DE ENERGÍA DEBIDO A LA FRICCIÓN 237

9.1 Objetivos 237
9.2 Ecuación de Darcy 237
9.3 Pérdidas de fricción en flujo laminar 238
9.4 Pérdidas de fricción en flujo turbulento 239
9.5 Ecuaciones del factor de fricción 246

9.6 Pérdidas de fricción en secciones transversales no circulares 248
9.7 Perfil de velocidad para flujo turbulento 250
9.8 Fórmula de Hazen-Williams para flujo de agua 252
9.9 Otras formas de la fórmula de Hazen-Williams 255
9.10 Nomografía para resolver la fórmula de Hazen-Williams 255
Referencias 257
Problemas de práctica 257
Tareas de programación en computadora 266

CAPÍTULO 10
PÉRDIDAS MENORES 267

10.1 Objetivos 267
10.2 Fuentes de pérdidas menores 267
10.3 Coeficiente de resistencia 268
10.4 Dilatación súbita 268
10.5 Pérdida de salida 271
10.6 Dilatación gradual 272
10.7 Contracción súbita 274
10.8 Contracción gradual 276
10.9 Pérdida de entrada 279
10.10 Coeficientes de resistencia para válvulas y junturas 280
10.11 Codos de tubería 286
Referencias 288
Problemas de práctica 288

CAPÍTULO 11
SISTEMAS DE LÍNEA DE TUBERÍA EN SERIE 293

11.1 Objetivos 293
11.2 Clasificaciones de sistemas 293
11.3 Sistemas Clase I 295
11.4 Sistemas Clase II 300
11.5 Sistemas Clase III 310
11.6 Asistencias al diseño de tuberías 316
Referencias 316
Problemas de práctica 317
Tareas de programación en computadora 326

CAPÍTULO 12
SISTEMAS DE LÍNEA DE TUBERÍA PARALELOS 327

12.1 Objetivos 327
12.2 Principios que rigen los sistemas de línea de tubería paralelos 327
12.3 Sistemas con dos ramas 329
12.4 Sistemas con tres o más ramas: Redes 336

Referencia 345
Problemas de práctica 345
Tareas de programación en computadora 349

CAPÍTULO 13
FLUJO EN CANAL ABIERTO 351

13.1 Objetivos 351
13.2 Radio hidráulico 351
13.3 Clasificación del flujo en canal abierto 353
13.4 Número de Reynolds en el flujo en canal abierto 354
13.5 Tipos de flujo en canal abierto 355
13.6 Flujo estable uniforme en canales abiertos 356
13.7 Geometría de los canales abiertos típicos 362
13.8 Las formas más eficientes para canales abiertos 365
13.9 Flujo crítico y energía específica 367
13.10 Salto hidráulico 368
Referencias 371
Problemas de práctica 371
Tareas de programación en computadora 374

CAPÍTULO 14
MEDICIONES DE FLUJO 375

14.1 Objetivos 375
14.2 Factores para la selección de fluxómetros 376
14.3 Medidores de cabeza variable 377
14.4 Medidores de área variable 386
14.5 Fluxómetro de turbina 387
14.6 Fluxómetro de vórtice 388
14.7 Fluxómetro magnético 389
14.8 Medición de flujo de masa 389
14.9 Sondas de velocidad 392
14.10 Adquisición y procesamiento de datos basados en computadora 398
14.11 Medición de flujo en canal abierto 400
Referencias 403
Preguntas de repaso 403
Problemas de práctica 404
Tareas de programación en computadora 405

CAPÍTULO 15
SELECCIÓN Y APLICACIÓN DE BOMBAS 407

15.1 Objetivos 407
15.2 Parámetros implicados en la selección de una bomba 408
15.3 Tipos de bombas 408
15.4 Datos de funcionamiento de bombas de desplazamiento positivo 418

15.5 Datos de funcionamiento de bombas centrífugas 419
15.6 Leyes de afinidad para bombas centrífugas 421
15.7 Datos de los fabricantes de bombas centrífugas 422
15.8 El punto de operación de una bomba 430
15.9 Selección de una bomba 432
15.10 Cabeza de succión positiva neta 435
15.11 Detalles de la línea de succión 438
15.12 Detalles de la línea de descarga 439
Referencias 441
Problemas de práctica 441
Problemas de diseño 443
Problema de diseño inclusivo 445

CAPÍTULO 16
FUERZAS DEBIDO A FLUIDOS EN MOVIMIENTO 449

16.1 Objetivos 449
16.2 Ecuación de fuerza 449
16.3 Ecuación de impulso-momentum 450
16.4 Método de solución de problemas utilizando la ecuación de fuerza 451
16.5 Fuerzas sobre objetos estacionarios 451
16.6 Fuerzas en codos en líneas de tubería 454
16.7 Fuerzas sobre objetos en movimiento 458
Problemas de práctica 459

CAPÍTULO 17
ARRASTRE Y SUSTENTACIÓN 467

17.1 Objetivos 467
17.2 Ecuación de la fuerza de arrastre 468
17.3 Presión de arrastre 469
17.4 Coeficiente de arrastre 470
17.5 Fricción de arrastre sobre esferas en flujo laminar 477
17.6 Arrastre de vehículos 478
17.7 Efectos de compresibilidad y cavitación 481
17.8 Sustentación y arrastre en superficies de sustentación 481
Referencias 484
Problemas de práctica 485

CAPÍTULO 18
VENTILADORES, SOPLADORES, COMPRESORES Y EL FLUJO DE GASES 491

18.1 Objetivos 491
18.2 Presiones y velocidades de flujo de gas 491
18.3 Clasificación de ventiladores, sopladores y compresores 492

18.4 Flujo de aire comprimido y de otros gases en tuberías 498
18.5 Flujo de aire y otros gases a través de boquillas 505
Referencias 513
Problemas de práctica 513
Tareas de programación en computadora 515

CAPÍTULO 19
FLUJO DE AIRE EN DUCTOS 517

19.1 Objetivos 517
19.2 Un ejemplo de sistema de distribución de aire 517
19.3 Pérdidas de energía en ductos 519
19.4 Ejemplo de diseño de ductos 524
Referencias 530
Problemas de práctica 531

APÉNDICES

A Propiedades del agua 535
B Propiedades de líquidos comunes 537
C Propiedades típicas de aceites lubricantes de petróleo 539
D Variación de la viscosidad con la temperatura 541
E Propiedades del aire 545
F Dimensiones de tubos de acero 549
G Dimensiones de tuberías de acero 551
H Dimensiones de tuberías de cobre tipo K 553
I Dimensiones de tubos de hierro dúctil 555
J Áreas de círculos 557
K Factores de conversión 559
L Propiedades de áreas 563
M Propiedades de los sólidos 565
N Constante de los gases, exponente adiabático y cociente de presión crítica para algunos gases 567

RESPUESTAS A PROBLEMAS SELECCIONADOS 569
ÍNDICE 577

1 Naturaleza de los fluidos

1.1 OBJETIVOS DEL LIBRO

El término *mecánica de fluidos* se refiere al estudio del comportamiento de los fluidos, ya sea en reposo o en movimiento. Los fluidos pueden ser *líquidos* (como agua, aceite, gasolina o glicerina) o *gases* (como aire, oxígeno, nitrógeno o helio). El comportamiento de los fluidos afecta nuestra vida cotidiana de muchas maneras.

Cuando usted abre un grifo, el agua le llega a través de un sistema de distribución compuesto de bombas, válvulas y tubos. La fuente del agua puede ser un tanque de almacenamiento, una represa, un río, un lago o un pozo. El flujo del agua desde su fuente hasta el grifo está controlado por los principios de la mecánica de fluidos. Estos principios deben entenderse bien con el fin de elegir adecuadamente el tamaño y el tipo de bombas y tubos, para diseñar los tanques de almacenamiento, elegir las válvulas de control de flujo y verificar el desempeño del sistema.

El desempeño de una máquina de manufactura automatizada, que está controlada por sistemas de potencia de fluido, es independiente del flujo del aceite hidráulico y de la presión en los dispositivos de acción. En la figura 1.1 se muestra un sistema típico. Cuanto más grande sea la presión del aceite en un cilindro, mayor será la fuerza que puede ejercer. Cuanto más grande sea la rapidez de flujo de aceite que entra al cilindro, más rápidamente se moverá éste. Usted aprenderá cómo analizar tales sistemas utilizando el material que presentamos en este libro.

Una boya que señala un canal de navegación parece ser un dispositivo bastante sencillo, y lo es. Sin embargo, el material con el que está hecha y su geometría deben especificarse de acuerdo con las leyes de la flotabilidad y de la estabilidad de los cuerpos flotantes, que se estudiarán en el capítulo 5 del presente texto.

En su automóvil, el combustible es impulsado al carburador desde el tanque mediante una bomba. ¿Cuánta potencia es suministrada por el motor para operar la bomba? El material que se presenta en el capítulo 7 le ayudará a hacer este cálculo.

Una señal de carretera que da indicaciones a los automovilistas debe ser capaz de soportar fuertes vientos. Con el fin de determinar las fuerzas ejercidas sobre la señal, debidas a los vientos, se debe entender el principio de impulso-momentum, como se presenta en el capítulo 16.

El equipo de automatización para sistemas de manufactura, a menudo emplea aire comprimido a alta presión para poner en marcha cilindros neumáticos y motores de aire. Debe analizarse el flujo de aire en sistemas de conductos para asegurar que la presión de aire en el punto de uso sea suficiente.

Los sistemas de calefacción, ventilación y aire acondicionado producen aire a baja presión en espacios destinados a vivienda o a trabajo, para mejorar la comodidad de sus ocupantes. Los métodos que se presentan en el capítulo 19 le serán de utilidad para el análisis de tales sistemas.

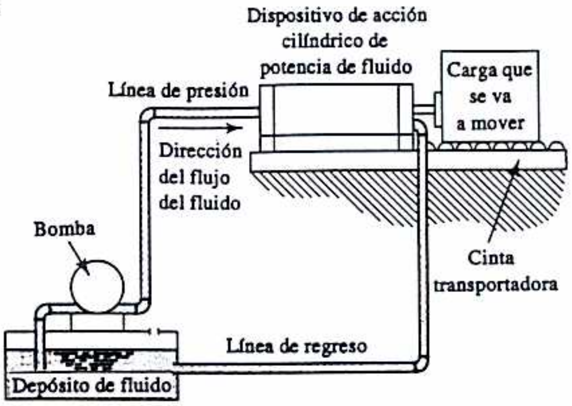


FIGURA 1.1 Sistema de conductos típico para potencia de fluido.

Éstos son sólo algunos de los muchos problemas prácticos que probablemente encontrará y que requieren el entendimiento de los principios de la mecánica de fluidos para su solución. El objetivo de este libro es ayudarlo a resolver este tipo de problemas. En cada capítulo se incluyen problemas que representan situaciones provenientes de muchos campos de la tecnología. Su habilidad para resolver estos problemas será una medida de qué tan bien se ha logrado el objetivo del libro.

1.2 OBJETIVOS DEL CAPÍTULO

Con el fin de entender el comportamiento de los fluidos, se hace necesario comprender su misma naturaleza. En este capítulo se definen las propiedades de los fluidos, se introducen los símbolos y unidades implicados y se analizan los tipos de cálculos requeridos en el estudio de la mecánica de fluidos.

Después de haber terminado el estudio de este capítulo, usted deberá ser capaz de:

1. Diferenciar entre un gas y un líquido.
2. Identificar las unidades de las cantidades básicas de tiempo, longitud, fuerza y masa en el Sistema Internacional de Unidades o SI (sistema métrico de unidades).
3. Identificar las unidades de las cantidades básicas de tiempo, longitud, fuerza y masa en el Sistema Británico de Unidades.
4. Establecer apropiadamente las ecuaciones asegurando la consistencia de unidades.
5. Definir *compresibilidad* y *módulo volumétrico*.
6. Definir *presión*.
7. Definir la relación entre fuerza y masa.
8. Definir *densidad*.
9. Definir *peso específico*.
10. Definir *gravedad específica*.
11. Identificar las relaciones entre peso específico, gravedad específica y densidad, y resolver problemas utilizando estas relaciones.

1.3 DIFERENCIA ENTRE LÍQUIDOS Y GASES

Cuando un líquido se encuentra en un recipiente, tiende a tomar la forma del contenedor, cubriendo el fondo y los lados. La superficie superior, que está en contacto con la atmósfera por encima de ella, mantiene un nivel uniforme. A medida que el recipiente se va inclinando, el líquido tiende a derramarse; la rapidez con que se derrama depende de una propiedad conocida como *viscosidad*, que definiremos posteriormente.

Cuando se tiene un gas en un contenedor cerrado, tiende a expandirse y llenar completamente el recipiente que le contiene. Si éste se abre, el gas tiende a seguir expandiéndose y escapar del contenedor.

Además de estas conocidas diferencias entre gases y líquidos, en el estudio de la mecánica de fluidos es importante otra diferencia:

- Los líquidos son sólo ligeramente compresibles.
- Los gases son fácilmente compresibles.

La compresibilidad se refiere al cambio en el volumen de una sustancia cuando hay un cambio en la presión que experimenta. Estas distinciones serán suficientes para la mayoría de los propósitos.

El análisis que sigue sobre presión, compresibilidad y otras propiedades de los fluidos requiere un entendimiento de las unidades en las cuales se miden, y que se verán en las siguientes secciones.

1.4
FUERZA Y MASA

La comprensión de las propiedades de los fluidos requiere una cuidadosa diferenciación entre *masa* y *peso*. Se aplican las siguientes definiciones.

- *Masa* es la propiedad de un cuerpo de fluido que se mide por su inercia o resistencia a un cambio de movimiento. Es también una medida de la cantidad de fluido.

Utilizaremos el símbolo m para la masa.

- *Peso* es la cantidad que pesa un cuerpo, es decir, la fuerza con la que el cuerpo es atraído hacia la Tierra por la acción de la gravedad.

Utilizaremos el símbolo w para el peso.

El peso está relacionado con la masa y la aceleración debida a la gravedad, g, por la ley de gravitación de Newton,

RELACIÓN PESO-MASA

$$w = mg \tag{1–1}$$

En este libro utilizaremos $g = 9.81\ \text{m/s}^2$ en el sistema SI y $g = 32.2\ \text{pies/s}^2$ en el Sistema Británico de Unidades. Éstos son los valores estándar para g con tres cifras significativas. A un grado mayor de precisión, los valores estándar son, $g = 9.806\,65\ \text{m/s}^2$ o $g = 32.1740\ \text{pies/s}^2$. Para un trabajo de alta precisión y alturas grandes (como las que están implicadas en operaciones aeroespaciales) en el que el valor real de g es distinto al estándar, debe usarse el valor local.

1.5
SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES (SI)

En cualquier trabajo técnico, deben especificarse las unidades en que se miden las propiedades físicas. Un sistema de unidades especifica las unidades de las cantidades básicas de longitud, tiempo, fuerza y masa. Las unidades de otras cantidades se derivan de las primeras.

En este libro se emplea Le Système International d'Unités o Sistema Internacional de Unidades (abreviado SI). Las unidades de las cantidades básicas son:

longitud = metro (m)
tiempo = segundo (s)
masa = kilogramo (kg)
fuerza = newton (N) o kg · m/s²

Como se indica, una unidad de fuerza equivalente es el kg · m/s². Ésta se deriva de la relación entre fuerza y masa de la física:

$$F = ma$$

en la que a es la aceleración expresada en unidades de m/s². Por consiguiente, la unidad derivada de fuerza es

$$F = ma = \text{kg} \cdot \text{m/s}^2 = \text{newton}$$

Así pues, una fuerza de 1.0 N daría a una masa de 1.0 kg una aceleración de 1.0 m/s². Esto significa que pueden utilizarse newtons o kg · m/s² como unidades de fuerza. De hecho, algunos cálculos realizados en este libro requieren de la capacidad de usar ambas unidades o de convertir de una forma a la otra.

Por ejemplo, podemos decir que una roca con una masa de 5.60 kg está suspendida por un cable. Luego, con el fin de determinar qué fuerza se ejerce sobre el cable, deberá utilizarse la ley de gravitación de Newton ($w = mg$):

$$w = mg = \text{masa} \times \text{aceleración de la gravedad}$$

Pero, en condiciones estándar al nivel del mar, $g = 9.81$ m/s². Entonces tenemos que

$$w = 5.60\ \text{kg} \times 9.81\ \text{m/s}^2 = 54.9\ \text{kg} \cdot \text{m/s}^2 = 54.9\ \text{N}$$

En consecuencia, 5.60 kg de la roca pesan 54.9 N.

Debido a que el tamaño real de cantidades físicas en el estudio de la mecánica de fluidos cubre una amplia variedad, se usan prefijos en las cantidades básicas. En la tabla 1.1 se muestran tales prefijos. Como se indica, el uso normal en el SI solamente considera aquellos prefijos que varían en pasos de 10^3. Los resultados de los cálculos, por lo general, deben ajustarse de modo que el número se encuentre entre 0.1 y 10 000 veces algún múltiplo de 10^3.* Entonces se puede especificar la unidad apropiada con un prefijo. A continuación se tienen algunos ejemplos:

---

* Debido a que en muchos países se utiliza una coma como señalador decimal, no utilizaremos comas para separar grupos de dígitos. Separaremos los dígitos en grupos de tres, contando tanto a la derecha como a la izquierda del punto decimal, y utilizaremos un espacio en blanco para separar los grupos. No utilizaremos el espacio de separación si solamente hay cuatro dígitos a la izquierda o a la derecha del punto decimal, a menos que así se requiera.

TABLA 1.1 Prefijos de unidades SI.

Prefijo	Símbolo SI	Factor
giga	G	$10^9 = 1\,000\,000\,000$
mega	M	$10^6 = 1\,000\,000$
kilo	k	$10^3 = 1\,000$
mili	m	$10^{-3} = 0.001$
micro	μ	$10^{-6} = 0.000\,001$

Resultado calculado	Resultado reportado
0.004 23 m	4.23×10^{-3} m, o 4.23 mm (milímetros)
15 700 kg	15.7×10^3 kg, o 15.7 Mg (megagramos)
86 330 N	86.33×10^3 N, o 86.33 kN (kilonewtons)

1.6 SISTEMA BRITÁNICO DE UNIDADES

En ocasiones conocido como *sistema de unidades gravitacional inglés* o *sistema libra-pie-segundo*, el Sistema Británico de Unidades define las cantidades básicas de la manera siguiente:

longitud = pie
tiempo = segundo (s)
fuerza = libra (lb)
masa = slug (lb-s²/pies)

Probablemente, la mayor dificultad que se tiene con estas unidades es comprender el slug, puesto que se tiene cierta familiaridad en las mediciones en términos de libras, segundos y pies. Podría ayudar el tomar en cuenta la relación entre fuerza y masa de la física:

$$F = ma$$

en la que a es la aceleración expresada en pies/s². En consecuencia, la unidad derivada de masa es:

$$m = \frac{F}{a} = \frac{\text{lb}}{\text{pies/s}^2} = \frac{\text{lb-s}^2}{\text{pies}} = \text{slug}$$

Esto significa que usted puede utilizar slugs o lb-s²/pie como unidades de masa. De hecho, algunos cálculos efectuados en este libro requieren que sea capaz de utilizar ambas unidades o de hacer conversiones de una a otra.

La masa expresada como lbm (libras-masa)

Algunos profesionales, en el análisis de sistemas de flujo de fluidos, han empleado la unidad lbm (libras-masa) como la unidad de masa, en lugar de la unidad slug. En este sistema, un objeto o cantidad de fluido que tiene un peso de 1.0 lb, tendría una masa de 1.0 lbm. Entonces, en ciertas ocasiones, la libra fuerza se denota como lbf.

Debe hacerse notar que la equivalencia numérica de la lbf y la lbm se aplica *solamente* cuando el valor de g es igual al valor estándar.

Este sistema no se utiliza en el libro debido a que no es un sistema coherente. Cuando uno intenta relacionar fuerza y masa utilizando la ley de Newton, se obtiene lo siguiente:

$$F = m \cdot a = \text{lbm(pies/s}^2\text{)} = \text{lbm-pies/s}^2$$

Esta unidad *no* corresponde a la lbf.

Para salvar esta dificultad, se define una constante de conversión, conocida generalmente como g_c, y que tiene tanto un valor numérico como unidades. Esto es,

$$g_c = \frac{32.2\ \text{lbm}}{1\,\text{bf/(pies/s}^2\text{)}} = \frac{32.2\ \text{lbm-pies/s}^2}{\text{lbf}}$$

Entonces, para convertir de lbm a lbf, se utiliza una forma modificada de la ley de Newton,

$$F = m(a/g_c)$$

Haciendo la aceleración $a = g$, tenemos:

$$F = m(g/g_c)$$

Por ejemplo, para determinar el peso en lbf de un cierto material que tiene una masa de 100 lbm, y suponiendo que el valor local de g es igual al valor estándar 32.2 pies/s^2,

$$w = F = m\frac{g}{g_c} = 100\ \text{lbm}\frac{32.2\ \text{pies/s}^2}{32.2\ \dfrac{\text{lbm-pies/s}^2}{\text{lbf}}} = 100\ \text{lbf}$$

Esto muestra que el peso en lbf es numéricamente igual a la masa, siempre y cuando $g = 32.2$ pies/s^2.

Pero si el análisis se fuera a efectuar en un objeto o en un fluido que se encontrara en la luna de la Tierra en donde g es aproximadamente $^1/_6$ de la de la Tierra, digamos, 5.4 pies/s^2, entonces

$$w = F = m\frac{g}{g_c} = 100\ \text{lbm}\frac{5.4\ \text{pies/s}^2}{32.2\ \dfrac{\text{lbm-pies/s}^2}{\text{lbf}}} = 16.8\ \text{lbf}$$

Ésta es una drástica diferencia.

En resumen, debido a la incómoda naturaleza de la relación entre lbm y lbf, evitamos el uso de lbm en este libro. La masa será expresada en slugs cuando los problemas estén en el Sistema Británico de Unidades.

1.7 UNIDADES CONSISTENTES EN UNA ECUACIÓN

Los análisis requeridos en mecánica de fluidos implican la manipulación algebraica de varios términos. Las ecuaciones a menudo son complejas, y es de extrema importancia que los resultados sean dimensionalmente correctos. Esto es, deben tener las unidades apropiadas. De hecho, las respuestas tendrán un valor numérico equivocado si las unidades de la ecuación no son consistentes.

Un sencillo procedimiento directo conocido como *cancelación de unidades* nos asegurará tener las unidades adecuadas en cualquier clase de cálculos, no nada más en mecánica de fluidos, sino en virtualmente todo trabajo técnico. A continuación enumeramos los seis pasos del procedimiento.

PROCEDIMIENTO DE CANCELACIÓN DE UNIDADES

1. Resuelva la ecuación de manera algebraica para el término deseado.
2. Determine las unidades apropiadas para expresar el resultado.
3. Sustituya los valores conocidos, incluyendo sus unidades.
4. Cancele las unidades iguales que aparezcan tanto en el numerador como en el denominador de cualquier término.
5. Utilice factores de conversión para eliminar las unidades no deseadas y obtener las unidades adecuadas del paso 2.
6. Lleve a cabo los cálculos.

Este procedimiento, llevado a efecto de manera apropiada, funcionará para cualquier ecuación. En realidad es muy sencillo, pero puede requerir algo de práctica para usarlo. Para ilustrar el método, tomaremos algún material de física elemental con el cual usted debería estar familiarizado. Sin embargo, la mejor manera de aprender cómo hacer algo es haciéndolo. Los siguientes problemas de ejemplo se presentan en una forma llamada *instrucción programada*. Usted será guiado a través de los problemas paso a paso, y en cada uno se requiere de su participación.

Para proceder con el programa deberá cubrir todo el material que se encuentra bajo el encabezado "Ejemplo ilustrativo programado", utilizando una pieza de papel grueso. Debe tener a la mano papel en blanco en el cual pueda llevar a cabo las operaciones necesarias. Descubra un panel cada vez hasta la línea que lo separa del siguiente. El primer panel presenta un problema y le pide que efectúe una operación o que responda a una pregunta. Después de hacer lo que se le pide, descubra el siguiente panel que contendrá información que puede utilizar para verificar su resultado. Luego continúe con el siguiente panel, y así sucesivamente hasta completar el programa.

Recuerde, el propósito de esto es ayudarle a aprender cómo obtener respuestas correctas usando el método de cancelación de unidades. Usted podrá remitirse a la tabla de factores de conversión que se encuentra en el apéndice K.

EJEMPLO ILUSTRATIVO PROGRAMADO

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 1.1**

Imagine que usted viaja en un automóvil a una velocidad constante de 80 kilómetros por hora (km/h). ¿Cuántos segundos (s) le llevará recorrer 1.5 km?

Para obtener la solución, utilice la ecuación:

$$s = vt$$

en la que s es la distancia recorrida, v es la velocidad y t el tiempo. Usando el procedimiento de cancelación de unidades esbozado anteriormente, ¿qué es lo primero que hay que hacer?

El primer paso consiste en despejar el término deseado. Puesto que se le pide encontrar el tiempo, usted debió haber escrito:

$$t = \frac{s}{v}$$

Ahora lleve a cabo el paso 2 del procedimiento descrito anteriormente.

El paso 2 consiste en determinar las unidades apropiadas para expresar el resultado, en este caso el tiempo. Del texto del problema se sabe que la unidad apropiada es el segundo. Si no se tienen que dar especificaciones para las unidades, usted podría escoger cualquier unidad de tiempo aceptable, como horas.

Siga con el paso 3.

El resultado debería tener una apariencia semejante a lo siguiente:

$$t = \frac{s}{v} = \frac{1.5\ \text{km}}{80\ \text{km/h}}$$

Para el propósito de la cancelación no es conveniente tener las unidades en la forma de una fracción compuesta como las tenemos en la expresión anterior. Para ponerla en una fracción simple, escríbala en la forma siguiente:

$$t = \frac{\dfrac{1.5\ \text{km}}{1}}{\dfrac{80\ \text{km}}{\text{h}}}$$

Esto se puede reducir a:

$$t = \frac{1.5\ \text{km}\cdot\text{h}}{80\ \text{km}}$$

Después de algo de práctica, las ecuaciones pueden ser escritas de esta forma directamente. Ahora lleve a cabo el paso 4 del procedimiento.

El resultado deberá verse ahora así:

$$t = \frac{1.5\ \cancel{\text{km}}\cdot\text{h}}{80\ \cancel{\text{km}}}$$

Esto ilustra que las unidades pueden cancelarse exactamente como lo hacen los números si aparecen en el numerador y en el denominador de un término de una ecuación.

Ahora realice el paso 5.

La respuesta se verá así:

$$t = \frac{1.5\ \cancel{\text{km}}\cdot\cancel{\text{h}}}{80\ \cancel{\text{km}}} \times \frac{3600\ \text{s}}{1\ \cancel{\text{h}}}$$

La ecuación del panel anterior muestra el resultado para el tiempo en horas, después de que las unidades kilómetros fueron canceladas. Aunque el tiempo en horas es una unidad aceptable, las unidades que deseamos son los segundos, determinados en el paso 2. Así pues, se requiere el factor de conversión 3600 s/1 h.

¿Cómo es que debemos multiplicar por 3600 en lugar de dividir?

Las unidades lo determinan. Nuestro objetivo al utilizar el factor de conversión fue eliminar las unidades de horas y obtener segundos. Como la unidad no deseada se encontraba en el numerador de la ecuación original, las unidades de horas del factor de conversión deben estar en el denominador para que se cancelen.

Ya que tenemos el tiempo en unidades de segundos, podemos proceder con el paso 6.

La respuesta correcta es $t = 67.5$ s.

■

1.8 DEFINICIÓN DE PRESIÓN

La *presión* se define como la cantidad de fuerza ejercida sobre un área unitaria de una sustancia. Esto se puede establecer con la ecuación:

PRESIÓN

$$p = \frac{F}{A} \tag{1–2}$$

Blaise Pascal, un científico del siglo XVII, describió dos importantes principios acerca de la presión.

- La presión actúa uniformemente en todas direcciones sobre un pequeño volumen de fluido.
- En un fluido confinado entre fronteras sólidas, la presión actúa perpendicularmente a la frontera.

Estos principios, en ocasiones llamados *leyes de Pascal*, se ilustran en las figuras 1.2 y 1.3.

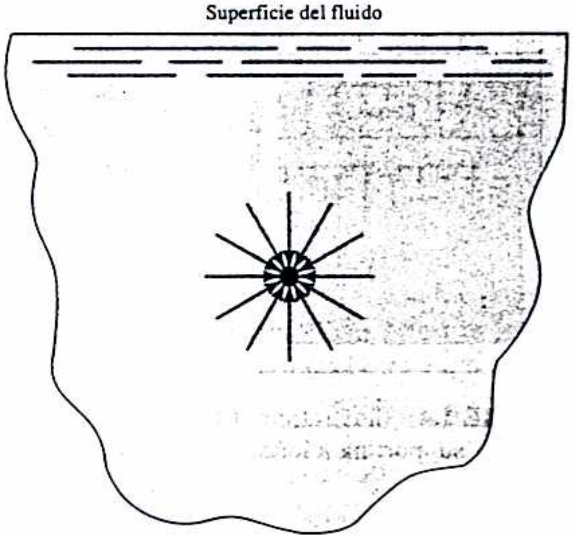
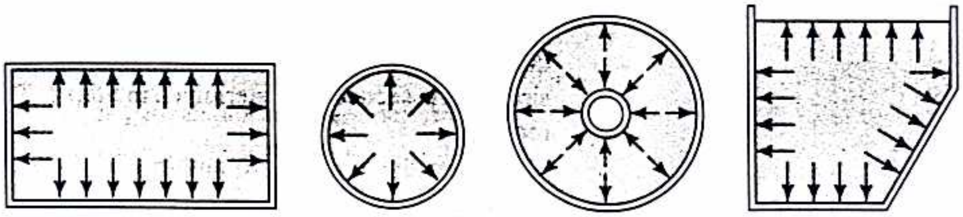
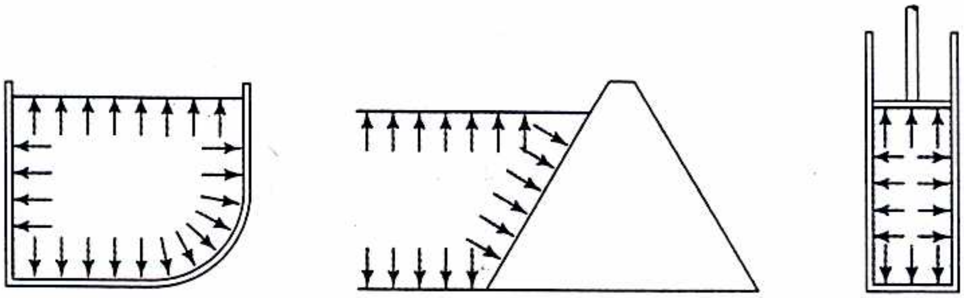


FIGURA 1.2 La presión actúa de manera uniforme en todas las direcciones sobre un pequeño volumen de fluido.

GURA 1.3 Dirección de la pre-
n de fluido sobre las fronteras.



(a) Conducto de horno (b) Tubo (c) Intercambiador de calor (un tubo dentro de otro tubo) (d) Recipiente



(e) Piscina (f) Presa (g) Cilindro de potencia del fluido

Utilizando la ecuación (1–2) y la segunda de las leyes de Pascal, podemos calcular la magnitud de la presión en un fluido si conocemos la cantidad de fuerza ejercida sobre un área dada.

☐ EJEMPLO ILUSTRATIVO 1.2 En la figura 1.4 se muestra un contenedor de líquido con un pistón móvil soportando una carga. Calcule la magnitud de la presión en el líquido bajo el pistón, si el peso total del pistón y la carga es de 500 N, y el área del pistón es de 2500 mm².

Solución Es razonable suponer que la superficie completa del fluido bajo el pistón está compartiendo la tarea de soportar la carga. La segunda ley de Pascal establece que la presión de fluido actúa perpendicularmente al pistón. Entonces, utilizando la ecuación (1–2),

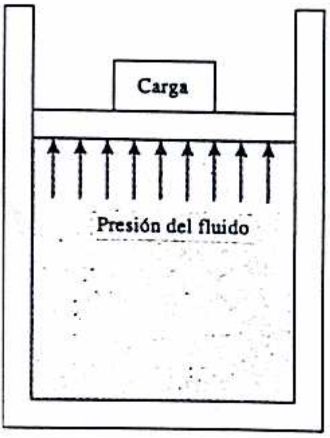
$$p = \frac{F}{A} = \frac{500\text{ N}}{2500\text{ mm}^2} = 0.20\text{ N/mm}^2$$

La unidad estándar de la presión en el SI es el N/m², conocida como *pascal* (Pa), en honor a Blaise Pascal. La conversión puede hacerse mediante el uso del factor 10^3 mm = 1 m.

$$p = \frac{0.20\text{ N}}{\text{mm}^2} \times \frac{(10^3\text{ mm})^2}{\text{m}^2} = 0.20 \times 10^6\text{ N/m}^2 = 0.20\text{ MPa}$$

Observe que la presión en N/mm² es numéricamente igual a la presión en MPa. No es inusual encontrar la presión en un intervalo de varios megapascales (MPa) o de varios cientos de kilopascales (kPa).

La presión en el Sistema Británico de Unidades se ilustra en el siguiente ejemplo ilustrativo.



GURA 1.4 Ilustración de la pre-
ǀn del fluido soportando una carga.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 1.3**

Una carga de 200 libras (lb) se encuentra sobre un pistón que confina aceite en un recipiente cilíndrico que posee un diámetro interno de 2.50 pulg. Calcule la presión en el aceite al nivel del pistón. Remítase a la figura 1.4.

Solución Utilizando la ecuación (1–2), debemos calcular el área del pistón.

$$A = \pi D^2/4 = \pi(2.50 \text{ pulg})^2/4 = 4.91 \text{ pulg}^2$$

Entonces,

$$p = \frac{F}{A} = \frac{200 \text{ lb}}{4.91 \text{ pulg}^2} = 40.7 \text{ lb/pulg}^2$$

Aunque la unidad estándar de la presión en el Sistema Británico de Unidades es la libra por pie cuadrado (lb/pies^2), no se le utiliza muy a menudo debido a su inconveniencia. Las medidas de longitud son más convenientes si se hacen en pulgadas, y la unidad libra por pulgada cuadrada (lb/pulg^2), se utiliza con más frecuencia como unidad de presión en este sistema. La presión en el aceite es de 40.7 lb/pulg^2. Ésta es una presión bastante baja; con frecuencia se puede uno encontrar con presiones de varios cientos o varios miles de lb/pulg^2.

El *bar* es otra unidad utilizada por personas que trabajan en mecánica de fluidos y en termodinámica. El bar se define como 10^5 Pa o 10^5 N/m^2. Otra manera de expresar el bar es 100×10^3 N/m^2, que es equivalente a 100 kPa. Como la presión atmosférica cerca del nivel del mar es casi la misma, el bar resulta ser un punto conveniente de referencia física. Esto, más el hecho de que las presiones expresadas en bars producen cantidades menores, hace que esta unidad sea atractiva para algunos científicos del ramo. Sin embargo, debe darse cuenta de que el bar no es parte del coherente SI, y se le debe convertir cuidadosamente a N/m^2 (pascales) en la resolución de problemas.

1.9 COMPRESIBILIDAD

La *compresibilidad* se refiere al cambio de volumen (V) de una sustancia que está sujeta a un cambio de la presión que se ejerce sobre ella. La cantidad usada normalmente para medir este fenómeno es el *módulo volumétrico de elasticidad* o, simplemente, *módulo volumétrico, E.*

MÓDULO VOLUMÉTRICO

$$E = \frac{-\Delta p}{(\Delta V)/V} \tag{1–3}$$

Debido a que las cantidades ΔV y V tendrían las mismas unidades, el denominador de la ecuación (1–3) no tiene dimensiones. Por consiguiente, las unidades para E son las mismas que para la presión.

Como lo mencionamos anteriormente, los líquidos son muy poco compresibles, lo cual indica que necesitaríamos cambios muy grandes de presión para producir un pequeño cambio en el volumen. Así pues, las magnitudes de E para los líquidos, como se muestra en la tabla 1.2, son muy altas. Por esta razón, los líquidos son considerados incompresibles en el presente libro, a menos que se especifique de otro modo.

El término *módulo volumétrico* no se aplica normalmente a los gases, y se deben aplicar los principios de la termodinámica para determinar el cambio en el volumen de un gas debido a un cambio de presión.

TABLA 1.2 Valores del módulo volumétrico para algunos líquidos.

Líquido	**Módulo volumétrico**	
	(lb/pulg²)	**(MPa)**
Alcohol etílico	130 000	896
Benceno	154 000	1 062
Aceite industrial	189 000	1 303
Agua	316 000	2 179
Glicerina	654 000	4 509
Mercurio	3 590 000	24 750

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 1.4** Calcule el cambio de presión que debe aplicarse al agua para cambiar su volumen en 1.0 por ciento.

Solución El cambio de 1.0 por ciento en el volumen indica que $\Delta V/V = -0.01$. Entonces el cambio de presión requerido es:

$$\Delta p = -E[(\Delta V)/V] = [-316\,000 \text{ lb/pulg}^2][-0.01] = 3\,160 \text{ lb/pulg}^2$$

1.10 DENSIDAD, PESO ESPECÍFICO Y GRAVEDAD ESPECÍFICA

Puesto que el estudio de la mecánica de fluidos trata típicamente con un fluido en flujo continuo o con una pequeña cantidad de fluido en reposo, es más conveniente relacionar la masa y el peso del fluido con un volumen dado del fluido. Así pues, las propiedades de densidad y de peso específico se definen de la manera siguiente:

La densidad ***es la cantidad de masa por unidad de volumen de una sustancia.***

Por consiguiente, utilizando la letra griega ρ (rho) para la densidad,

DENSIDAD

$$\rho = m/V \tag{1–4}$$

en donde V es el volumen de la sustancia cuya masa es m. Las unidades de densidad son kilogramos por metro cúbico en el Sistema Internacional (SI) y slugs por pie cúbico en el Sistema Británico de Unidades.

La Sociedad Norteamericana para Pruebas y Materiales (ASTM [*American Society for Testing and Materials*]) ha publicado varios métodos estándar de prueba para medir densidad, que describen recipientes cuya capacidad se conoce exactamente, llamados *picnómetros*. En estas normas se determina la forma apropiada de llenar, manejar, controlar la temperatura y hacer lecturas en estos dispositivos. Dos de ellos son el *picnómetro de Bingham* y el *picnómetro bicapilar de Lipkin*. Las normas también exigen la determinación precisa de la masa de los fluidos que se encuentran en los picnómetros al 0.1 mg más cercano, utilizando una balanza analítica. Véanse referencias 2, 3, 5 y 6.

El peso específico ***es la cantidad de peso por unidad de volumen de una sustancia.***

Utilizando la letra griega γ (gamma) para denotar el peso específico,

PESO ESPECÍFICO

$$\gamma = w/V \tag{1–5}$$

en donde V es el volumen de una sustancia que tiene el peso w. Las unidades del peso específico son los newtons por metro cúbico (N/m^3) en el SI y libras por pie cúbico (lb/pies^3) en el Sistema Británico de Unidades.

A menudo resulta conveniente indicar el peso específico o densidad de un fluido en términos de su relación con el peso específico o densidad de un fluido común. Cuando se utiliza el término *gravedad específica* en este libro, el fluido de referencia es el agua pura a 4 °C. A tal temperatura, el agua posee su densidad más grande. Entonces, la gravedad específica puede definirse en cualesquier dos maneras:

a. La *gravedad específica* es el cociente de la densidad de una sustancia entre la densidad del agua a 4 °C.

b. La *gravedad específica* es el cociente del peso específico de una sustancia entre el peso específico del agua a 4 °C.

Estas definiciones de la gravedad específica se pueden expresar de manera matemática como:

GRAVEDAD ESPECÍFICA

$$sg = \frac{\gamma_s}{\gamma_w \ @ \ 4\,°\mathrm{C}} = \frac{\rho_s}{\rho_w \ @ \ 4\,°\mathrm{C}} \qquad (1\text{–}6)$$

en donde el subíndice s se refiere a la sustancia cuya gravedad específica se está determinando y el subíndice w se refiere al agua. Las propiedades del agua a 4 °C son constantes, y tienen los valores que se muestran a continuación:

$$\gamma_w \ @ \ 4\,°\mathrm{C} = 9.81\ \mathrm{kN/m^3} \qquad \gamma_w \ @ \ 4\,°\mathrm{C} = 62.4\ \mathrm{lb/pies^3}$$

o

$$\rho_w \ @ \ 4\,°\mathrm{C} = 1000\ \mathrm{kg/m^3} \qquad \rho_w \ @ \ 4\,°\mathrm{C} = 1.94\ \mathrm{slugs/pies^3}$$

Por consiguiente, la definición matemática de gravedad específica se puede escribir como:

$$sg = \frac{\gamma_s}{9.81\ \mathrm{kN/m^3}} = \frac{\rho_s}{1000\ \mathrm{kg/m^3}} \ \text{ o } \ sg = \frac{\gamma_s}{62.4\ \mathrm{lb/pies^3}} = \frac{\rho_s}{1.94\ \mathrm{slugs/pies^3}} \qquad (1\text{–}7)$$

Esta definición es válida, independientemente de la temperatura a la que se determinó la gravedad específica.

Sin embargo, las propiedades de los fluidos varían con la temperatura. En general, la densidad (y por tanto el peso específico y la gravedad específica) disminuye cuando aumenta la temperatura. En el apéndice A se enumeran las propiedades del agua a diferentes temperaturas. Y en los apéndices B y C se enumeran las propiedades de otros líquidos a unas cuantas temperaturas seleccionadas.

El lector deberá buscar otras referencias en las que pueda encontrar datos correspondientes a la gravedad específica a temperaturas dadas, si ésta no se encuentra en los apéndices y si se desea una alta precisión. Una estimación que da una precisión razonable para los aceites derivados del petróleo, del modo en que se presentan en las Referencias 8 y 10, es que la gravedad específica de los aceites disminuye aproximadamente 0.036 con un incremento de 37.8 °C (100 °F) en la temperatura. Esto se aplica a los valores nominales de la gravedad específica que van desde 0.80 hasta 1.00 y para temperaturas que se encuentran en el intervalo comprendido aproximadamente entre 0 °C y 204 °C (32 °F a 400 °F).

Algunos sectores industriales prefieren las definiciones modificadas de la gravedad específica. En lugar de utilizar las propiedades del agua a 4 °C (39.2 °F) como base, la industria del petróleo y otras utilizan agua a 15.6 °C (60 °F). Esto implica una mínima diferencia en el diseño y el análisis típicos. A pesar de que la densidad del agua a 4 °C es de 1000.00 kg/m^3, a 15.6 °C es de 999.04 kg/m^3. La diferencia es menor al 0.1 por ciento. Las referencias 2, 3, 5, 6, 7 y 10 contienen tablas más extensas sobre las propiedades del agua a temperaturas que van desde 0 °C a 100 °C (32 °F a 212 °F).

La gravedad específica en las escalas Baumé y API se analiza en la Sección 1.10.2. En este libro continuaremos utilizando el agua a 4 °C como la base para la gravedad específica.

La ASTM se refiere también a la propiedad de la gravedad específica como *densidad específica*. Véanse las referencias 2–6.

1.10.1 Relación entre densidad y peso específico

Muy a menudo se debe encontrar el peso específico de una sustancia cuando se conoce su densidad y viceversa. La conversión de uno a otra se puede efectuar mediante la siguiente ecuación:

⇨ RELACIÓN γ–ρ

$$\gamma = \rho g \tag{1–8}$$

en la que g es la aceleración debida a la gravedad. Esta ecuación puede justificarse si nos referimos a las definiciones de densidad y de gravedad específica, utilizando la ecuación que relaciona masa con peso, $w = mg$.

La definición de peso específico es:

$$\gamma = \frac{w}{V}$$

Al multiplicar por g tanto el numerador como el denominador de esta ecuación obtenemos:

$$\gamma = \frac{wg}{Vg}$$

Pero $m = w/g$. Por consiguiente, tenemos:

$$\gamma = \frac{mg}{V}$$

Puesto que $\rho = m/V$, obtenemos:

$$\gamma = \rho g$$

Los siguientes problemas ilustran las definiciones de las propiedades básicas de los fluidos que acabamos de presentar, y las relaciones existentes entre ellas.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 1.5** Calcule el peso de un recipiente de aceite si posee una masa de 825 kg.

Solución Como $w = mg$,

$$w = 825\ \text{kg} \times 9.81\ \text{m/s}^2 = 8093\ \text{kg}\cdot\text{m/s}^2$$

Sustituyendo las unidades de kg · m/s^2 por el newton, tenemos

$$w = 8093\ \text{N} = 8.093 \times 10^3\ \text{N} = 8.093\ \text{kN}$$

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 1.6** Si el recipiente del Ejemplo ilustrativo 1.5 tiene un volumen de $0.917\ m^3$, calcule la densidad, el peso específico y la gravedad específica del aceite.

Solución Densidad:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{825\ kg}{0.917\ m^3} = 900\ kg/m^3$$

Peso específico:

$$\gamma = \frac{w}{V} = \frac{8.093\ kN}{0.917\ m^3} = 8.83\ kN/m^3$$

Gravedad específica:

$$sg = \frac{\rho_o}{\rho_w\ @\ 4°C} = \frac{900\ kg/m^3}{1000\ kg/m^3} = 0.90$$

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 1.7** La glicerina a 20 °C tiene una gravedad específica de 1.263. Calcule su densidad y su peso específico.

Solución Densidad:

$$\rho_g = (sg)_g(1000\ kg/m^3) = (1.263)(1000\ kg/m^3) = 1263\ kg/m^3$$

Peso específico:

$$\gamma_g = (sg)_g(9.81\ kN/m^3) = (1.263)(9.81\ kN/m^3) = 12.39\ kN/m^3$$

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 1.8** Una pinta de agua pesa 1.041 lb. Encuentre su masa.

Solución Como $w = mg$, la masa es

$$m = \frac{w}{g} = \frac{1.041\ lb}{32.2\ pies/s^2} = \frac{1.041\ lb\text{-}s^2}{32.2\ pies}$$
$$= 0.0323\ lb\text{-}s^2/pies = 0.0323\ slugs$$

Recuerde que las unidades slug y lb-s^2/pies son las mismas.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 1.9** Un galón de mercurio tiene una masa de 3.51 slugs. Encuentre su peso.

Solución

$$w = mg = 3.51\ slugs \times 32.2\ pies/s^2 = 113\ slug\text{-}pies/s^2$$

Esto es correcto, pero las unidades pueden parecer confusas puesto que el peso se expresa normalmente en libras. Las unidades de masa pueden reescribirse como lb-s^2/pies.

$$w = mg = 3.51 \frac{lb\text{-}s^2}{pies} \times \frac{32.2\ pies}{s^2} = 113\ lb$$

1.10.2 Gravedad específica en grados Baumé o grados API

La temperatura de referencia para realizar mediciones en la escala Baumé o API es 15.6 °C (60 °F) en lugar de 4 °C como se hizo anteriormente. Para resaltar esta diferencia, la gravedad específica API o Baumé se denota a menudo como

$$\text{Gravedad específica } \frac{60°}{60°}\,\text{F}$$

Esta notación indica que tanto el fluido de referencia (agua) como el aceite se encuentran a 60 °F.

La gravedad específica de los aceites crudos varía ampliamente, dependiendo del lugar en que son encontrados. Los que provienen del occidente de los EUA tienen una gravedad específica que va desde aproximadamente 0.87 a 0.92. Los campos orientales de EUA producen aceites a una gravedad específica de aproximadamente 0.82. El aceite crudo mexicano está entre los de gravedad específica más alta, 0.97. Unos cuantos aceites asfálticos tienen una gravedad específica mayor a 1.0 (véase referencia 7).

La mayoría de los aceites son destilados antes de usarse, para mejorar su calidad combustible. Las gasolinas, querosenos y combustibles resultantes tienen gravedades específicas que van desde 0.67 a 0.98.

La ecuación que se utiliza para calcular la gravedad específica cuando se conocen los grados Baumé es diferente para fluidos más ligeros y más pesados que el agua. Para líquidos más pesados que el agua tenemos:

$$sg = \frac{145}{145 - \text{grad Baumé}} \tag{1–9}$$

O, para calcular los grados Baumé para una gravedad específica dada:

$$\text{grad Baumé} = 145 - \frac{145}{sg} \tag{1–10}$$

Para líquidos más ligeros que el agua tenemos:

$$sg = \frac{140}{130 + \text{grad Baumé}} \tag{1–11}$$

$$\text{grad Baumé} = \frac{140}{sg} - 130 \tag{1–12}$$

El Instituto Norteamericano del Petróleo (API, [*American Petroleum Institute*]) ha desarrollado la escala API, ligeramente diferente de la escala Baumé, para líquidos más ligeros que el agua. Las fórmulas son:

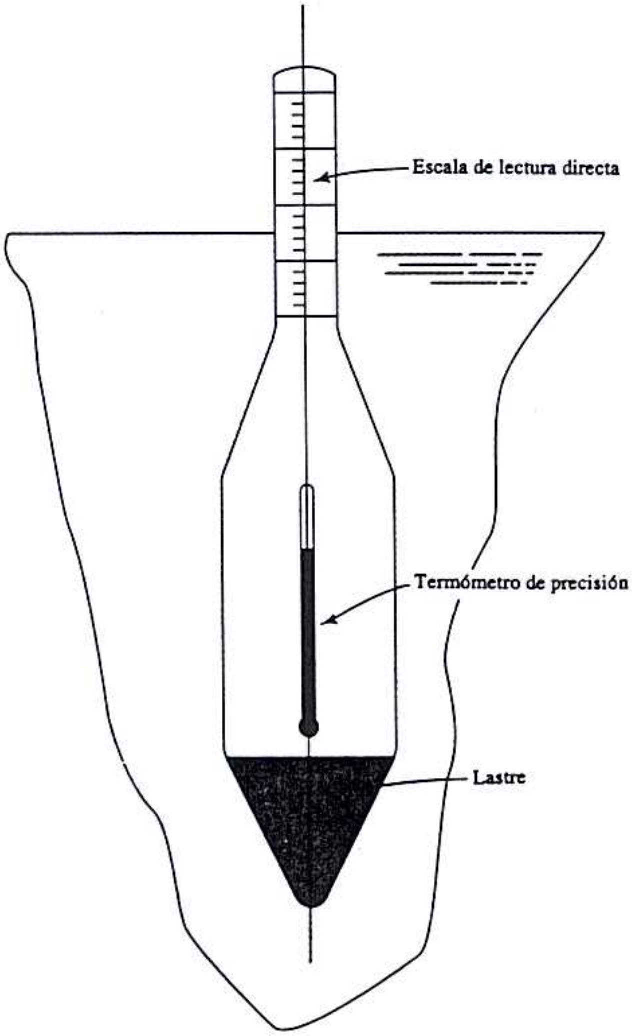
$$sg = \frac{141.5}{131.5 + \text{grad API}} \tag{1–13}$$

$$\text{grad API} = \frac{141.5}{sg} - 131.5 \tag{1–14}$$

Los grados API para aceites pueden variar desde 10 hasta 80. La mayoría de los grados de combustible caerán en el intervalo comprendido entre 20 y 70 grados API, correspondientes a gravedades específicas entre 0.93 y 0.70. Observe que los aceites más pesados tienen valores más pequeños en grados API.

Las Normas ASTM D287 y D1298 (referencias 1 y 4) describen métodos estándar de prueba para determinar la gravedad API, utilizando un *hidrómetro*. En la figura 1.5 se muestra un diagrama de un hidrómetro típico, el cual contiene un bulbo de vidrio pesado con un vástago de diámetro menor colocado en la parte superior, diseñado para flotar verticalmente en el líquido de prueba. Basado en los principios de la flotabilidad (véase capítulo 5), el hidrómetro descansa en una posición que depende de la densidad del líquido. El vástago está calibrado con una escala en la que se pueden hacer lecturas directas de la densidad, de la gravedad específica o de la gravedad API. Debido a la importancia de la temperatura para tener una medición precisa de la densidad, algunos de estos dispositivos, conocidos como *termohidrómetros*, llevan incluido un termómetro de precisión.

FIGURA 1.5 Hidrómetro con termómetro (termohidrómetro).



REFERENCIAS

1. American Society for Testing and Materials (ASTM). 1987. *Standard D287-82 (reaffirmed 1987): Standard Method for API Gravity of Crude Petroleum and Petroleum Products (Hydrometer Method).* [Norma D287-82 (Reafirmada en 1987): Método estándar de prueba para gravedad API de petróleo crudo y derivados (Método del hidrómetro).] Filadelfia: Autor.

2. _____. 1988. *Standard D941-88: Standard Test Method for Density and Relative Density (Specific Gravity) of Liquids by Lipkin Bicapillary Pycnometer.* [Norma D941-88: Método estándar de prueba para densidad y densidad relativa (gravedad específica) de líquidos mediante el picnómetro bicapilar de Lipkin.] Filadelfia: Autor.

3. _____. 1986. *Standard D1217-86: Standard Test Method for Density and Relative Density (Specific Gravity) of Liquids by Bingham Pycnometer.* [Norma D1217-86: Método estándar de prueba para densidad y densidad relativa (gravedad específica) de líquidos mediante el picnómetro de Bingham.] Filadelfia: Autor.
4. _____. 1985. *Standard D1298-85: Standard Test Method for Density, Relative Density (Specific Gravity), or API Gravity of Crude Petroleum and Liquid Petroleum Products by Hydrometer Method.* [Norma D1298-85: Método estándar de prueba para densidad, densidad relativa (gravedad específica), o gravedad API, de petróleo crudo y derivados líquidos del petróleo mediante el método del hidrómetro.] Filadelfia: Autor.
5. _____. 1986. *Standard D1480-86: Standard Test Method for Density and Relative Density (Specific Gravity) of Viscous Materials by Bingham Pycnometer.* [Norma D1480-86: Método estándar de prueba para densidad y densidad relativa (gravedad específica) de materiales viscosos mediante el picnómetro de Bingham.] Filadelfia: Autor.
6. _____. 1986. *Standard D1481-86: Standard Test Method for Density and Relative Density (Specific Gravity) of Viscous Materials by Lipkin Bicapillary Pycnometer.* [Norma D1481-86: Método estándar de prueba para densidad y densidad relativa (gravedad específica) de materiales viscosos mediante el picnómetro bicapilar de Lipkin.] Filadelfia: Autor.
7. Avallone, Eugene A. y Theodore Baumeister III, editores. 1987. *Marks' Standard Handbook for Mechanical Engineers.* [Manual de normas de Mark para ingenieros mecánicos.] 9ª ed. Nueva York: McGraw-Hill.
8. Bolz, Ray E. y George L. Tuve, editores. 1973. *CRC Handbook of Tables for Applied Engineers Science.* [Manual CRC de tablas para la ciencia aplicada de la ingeniería.] 2ª ed. Boca Raton, Florida: CRC Press, Inc.
9. Cheremisinoff, N. P., editor. 1986. *Encyclopedia of Fluid Mechanics.* [Enciclopedia de mecánica de fluidos], *Flow Phenomena and Measurement* (Fenómenos de Flujo y Medición). Houston, Texas: Gulf Publishing Co. Vol. 1.
10. Heald, CC, editor. 1988. *Cameron Hydraulic Data* (Datos Hidráulicos Cameron). Woodcliff Lake, Nueva Jersey: Ingersoll-Rand, 17ª ed.
11. Miller, R. W. 1983. *Flow Measurement Engineering Handbook* (Manual de medición de flujo para ingeniería). Nueva York: McGraw-Hill.

PROBLEMAS DE PRÁCTICA

Factores de conversión

1.1 Convierta 1250 milímetros a metros.

1.2 Convierta 1600 milímetros cuadrados a metros cuadrados.

1.3 Convierta 3.65×10^3 milímetros cúbicos a metros cúbicos.

1.4 Convierta 2.05 metros cuadrados a milímetros cuadrados.

1.5 Convierta 0.391 metros cúbicos a milímetros cúbicos.

1.6 Convierta 55.0 galones a metros cúbicos.

1.7 Un automóvil se está moviendo a 80 kilómetros por hora. Calcule su velocidad en metros por segundo.

1.8 Convierta una longitud de 25.3 pies a metros.

1.9 Convierta una distancia de 1.86 millas a metros.

1.10 Convierta una longitud de 8.65 pulgadas a milímetros.

1.11 Convierta una distancia de 2580 pies a metros.

1.12 Convierta un volumen de 480 pies cúbicos a metros cúbicos.

1.13 Convierta un volumen de 7390 centímetros cúbicos a metros cúbicos.

1.14 Convierta un volumen de 6.35 litros a metros cúbicos.

1.15 Convierta 6.0 pies por segundo a metros por segundo.

1.16 Convierta 2500 pies cúbicos por minuto a metros cúbicos por segundo.

(*Nota*: En todas las secciones de Problemas de práctica de este libro, los problemas estarán en unidades SI y las del Sistema Británico. Cuando se utilicen unidades SI, el problema vendrá marcado con una "M" y el problema estará impreso en cursivas. Cuando se utilicen unidades del Sistema Británico de Unidades, el problema vendrá marcado con una "E". Cuando se combinen los dos tipos de unidades en un solo problema, éste vendrá marcado con una "C".)

Unidades consistentes en una ecuación

Un cuerpo que se mueve con velocidad constante obedece a la relación $s = vt$, en la que s = distancia, v = velocidad y t = tiempo.

1.17M *Un automóvil se traslada 0.50 km en 10.6 s. Calcule su velocidad promedio en m/s.*

1.18M *En un intento por obtener un récord de velocidad en tierra, un automóvil recorre 1.50 km en 5.2 s. Calcule su velocidad promedio en km/h.*

1.19E Un automóvil recorre 1000 pies en 1.4 s. Calcule su velocidad promedio en mi/h.

1.20E En un intento por obtener un récord de velocidad en tierra, un automóvil recorre una milla en 5.7 s. Calcule la velocidad promedio en mi/h.

Un cuerpo que parte del reposo con aceleración constante se mueve de acuerdo con la relación $s = 1/2at^2$, en la que s = distancia, a = aceleración y t = tiempo.

1.21M *Si un objeto se mueve 3.2 km en 4.7 min, mientras se desplaza con aceleración constante, calcule la aceleración en m/s²*.

1.22M *Se deja caer un objeto desde una altura de 13 m. Despreciando la resistencia del aire ¿cuánto tiempo le tomará al cuerpo tocar tierra? Utilice* $a = g = 9.81$ *m/s²*.

1.23C Si un cuerpo se mueve 3.2 km en 4.7 min con una aceleración constante, calcule la aceleración en pies/s².

1.24E Se deja caer un objeto desde una altura de 53 pulg. Despreciando la resistencia del aire, ¿cuánto tiempo le tomará al cuerpo chocar contra el suelo? Utilice $a = g = 32.2$ pies/s².

La fórmula para la energía cinética es $E_c = 1/2mv^2$, en la que m = masa y v = velocidad.

1.25M *Calcule la energía cinética en N · m de una masa de 15 kg si tiene una velocidad de 1.20 m/s.*

1.26M *Calcule la energía cinética en N · m de un camión de 3600 kg que se desplaza a 16 km/h.*

1.27M *Calcule la energía cinética en N · m de una caja de 75 kg que se mueve en una cinta transportadora a 6.85 m/s.*

1.28M *Calcule la masa en kg de un cuerpo si tiene una energía cinética de 38.6 N · m cuando se mueve a 31.5 km/h.*

1.29M *Calcule la masa en gramos de un cuerpo si tiene una energía cinética de 94.6 mN · m cuando se mueve a 2.25 m/s.*

1.30M *Calcule la velocidad en m/s de un objeto de 12 kg si tiene una energía cinética de 15 N · m.*

1.31M *Calcule la velocidad en m/s de un cuerpo de 175 kg si tiene una energía cinética de 212 mN · m.*

1.32E Calcule la energía cinética en pies-lb de una masa de 1 slug si tiene una velocidad de 4 pies/s.

1.33E Calcule la energía cinética en pies-lb de un camión de 8000 lb que se mueve a 10 mi/h.

1.34E Calcule la energía cinética en pies-lb de una caja de 150 lb que se mueve en una cinta transportadora a 20 pies/s.

1.35E Calcule la masa de un cuerpo en slugs si tiene una energía cinética de 15 pies-lb cuando se mueve a 2.2 pies/s.

1.36E Calcule el peso en libras de un cuerpo si posee una energía cinética de 38.6 pies-lb cuando se desplaza a 19.5 mi/h.

1.37E Calcule la velocidad en pies/s de un objeto de 30 lb si tiene una energía cinética de 10 pies-lb.

1.38E Calcule la velocidad en pies/s de un cuerpo de 6 onzas si tiene una energía cinética de 30 pulg-oz.

Una medida del desempeño de un lanzador de beisbol es su promedio obtenido de carreras o ERA (*Earned Run Average*). Éste es el número promedio de carreras obtenidas que ha permitido, si todas las entradas en las que ha lanzado se convirtieran a juegos equivalentes de nueve entradas. Por tanto, las unidades del ERA son carreras por juego.

1.39 Si un lanzador ha permitido 39 carreras durante 141 entradas, calcule su ERA.

1.40 Un lanzador tiene un ERA de 3.12 carreras/juego y ha lanzado 150 entradas. ¿Cuántas carreras obtenidas ha permitido?

1.41 Un lanzador tiene un ERA de 2.79 carreras/juego y ha permitido 40 carreras obtenidas. ¿Cuántas entradas ha lanzado?

1.42 Un lanzador ha permitido 49 carreras obtenidas a lo largo de 123 entradas. Calcule su ERA.

Definición de presión

1.43E Calcule la presión producida sobre el aceite contenido en un cilindro cerrado por un pistón que ejerce una fuerza de 2500 lb sobre éste. El pistón tiene un diámetro de 3.00 pulg.

1.44E Un cilindro hidráulico debe ser capaz de ejercer una fuerza de 8700 lb. El diámetro del pistón es de 1.50 pulg. Calcule la presión requerida en el aceite.

1.45M *Calcule la presión producida sobre el aceite contenido en un cilindro cerrado por un pistón que ejerce una fuerza de 12.0 kN sobre el aceite. El pistón tiene un diámetro de 75 mm.*

1.46M *Un cilindro hidráulico debe ser capaz de ejercer una fuerza de 38.8 kN. El pistón tiene un diámetro de 40 mm. Calcule la presión requerida en el aceite.*

1.47E El gato hidráulico de un taller de servicio automotriz tiene un cilindro con un diámetro de 8.0 pulg. ¿Qué presión debe tener el aceite para ser capaz de elevar un peso de 6000 lb?

1.48E Se utiliza una prensa de acuñación para producir monedas conmemorativas con el rostro de todos los presidentes de los EUA. El proceso de acuñación requiere una fuerza de 18 000 lb. El cilindro hidráulico tiene un diámetro de 2.50 pulg. Calcule la presión de aceite necesaria.

1.49M *La máxima presión que puede obtenerse con un cierto cilindro de potencia de fluido es de 20.5 MPa. Calcule la fuerza que puede ejercer si el diámetro de su pistón es de 50 mm.*

1.50E La máxima presión que puede obtenerse con un cierto cilindro de potencia de fluido es de 6000 lb/pulg^2. Calcule la fuerza que puede ejercer si el diámetro de su pistón es de 2.00 pulg.

1.51E La máxima presión que puede obtenerse con un cierto cilindro de potencia de fluido es de 5000 lb/pulg^2. Calcule el diámetro necesario del pistón si el cilindro debe ejercer una fuerza de 20 000 lb.

1.52M *La máxima presión que puede obtenerse con un cierto cilindro de potencia de fluido es de 15.0 MPa. Calcule el diámetro necesario del pistón si el cilindro debe ejercer una fuerza de 30 kN.*

1.53E Una línea de cilindros de potencia de fluido tienen diámetros que van desde 1.00 pulg hasta 8.00 pulg, en incrementos de 1.00 pulg. Calcule la fuerza que podría ejercerse por cada cilindro con una presión de fluido de 500 lb/pulg^2. Trace una gráfica de la fuerza contra el diámetro del cilindro.

1.54E Una línea de cilindros de potencia de fluido tienen diámetros que van desde 1.00 pulg hasta 8.00 pulg, en incrementos de 1.00 pulg. Calcule la presión requerida por cada cilindro si debe ejercer una fuerza de 5000 lb. Trace una gráfica de la presión contra el diámetro del cilindro.

1.55C Determine su propio peso en newtons. Después calcule la presión en pascales que se crearía en aceite si se parara sobre el pistón de un cilindro con un diámetro de 20 mm. Convierta la presión obtenida a lb/pulg^2.

1.56C Para la presión que calculó en el problema 1.55, calcule la fuerza en newtons que podría ejercerse sobre un pistón con un diámetro de 250 mm. Luego, convierta la fuerza resultante a libras.

Módulo volumétrico

1.57C Calcule el cambio de presión requerido para ocasionar una disminución en el volumen de alcohol etílico de un 1.00 por ciento. Exprese el resultado en lb/pulg^2 y en MPa.

1.58C Calcule el cambio de presión requerido para ocasionar una disminución en el volumen de mercurio de un 1.00 por ciento. Exprese el resultado tanto en lb/pulg^2 como en MPa.

1.59C Calcule el cambio de presión requerido para ocasionar una disminución en el volumen de aceite industrial de un 1.00 por ciento. Exprese el resultado tanto en lb/pulg^2 como en MPa.

1.60E Para las condiciones descritas en el problema 1.59, suponga que el 1.00 por ciento del cambio de volumen se presenta en un cilindro que tiene un diámetro interior de 1.00 pulg y una longitud de 12.00 pulg. Calcule la distancia axial que el pistón debe recorrer mientras se da el cambio de volumen.

1.61E Un cierto sistema hidráulico opera a 3000 lb/pulg^2. Calcule el cambio porcentual en el volumen de aceite del sistema mientras la presión se aumenta desde cero hasta 3000 lb/pulg^2, si el aceite es parecido al aceite industrial que viene en la tabla 1.2.

1.62M *Un cierto sistema hidráulico opera a 20.0 MPa. Calcule el cambio porcentual en el volumen de aceite del sistema si el aceite es parecido al aceite industrial que se menciona en la tabla 1.2.*

1.63E Una medida de la rigidez de un sistema de operación lineal es la cantidad de fuerza que se requiere para ocasionar una cierta desviación lineal. Para un dispositivo de operación que posee un diámetro interior de 0.50 pulg y una longitud de 42.0 pulg, y que está lleno de aceite industrial, calcule su rigidez en lb/pulg.

1.64E Repita el problema 1.63, pero cambie la longitud del cilindro a 10.0 pulg. Compare los resultados.

1.65E Repita el problema 1.63, pero cambie el diámetro del cilindro a 2.00 pulg. Compare los resultados.

1.66E Utilizando los resultados de los problemas 1.63, 1.64 y 1.65, plantee una conclusión acerca del diseño general para lograr un sistema muy rígido.

Fuerza y masa

1.67M *Calcule la masa de una lata de aceite si pesa 610 N.*

1.68M *Calcule la masa de un tanque de gasolina si pesa 1.35 kN.*

1.69M *Calcule el peso de un metro cúbico de queroseno si tiene una masa de 825 kg.*

1.70M *Calcule el peso de una jarra de aceite de linaza si tiene una masa de 450 g.*

1.71E Calcule la masa de un galón de aceite si su peso es de 7.8 lb.

1.72E Calcule la masa de un pie cúbico de gasolina si su peso es de 42.0 lb.

1.73E Calcule el peso de un pie cúbico de queroseno si su masa es de 1.58 slugs.

1.74E Calcule el peso de un galón de agua si tiene una masa de 0.258 slugs.

1.75C Suponga que un hombre pesa 160 lb (fuerza).

a. Calcule su masa en slugs.

b. Calcule su peso en N.

c. Calcule su masa en kg.

1.76C En los EUA, la hamburguesa y otros tipos de carnes se venden por libra. Suponiendo que se trata de 1.00 lb fuerza, calcule su masa en slugs y en kg, y su peso en N.

1.77M *La tonelada métrica es igual a 1000 kg (masa). Calcule la fuerza en newtons que se necesita para levantar una tonelada métrica.*

1.78C Convierta la fuerza encontrada en el problema 1.77 a libras.

1.79C Determine su propio peso en libras y en newtons, y su propia masa en slugs y en kilogramos.

Densidad, peso específico y gravedad específica

1.80M *La gravedad específica del benceno es de 0.876. Calcule su peso específico y su densidad en unidades SI.*

1.81M *El aire a 16 °C y a presión atmosférica estándar tiene un peso específico de 12.02 N/m^3. Calcule su densidad.*

1.82M *El dióxido de carbono tiene una densidad de 1.964 kg/m^3 a 0 °C. Calcule su peso específico.*

1.83M *Un cierto aceite lubricante medio tiene un peso específico de 8.860 kN/m^3 a 5 °C y de 8.483 a 50 °C. Calcule su gravedad específica en cada temperatura.*

1.84M *A 100 °C, el mercurio tiene un peso específico de 130.4 kN/m^3. ¿Qué volumen de mercurio pesaría 2.25 kN?*

1.85M *Una lata cilíndrica de 150 mm de diámetro está llena hasta una profundidad de 100 mm con aceite combustible. El aceite tiene una masa de 1.56 kg. Calcule su densidad, peso específico y gravedad específica.*

1.86M *La glicerina tiene una gravedad específica de 1.258. ¿Cuánto pesarán 0.50 m^3 de glicerina? ¿Cuál sería su masa?*

1.87M *El tanque de combustible de un automóvil tiene una capacidad de 0.095 m^3. Si está lleno de gasolina que tiene una gravedad específica de 0.68, calcule el peso del combustible.*

1.88M *La densidad del ácido muriático es de 1200 kg/m^3. Calcule su peso específico y su gravedad específica.*

1.89M *El amoniaco líquido tiene una gravedad específica de 0.826. Calcule el volumen de amoniaco que tendría un peso de 22.0 N.*

1.90M *El vinagre tiene una densidad de 1080 kg/m^3. Calcule su peso específico y su gravedad específica.*

1.91M *El alcohol de metilo tiene una gravedad específica de 0.789. Calcule su densidad y su peso específico.*

1.92M *Un recipiente cilíndrico tiene 150 mm de diámetro y pesa 2.25 N cuando se encuentra vacío. Cuando está lleno hasta una profundidad de 200 mm con un cierto aceite, pesa 35.4 N. Calcule la gravedad específica del aceite.*

1.93M *Un tanque de almacenamiento de gasolina (sg = 0.68) consiste en un cilindro vertical de 10 m de diámetro. Si está lleno hasta una profundidad de 6.75 m, calcule el peso y la masa de la gasolina.*

1.94M *¿Qué volumen de mercurio (sg = 13.54) pesaría lo mismo que 0.020 m^3 de aceite de linaza, que tiene un peso específico de 9.42 kN/m^3?*

1.95M *Una roca tiene una gravedad específica de 2.32 y un volumen de 1.42 × 10^{-4} m^3. ¿De cuánto es su peso?*

1.96E La gravedad específica del benceno es de 0.876. Calcule su peso específico y su densidad en unidades del Sistema Británico de Unidades.

1.97E El aire a 59 °F y a presión atmosférica estándar tiene un peso específico de 0.0765 lb/pies^3. Calcule su densidad.

1.98E El dióxido de carbono tiene una densidad de 0.003 81 slug/pies^3 a 32 °F. Calcule su peso específico.

1.99E Un cierto aceite lubricante medio tiene un peso específico de 56.4 lb/pies^3 a 40 °F y de 54.0 lb/pies^3 a 120 °F. Calcule su gravedad específica a cada temperatura.

1.100E A 212 °F, el mercurio tiene un peso específico de 834 lb/pies^3. ¿Qué volumen de mercurio pesaría 500 lb?

1.101E Un galón de un cierto aceite combustible pesa 7.50 lb. Calcule su peso específico, su densidad y su gravedad específica.

1.102E La glicerina tiene una gravedad específica de 1.258. ¿Qué peso tendrán 50 galones de glicerina?

1.103E El tanque de combustible de un automóvil tiene una capacidad de 25.0 gal. Si está lleno de gasolina que tiene una densidad de 1.32 slug/pies^3, calcule el peso del combustible.

1.104C La densidad del ácido muriático es de 1.20 g/cm^3. Calcule su densidad en slug/pies^3, su peso específico en lb/pies^3 y su gravedad específica. (Observe que la gravedad específica y la densidad en g/cm^3 son iguales numéricamente.)

1.105C El amoniaco líquido tiene una gravedad específica de 0.826. Calcule el volumen en cm^3 que tendría un peso de 5.0 lb.

1.106C El vinagre tiene una densidad de 1.08 g/cm^3. Calcule su peso específico en lb/pies^3.

1.107C El alcohol tiene una gravedad específica de 0.79. Calcule su densidad tanto en slug/pies^3 como en g/cm^3.

1.108E Un recipiente cilíndrico tiene 6.0 pulg de diámetro y pesa 0.50 lb cuando se encuentra vacío. Cuando está lleno hasta una profundidad de 8.0 pulg con un cierto aceite, pesa 7.95 lb. Calcule la gravedad específica del aceite.

1.109E Un tanque de almacenamiento de gasolina (sg = 0.68) consiste en un cilindro vertical de 30 pies de diámetro. Si está lleno hasta una profundidad de 22 pies, calcule la cantidad de galones de gasolina que hay en el tanque y su peso.

1.110E ¿Qué cantidad de galones de mercurio (sg = 13.54) tendrían el mismo peso que 5 galones de aceite de linaza, que tiene un peso específico de 59.69 lb/pies^3?

1.111E Una roca tiene una gravedad específica de 2.32 y un volumen de 8.64 pulg^3. ¿Cuál es su peso?

TAREAS DE PROGRAMACIÓN EN COMPUTADORA

1. Escriba un programa que calcule el peso específico del agua para una temperatura dada, utilizando los datos que aparecen en el apéndice A. El programa podría ser parte de un programa más extenso que se podría escribir más adelante. Se pueden utilizar las siguientes opciones:
   - **a.** Introduzca en un ordenamiento los datos de la tabla de pesos específicos como función de la temperatura. Luego, para una temperatura específica, busque en el ordenamiento el peso específico correspondiente. Interpole las temperaturas entre los valores dados en la tabla.
   - **b.** Incluya los datos tanto en unidades SI como en unidades del Sistema Británico de Unidades.
   - **c.** Incluya la densidad.
   - **d.** Incluya notas de verificación en el programa para asegurarse de que la temperatura especificada está dentro del intervalo dado en las tablas (es decir, por encima del punto de congelación y por debajo del punto de ebullición).
   - **e.** En lugar de utilizar el planteamiento de búsqueda en la tabla, use una técnica de ajuste de curva para obtener ecuaciones de las propiedades del agua contra la temperatura. Después calcule el valor de la propiedad deseada para cualquier temperatura especificada.

2 Viscosidad de los fluidos

2.1 OBJETIVOS

La facilidad con que un líquido se derrama es una indicación de su viscosidad. El aceite frío tiene una alta viscosidad y se derrama muy lentamente, mientras que el agua tiene una viscosidad relativamente baja y se derrama con bastante facilidad. Definimos la *viscosidad* como la propiedad de un fluido que ofrece resistencia al movimiento relativo de sus moléculas. La pérdida de energía debida a la fricción en un fluido que fluye se debe a su viscosidad. Ésta se utiliza en la resolución de problemas con que inicia el capítulo 8 de este libro, de modo que se podría decidir dejar el estudio del material del presente capítulo hasta que se esté listo para cubrir el capítulo 8. El material correspondiente a viscosidad se da aquí para aquellos lectores que deseen aprender todas las propiedades de los fluidos al mismo tiempo.

Después de haber terminado el estudio de este capítulo, usted deberá ser capaz de:

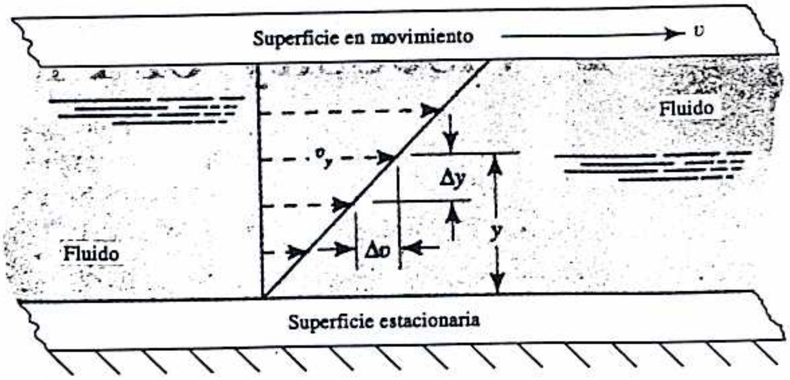
1. Definir *viscosidad dinámica.*
2. Definir *viscosidad cinemática*.
3. Identificar las unidades de viscosidad tanto en el SI como en el Sistema Británico de Unidades.
4. Describir la diferencia entre un *fluido newtoniano* y un *fluido no newtoniano*.
5. Describir los métodos de medición de viscosidad utilizando el *viscómetro de tambor de rotación*, el *viscómetro de tubo capilar*, el *viscómetro de caída de bola* y el *viscómetro Saybolt Universal*.
6. Describir la variación de viscosidad con la temperatura tanto para líquidos como para gases.
7. Definir *índice de viscosidad.*
8. Describir la viscosidad de lubricantes utilizando los números de viscosidad SAE y los grados de viscosidad ISO.

2.2 VISCOSIDAD DINÁMICA

Cuando un fluido se mueve, se desarrolla en él una tensión de corte, cuya magnitud depende de la viscosidad del fluido. La *tensión de corte*, denotada con la letra griega τ (tao), puede definirse como la fuerza requerida para deslizar una capa de área unitaria de una sustancia sobre otra capa de la misma sustancia. Así pues, τ es una fuerza dividida entre un área y puede medirse en unidades de newtons por metro cuadrado o en lb/pies^2. En un fluido como el agua, el aceite, el alcohol, o cualquier otro líquido común, encontramos que la magnitud de la tensión de corte es directamente proporcional al cambio de velocidad entre diferentes posiciones del fluido.

En la figura 2.1 se ilustra el concepto de cambio de velocidad en un fluido mediante la exhibición de una capa delgada del fluido situada entre dos superficies, una de las cuales está estacionaria, mientras que la otra se está moviendo.

FIGURA 2.1 Gradiente de velocidad en un fluido en movimiento.



Una condición fundamental que se presenta cuando un fluido real está en contacto con una superficie frontera, es que el fluido tiene la misma velocidad que la frontera. En la figura 2.1, entonces, el fluido que está en contacto con la superficie inferior tiene velocidad cero y el que está en contacto con la superficie superior tiene velocidad v. Si la distancia entre las dos superficies es pequeña, entonces la rapidez de cambio de velocidad con respecto de la posición y es lineal. Esto es, varía como una línea recta. El *gradiente de velocidad* es una medida del cambio de velocidad y se define como $\Delta v/\Delta y$. También se le conoce como *rapidez de corte*.

El hecho de que la tensión de corte del fluido es directamente proporcional al gradiente de velocidad puede establecerse matemáticamente como:

$$\tau = \mu(\Delta v/\Delta y) \tag{2–1}$$

en la que la constante de proporcionalidad μ (letra griega my) se conoce como *viscosidad dinámica* del fluido.

Se puede visualizar la interpretación física de la ecuación (2–1) al revolver un fluido con una varilla. La acción de revolver hace que se cree un gradiente de velocidad (viscosidad en el fluido. Se requiere una mayor fuerza para revolver un aceite frío, que tiene una viscosidad mayor (un alto valor de μ), que la requerida para revolver agua, cuya viscosidad es menor. Esto es una indicación de la mayor tensión de corte en el aceite frío.

La aplicación directa de la ecuación (2–1) se utiliza en algunos tipos de dispositivos de medición de viscosidad, según se verá más adelante.

2.2.1 Unidades de la viscosidad dinámica

Se utilizan muchos sistemas de unidades diferentes para expresar la viscosidad. Los sistemas que se utilizan con más frecuencia se describen en la presente sección para la viscosidad dinámica, y en la siguiente para la viscosidad cinemática. En el apéndice K se incluyen tablas que resumen factores de conversión.

La definición de viscosidad dinámica puede ser derivada de la ecuación (2–1), despejando μ.

VISCOSIDAD DINÁMICA

$$\mu = \frac{\tau}{\Delta v/\Delta y} = \tau\left(\frac{\Delta y}{\Delta v}\right) \tag{2–2}$$

Las unidades para μ pueden derivarse al sustituir unidades SI en lugar de las cantidades involucradas en la ecuación (2–2), de la manera siguiente:

$$\mu = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} \times \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m/s}} = \frac{\mathrm{N \cdot s}}{\mathrm{m}^2}$$ (!)

Puesto que el Pa es otro nombre para las unidades N/m², también podemos expresar μ como:

$$\boxed{\mu = \text{Pa} \cdot \text{s}}$$

ó (2)

En ocasiones, cuando las unidades de μ se combinan con otros términos —en especial la densidad—, resulta conveniente expresar μ en términos de kg, en lugar de N. Como 1N = 1 kg · m/s², la *viscosidad dinámica* puede expresarse como:

$$\boxed{\mu = \text{N} \times \frac{\text{s}}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \times \frac{\text{s}}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}}$$

ó (3)

Así, tanto N · s/m², Pa · s como kg/m · s pueden utilizarse como unidades de μ en el Sistema Internacional.

En la tabla 2.1 se enumeran las unidades de viscosidad dinámica en los tres sistemas más ampliamente utilizados. Las dimensiones de fuerza multiplicadas por el tiempo y divididas entre el cuadrado de la longitud se hacen evidentes en cada sistema. Las unidades de poise y centipoise se presentan aquí debido a que muchos de los datos publicados se dan en tales unidades. Son parte del sistema métrico obsoleto conocido como cgs, derivado de las unidades básicas centímetro, gramo y segundo. Los factores de conversión se presentan en el apéndice K.

TABLA 2.1

Sistema de unidades	Unidades de viscosidad dinámica
Sistema Internacional (SI)	N · s/m², Pa · s, o kg/m · s
Sistema Británico de Unidades	lb-s/pies² o slug/pie-s
Sistema cgs (obsoleto)	poise = dina · s/cm² = g/ (cm · s) = 0.1 Pa · s centipoise = poise/100 = 0.001 Pa · s = 1.0 mPa · s

μ

2.3 VISCOSIDAD CINEMÁTICA

VISCOSIDAD CINEMÁTICA

Muchos cálculos en mecánica de fluidos implican el cociente de la viscosidad dinámica entre la densidad del fluido. Como una convención, la viscosidad cinemática, ν (letra griega ny), se define como:

$$\nu = \mu/\rho \tag{2–3}$$

Puesto que μ y ρ son propiedades del fluido, ν también lo es.

2.3.1 Unidades de la viscosidad cinemática

Podemos derivar las unidades SI para la viscosidad cinemática al sustituir las unidades desarrolladas previamente para μ y ρ:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \mu\left(\frac{1}{\rho}\right)$$

$$\nu = \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}} \times \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$\boxed{\nu = \text{m}^2/\text{s}}$$

En la tabla 2.2 se presentan las unidades de viscosidad cinemática en los tres sistemas utilizados con más frecuencia. Las dimensiones básicas de longitud al cuadrado divididas entre el tiempo son evidentes en cada sistema. Las unidades de stoke y centistoke se presentan debido a que los datos publicados, a menudo, emplean tales unidades. En el apéndice K se presentan los factores de conversión.

A 2.2

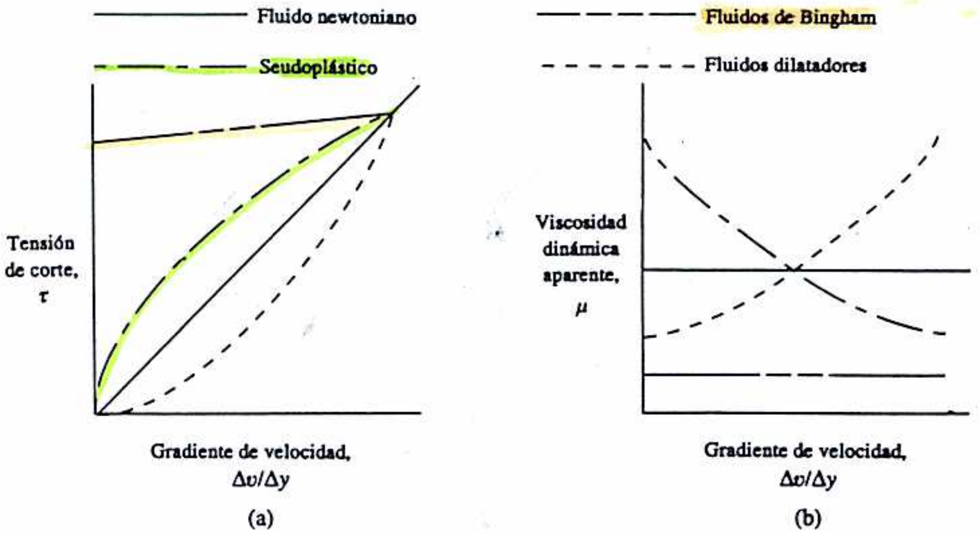
Sistema de unidades	Unidades de viscosidad cinemática
Sistema Internacional (SI)	m^2/s
Sistema Británico de Unidades	$pies^2/s$
Sistema cgs (obsoleto)	stoke = $cm^2/s = 1 \times 10^{-4}\ m^2/s$ centistoke = stoke/100 = $1 \times 10^{-6}\ m^2/s$

2.4 FLUIDOS NEWTONIANOS Y NO NEWTONIANOS

El estudio de las características de deformación y de flujo se conoce como *reología*, que es el campo del cual aprendemos acerca de la viscosidad de los fluidos. Una diferencia importante que se debe entender es la de los *fluidos newtonianos* y los *fluidos no newtonianos*. Cualquier fluido que se comporte de acuerdo con la ecuación (2–1) se conoce como *newtoniano*. La viscosidad μ es función exclusivamente de la condición del fluido, en particular de su temperatura. La magnitud del gradiente de velocidad, $\Delta v/\Delta y$, no tiene efecto sobre la magnitud de μ. Los fluidos más comunes, como agua, aceite, gasolina, alcohol, queroseno, benceno y glicerina, están clasificados como fluidos newtonianos.

Por el contrario, un fluido que no se comporta de acuerdo con la ecuación (2–1) se conoce como *fluido no newtoniano*. La diferencia entre los dos tipos se muestra en la figura 2.2. La viscosidad del fluido no newtoniano depende del gradiente de velocidad, además de la condición del fluido.

RA 2.2 Fluidos newtonianos
ewtonianos.



Observe que en la figura 2.2(a), la pendiente de la curva de la tensión de corte contra el gradiente de velocidad es una medida de la *viscosidad aparente* del fluido. Cuanto mayor sea la pendiente, más grande será la viscosidad aparente. Debido a que los fluidos newtonianos tienen una relación lineal entre la tensión de corte y el gradiente de velocidad, la pendiente es constante y, por consiguiente, también la viscosidad es constante. La pendiente de las curvas de los fluidos no newtonianos es variable. En la figura 2.2(b) se muestra cómo cambia la viscosidad con el gradiente de velocidad.

VARIA
VISCOSI
TE

Se tienen dos principales clasificaciones de los fluidos no newtonianos: *independientes del tiempo* y *dependientes del tiempo*. Como su nombre lo indica, los fluidos independientes del tiempo tienen una viscosidad, a cualquier tensión de corte, que no varía con el tiempo. La viscosidad de los fluidos dependientes del tiempo, sin embargo, cambiará con él (véase la referencia 10).

Se pueden definir tres tipos de fluidos independientes del tiempo:

- *Seudoplásticos*. La gráfica de la tensión de corte contra el gradiente de velocidad se encuentra por encima de la línea recta, de pendiente constante, correspondiente a los fluidos newtonianos, como se muestra en la figura 2.2. La curva inicia abruptamente, lo que indica una alta viscosidad aparente. Luego la pendiente disminuye al aumentar el gradiente de velocidad. Algunos ejemplos de este tipo de fluidos son el plasma sanguíneo, el polietileno fundido y las suspensiones acuosas de arcilla. xaj
- *Fluidos dilatadores*. La gráfica de la tensión de corte contra el gradiente de velocidad se encuentra por debajo de la línea recta correspondiente a los fluidos newtonianos. La curva empieza con una pendiente baja, lo que indica una baja viscosidad aparente. Luego la pendiente aumenta al aumentar el gradiente de velocidad. Algunos ejemplos de fluidos dilatadores son la fécula de maíz en etilenglicol, el almidón en agua y el dióxido de titanio. xa
- *Fluidos de Bingham*. En ocasiones conocidos como *fluidos de tapón de flujo*, éstos requieren el desarrollo de un nivel significativo de tensión de corte antes de que empiece el flujo, como se ilustra en la figura 2.2. Cuando empieza el flujo, se tiene una pendiente de la curva esencialmente lineal, lo cual indica una viscosidad aparente constante. Algunos ejemplos de fluidos de Bingham son el chocolate, la catsup, la mostaza, la mayonesa, la pasta dental, la pintura, el asfalto, algunas grasas y las suspensiones acuosas de ceniza de carbón o de sedimentos de aguas residuales. xa

Los fluidos dependientes del tiempo son muy difíciles de analizar, debido a que su viscosidad aparente varía con el tiempo así como con el gradiente de velocidad y la temperatura. Ejemplos de fluidos dependientes del tiempo son algunos aceites de petróleo crudo a bajas temperaturas, la tinta de impresión, el nailon, algunas jaleas, la masa de harina y varias soluciones polímeras. A éstos se les conoce como fluidos *tixotrópicos*.

Se han estado desarrollando los *fluidos electrorreológicos*, que ofrecen propiedades exclusivas controlables mediante la aplicación de una corriente eléctrica. A veces conocidos como "fluidos ER", consisten en suspensiones de partículas finas como almidón, polímeros o cerámicas, en aceite no conductor, como el aceite mineral o el aceite de silicona. Cuando no hay una corriente aplicada se comportan como otros líquidos; pero cuando se les aplica una corriente, se convierten en una gelatina y se comportan más como un sólido. El cambio puede presentarse en menos de 1/1000 de segundo. Las aplicaciones potenciales de tales fluidos son como sustitutos de las válvulas convencionales, en embragues de automóvil, en sistemas de suspensión para vehículos y maquinaria y en dispositivos accionadores automáticos (véase referencia 11).

2.5
VARIACIÓN DE LA VISCOSIDAD CON LA TEMPERATURA

Tal vez le sean familiares algunos ejemplos de la variación de la viscosidad de los fluidos con la temperatura. El aceite para motor, por lo general, es bastante difícil de vaciar cuando está frío, lo cual indica que tiene una viscosidad alta. Conforme la temperatura del aceite va aumentando, su viscosidad disminuye notablemente.

Todos los fluidos exhiben este comportamiento en algún grado. En el apéndice D se presentan gráficas de la viscosidad dinámica contra la temperatura para

TABLA 2.3

Fluido	Temperatura (°C)	Viscosidad dinámica ($N \cdot s/m^2$ o $Pa \cdot s$)
Agua	20	1.0×10^{-3}
Gasolina	20	3.1×10^{-4}
Aceite SAE 30	20	3.5×10^{-1}
Aceite SAE 30	80	1.9×10^{-2}

muchos líquidos comunes. Observe que la viscosidad está graficada en una escala logarítmica, esto debido al intervalo tan grande de valores numéricos. Con el fin de verificar su capacidad para interpretar estas gráficas, en la tabla 2.3 se presentan algunos ejemplos.

OJO

Los gases se comportan de manera diferente a los líquidos en el hecho de que la viscosidad aumenta al tiempo que aumenta la temperatura. También se tiene que la magnitud del cambio es, por lo general, menor que la que se da en líquidos.

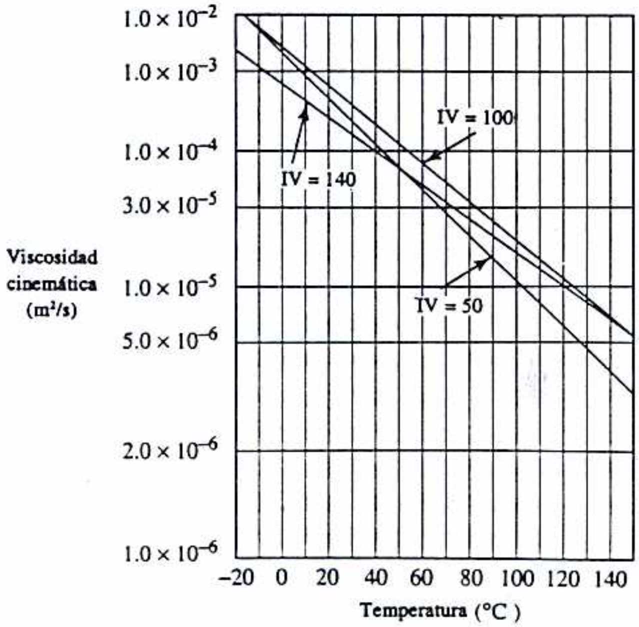
2.5.1 Índice de viscosidad

Una medida de qué tanto cambia la viscosidad de un fluido con la temperatura está dada por su índice de viscosidad, referido en ocasiones como IV. Éste es especialmente importante en los aceites lubricantes y en los fluidos hidráulicos que se utilizan en equipos que deben operar en condiciones extremas de temperatura.

> ***Un fluido con un alto índice de viscosidad muestra un cambio pequeño de viscosidad con respecto a la temperatura. Un fluido con un bajo índice de viscosidad exhibe un cambio grande en su viscosidad con respecto a la temperatura.***

En la figura 2.3 se muestran curvas típicas de aceites con índices de viscosidad de 50, 100 y 140. El índice de viscosidad es determinado mediante la medición de la

FIGURA 2.3 Curvas de índices de viscosidad típicos.



FIGU
bor g
Extec
Walth

viscosidad de una muestra del fluido a 40 °C y a 100 °C, y comparando estos valores con los de ciertos fluidos de referencia[1]. ASTM D2270

2.6 MEDICIÓN DE LA VISCOSIDAD

Los procedimientos y el equipo para medir la viscosidad son numerosos. Algunos emplean los principios fundamentales de la mecánica de fluidos para tener la viscosidad en sus unidades básicas. Otros indican exclusivamente valores relativos de la viscosidad que se pueden utilizar para comparar diferentes fluidos. En la presente sección describiremos varios métodos comunes utilizados para la medición de la viscosidad.

La Sociedad Norteamericana para Pruebas y Materiales (ASTM) genera normas para la medición y el informe de viscosidades. Las normas específicas se citan en las siguientes secciones.

2.6.1 Viscómetro de tambor giratorio

El aparato que se muestra en la figura 2.4(a) mide la viscosidad utilizando la definición de viscosidad dinámica dada en la ecuación (2–2):

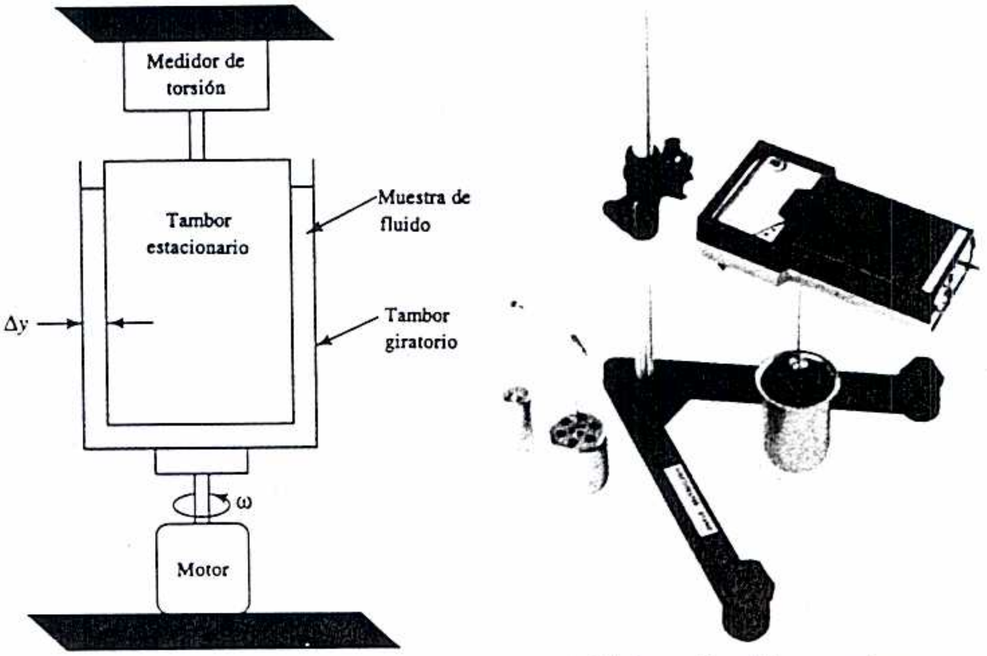
$$\mu = \tau/(\Delta v/\Delta y) \tag{2–2}$$

Se hace girar el tambor exterior a una velocidad angular constante, ω, mientras que el tambor interior se mantiene estacionario. Por consiguiente, el fluido que está en contacto con el tambor giratorio tiene una velocidad lineal, v, conocida, mientras que el fluido que está en contacto con el tambor interior tiene una velocidad cero. Si conocemos el grueso, Δy, de la muestra de fluido, entonces podemos calcular el término $\Delta v/\Delta y$ de la ecuación (2–2). Se pone una consideración especial al fluido

---

[1] Para un análisis completo de este método, consulte la Norma ASTM D2270 de la Sociedad Norteamericana de Pruebas y Materiales (véase la referencia 3).

FIGURA 2.4 Viscómetro de tambor giratorio. (Fuente de la foto: Extech Instruments Corporation, Waltham, MA.)



(a) Diagrama de los componentes del sistema

(b) Viscómetro disponible comercialmente que se encuentra en el fondo del tambor, pues su velocidad no es uniforme en todos los puntos. Debido a la viscosidad del fluido, se presenta una fuerza de arrastre sobre la superficie del tambor interior que ocasiona el desarrollo de un torque cuya magnitud puede medirse con un torquímetro sensible. La magnitud de dicho torque es una medida de la tensión de corte, τ, del fluido. Así pues, la viscosidad μ puede calcularse utilizando la ecuación (2–2).

En la figura 2.4(b), se presenta un dispositivo disponible comercialmente que utiliza principios parecidos. El viscómetro pone en funcionamiento un rotor cilíndrico especial que se encuentra suspendido en el fluido que se va a probar. El arrastre viscoso sobre el cilindro ocasiona una desviación del medidor que tiene una escala calibrada en unidades de viscosidad. Este dispositivo puede utilizarse manualmente en operaciones de planta o se puede montar en un vástago para su uso en el laboratorio.

Una variante del viscómetro de tambor giratorio se utiliza en la Norma ASTM D2602: *Método de prueba estándar para la viscosidad aparente de aceites de motor a baja temperatura utilizando el simulador de manivela fría.* En este aparato, un motor universal hace funcionar un rotor que está estrechamente ajustado dentro de un estator. La prueba se corre a –17.78 °C (0 °F). La velocidad del rotor está relacionada con la viscosidad del aceite de prueba que llena el espacio que existe entre el estator y el rotor, debido al arrastre viscoso producido por el aceite. La medición de velocidad está correlacionada con la viscosidad en centipoises (cP o mPa · s) en referencia a un diagrama de calibración obtenido al correr un conjunto de al menos cinco aceites de calibración estándar de viscosidad conocida en el aparato que se está utilizando. Los datos resultantes son usados por diseñadores de motores y usuarios para asegurar la operación adecuada del motor a bajas temperaturas.

La Sociedad de Ingenieros Automotrices (SAE, [*Society of Automotive Engineers*]) especifica que debe correrse una prueba para determinar la máxima *Temperatura de bombeo de frontera* (BTP, [*Borderline Pumping Temperature*]). Véase la Sección 2.7 del presente capítulo. El método y el aparato de prueba es especificado por la Norma ASTM D3829: *Método de prueba estándar para predecir la temperatura de bombeo de frontera de aceites para motor.* El dispositivo tiene incorporado un viscómetro giratorio con un ensamble calibrado rotor-estator. El tiempo requerido para que el rotor describa una revolución se mide con el aceite de prueba que se encuentra en el espacio comprendido entre el rotor y el estator, y con el sistema a una temperatura conocida. Después de una serie de pruebas, la temperatura a la cual el aceite de prueba tiene una viscosidad aparente de 30 Pa · s (30 000 cP) es reportada como su BTP. Otra parte del método estándar se dedica a la determinación de una *tensión de producción crítica.* Remítase a la norma ASTM para este procedimiento. (Véase referencia 7).

2.6.2
Viscómetro de tubo capilar

En la figura 2.5 se muestran dos recipientes conectados por un tubo largo de diámetro pequeño, conocido como *tubo capilar.* Conforme el fluido fluye a través del tubo con una velocidad constante, el sistema pierde algo de energía, ocasionando una caída de presión que puede ser medida utilizando un manómetro. La magnitud de la caída de presión está relacionada con la viscosidad del fluido mediante la siguiente ecuación, que es desarrollada en un capítulo posterior del presente libro:

$$\mu = \frac{(p_1 - p_2)D^2}{32vL} \tag{2–4}$$

FIGURA 2.5 Viscómetro de tubo capilar.

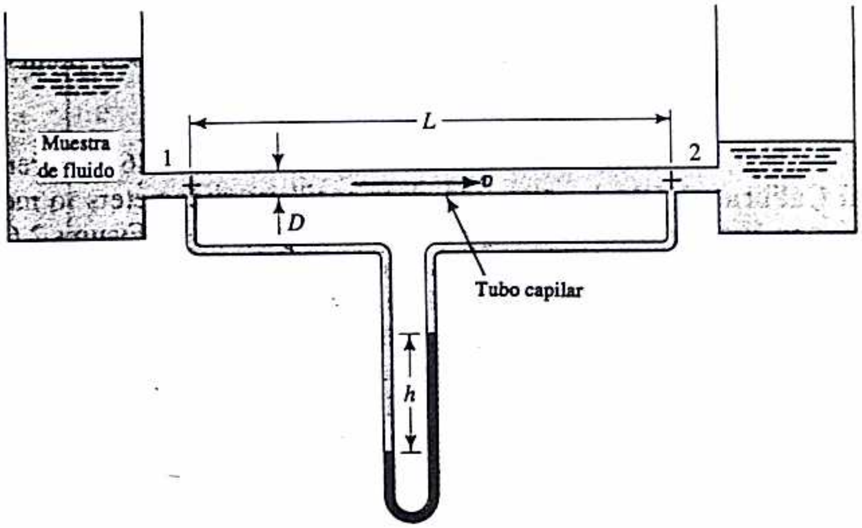
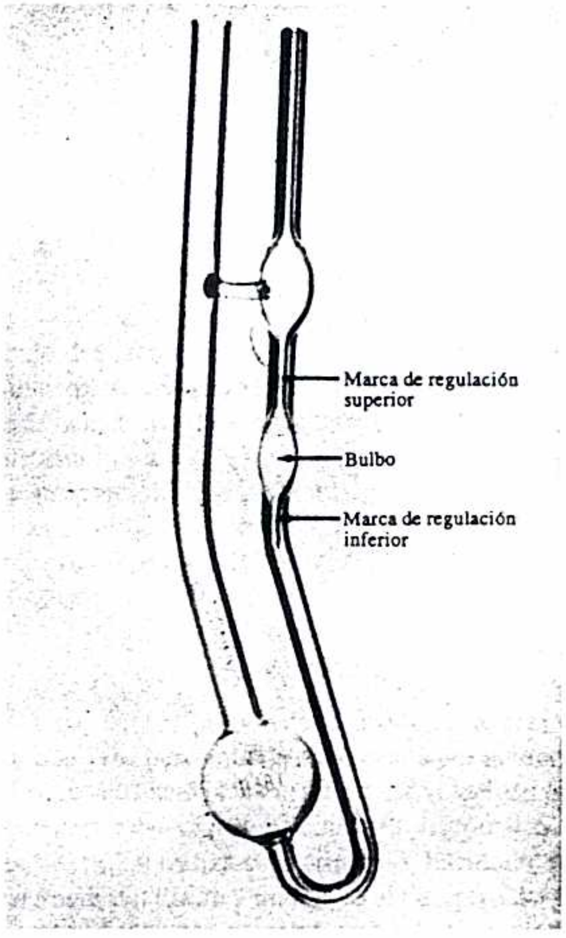


FIGURA 2.6 Viscómetro de rutina Cannon-Fenske. (Fuente: Fisher Scientific, Pittsburgh, PA.)



En la ecuación (2–4), D es el diámetro interior del tubo, v es la velocidad del fluido y L es la longitud del tubo entre los puntos 1 y 2, en donde se mide la presión.

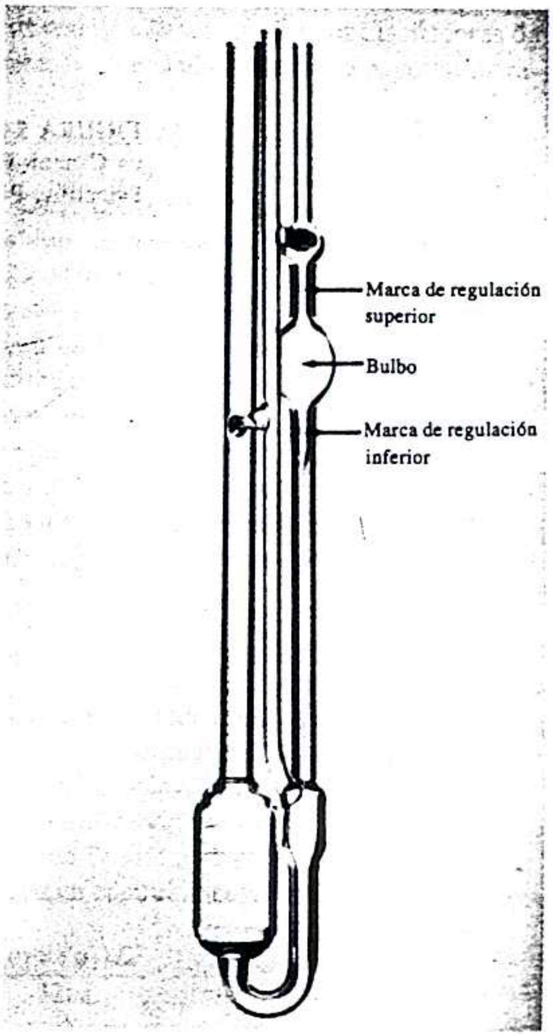
2.6.3 Viscómetros estándar calibrados capilares de vidrio

Las normas ASTM D445 y D446 (referencias 1 y 2) describen el uso de los viscómetros estándar calibrados capilares de vidrio para medir la viscosidad cinemática de líquidos transparentes y opacos. En las figuras 2.6 y 2.7 se muestran dos de los 17 tipos de viscómetros analizados en la norma. En la figura 2.8 se muestra un baño disponible comercialmente, para contener los tubos y mantener las temperaturas de prueba dentro de 0.01 °C (0.02 °F) en todo el espacio del baño.

Para preparar la prueba de viscosidad, el tubo viscómetro es cargado con una cantidad específica de fluido de prueba.

Después de estabilizarse en la temperatura de prueba, se saca mediante succión el líquido a través del bulbo y se le deja ligeramente por encima de la marca de regulación superior. Se retira la succión y se permite al líquido fluir bajo el efecto

FIGURA 2.7 Viscómetro de Ubbelohde. (Fuente: Fisher Scientific, Pittsburgh, PA.)



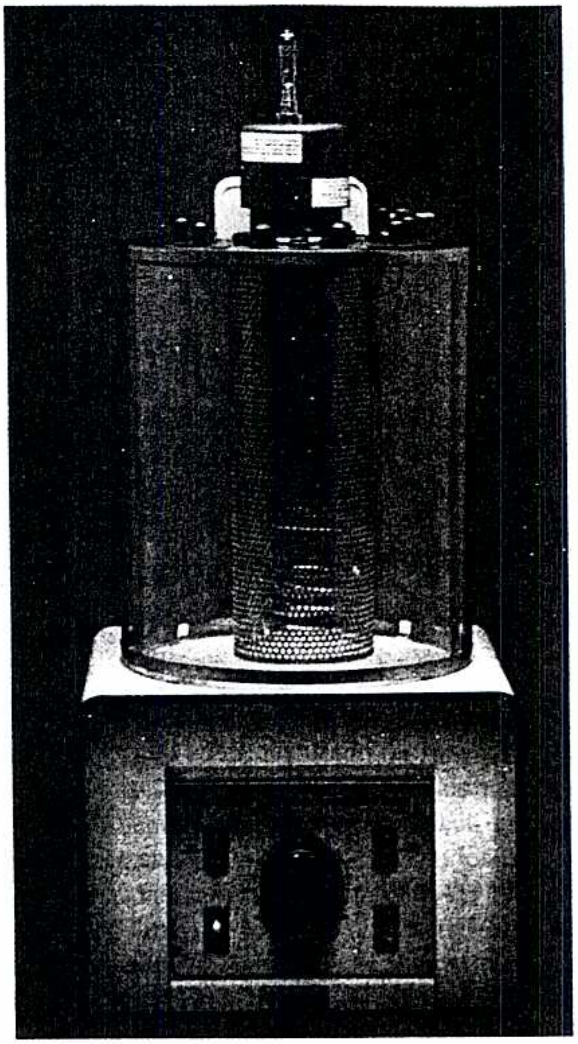


FIGURA 2.8 Baño de viscosidad cinemática para contener viscómetros estándar calibrados capilares de vidrio. (Fuente: Precision Scientific Petroleum Instruments Company, Bellwood, IL.)

de la gravedad. La sección de trabajo del tubo es el capilar que se encuentra por debajo de la marca de regulación inferior. Se registra el tiempo requerido para que el borde superior del menisco pase de la marca de regulación superior a la inferior. La viscosidad cinemática se calcula multiplicando el tiempo de flujo por la constante de calibración del viscómetro, proporcionada por el fabricante. La unidad de viscosidad utilizada en estas pruebas es el centistoke (cSt), que es equivalente a mm^2/s. Este valor debe multiplicarse por 10^{-6} para obtener la unidad estándar SI de m^2/s, que se utiliza en los cálculos de este libro.

2.6.4 Viscómetro de caída de bola

Cuando un cuerpo cae en un fluido bajo la sola influencia de la gravedad, se acelera hasta que la fuerza que lo jala hacia abajo (su peso) queda balanceada por la fuerza de flotación y la fuerza de arrastre viscoso que actúan hacia arriba. La velocidad que adquiere en ese momento se conoce como *velocidad terminal*. El viscómetro de caída de bola que se presenta en la figura 2.9 utiliza este principio, haciendo que una bola esférica caiga libremente a través del fluido y midiendo el tiempo requeri-

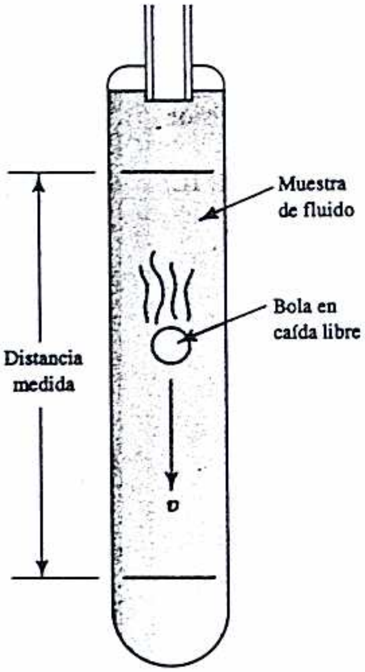


FIGURA 2.9 Viscómetro de caída de bola.

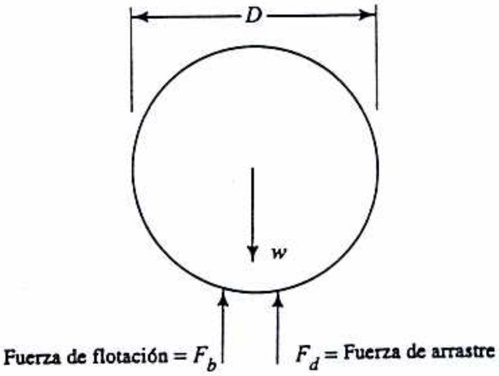


FIGURA 2.10 Diagrama de cuerpo libre de la bola en un viscómetro de caída de bola.

do para que ésta recorra una distancia conocida. Así pues, la velocidad puede calcularse. En la figura 2.10 se muestra un diagrama de cuerpo libre de la bola en el que w es el peso de la bola, F_b es la fuerza de flotación y F_d es la fuerza de arrastre viscoso que actúan sobre la bola. Cuando ésta ha alcanzado su velocidad terminal se encuentra en equilibrio, en consecuencia, tenemos:

$$w - F_b - F_d = 0. \tag{2–5}$$

Si γ_s es el peso específico de la esfera, γ_f es el peso específico del fluido, V es el volumen de la esfera y D es su diámetro, tenemos:

$$w = \gamma_s V = \gamma_s \pi D^3/6 \tag{2–6}$$

$$F_b = \gamma_f V = \gamma_f \pi D^3/6 \tag{2–7}$$

Para fluidos muy viscosos y una velocidad pequeña, la fuerza de arrastre sobre la esfera es:

$$F_d = 3\pi\mu v D \tag{2–8}$$

(Esta parte será analizada en el capítulo 17.) La ecuación (2–5) queda entonces:

$$\gamma_s \pi D^3/6 - \gamma_f \pi D^3/6 - 3\pi\mu v D = 0$$

Resolviendo para μ tenemos:

$$\mu = \frac{(\gamma_s - \gamma_f)D^2}{18v} \tag{2–9}$$

2.6.5 Viscómetro universal de Saybolt

La facilidad con que un fluido fluye a través de un orificio de diámetro pequeño es una indicación de su viscosidad. Éste es el principio sobre el cual está basado el viscómetro universal de Saybolt. La muestra de fluido se coloca en un aparato parecido al que se presenta en la figura 2.11(a). Después de que se establece el flujo, se mide el tiempo requerido para colectar 60 mL del fluido. El tiempo resultante se reporta como la viscosidad del fluido en Segundos Universales Saybolt (SSU o, en ocasiones, SUS). Puesto que la medición no está basada en la definición fundamental de viscosidad, los resultados son solamente relativos. Sin embargo, sirven para comparar las viscosidades de diferentes fluidos. La ventaja de este procedimiento es que es sencillo y requiere un equipo relativamente simple. Se puede hacer una conversión aproximada de SSU a viscosidad cinemática, según se muestra en el apéndice K. En las figuras 2.11(b) y (c) se muestran el viscómetro de Saybolt disponible comercialmente y la botella de 60 mL que se utiliza para colectar la muestra. El uso del viscómetro de Saybolt fue cubierto anteriormente por la Norma ASTM D88. Sin embargo, dicha norma ya no es apoyada por la ASTM. Se le da preferencia ahora al uso de los viscómetros capilares de vidrio descritos en las Normas ASTM D445 y D446 que fueron analizados en la Sección 2.6.3 de este capítulo.

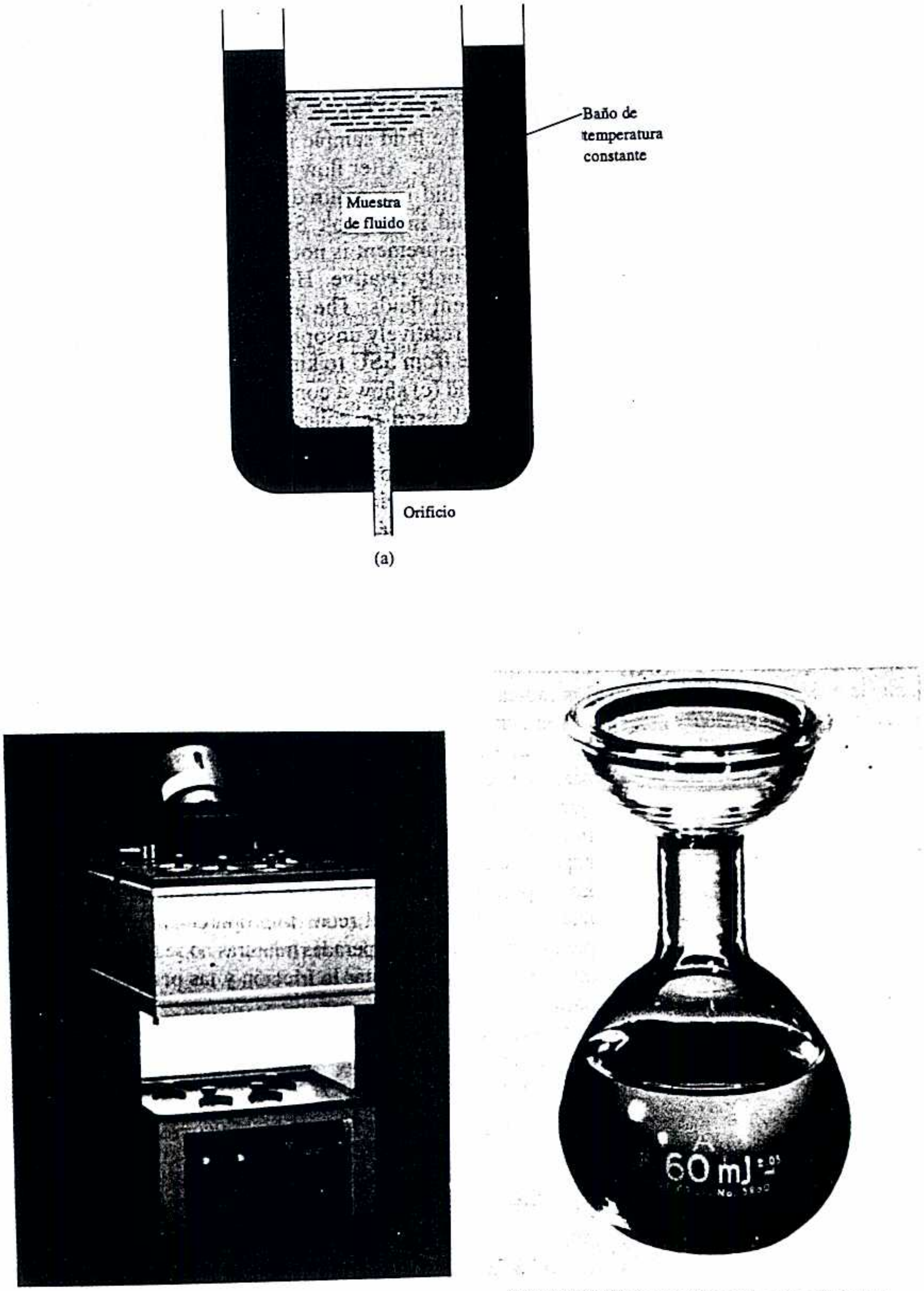
2.7 GRADOS DE VISCOSIDAD SAE

La Sociedad de Ingenieros Automotrices (SAE) ha desarrollado un sistema de valoración en aceites para motor (tabla 2.4) y lubricantes de engranajes y de ejes (tabla 2.5) que indica la viscosidad de los aceites a temperaturas específicas. Los aceites que tienen el sufijo W deben tener viscosidades cinemáticas en los intervalos indicados a 100 °C. Los aceites de multiviscosidad, como el SAE 10W-30, deben cumplir con las normas en las condiciones de baja y de alta temperaturas.

La especificación de valores de viscosidad máxima a baja temperatura para aceites está relacionada con la capacidad del aceite para fluir hacia las superficies que necesitan lubricación, a las velocidades de motor que se alcanzan durante el inicio del funcionamiento a bajas temperaturas. La viscosidad de bombeo indica la capacidad del aceite para fluir hacia la entrada de la bomba de aceite de un motor. Las especificaciones del intervalo de viscosidades a altas temperaturas se relacionan con la capacidad del aceite de proporcionar una película de aceite satisfactoria para llevar las cargas esperadas mientras no se tenga una viscosidad excesivamente alta que pudiera aumentar la fricción y las pérdidas de energía generadas por las partes en movimiento.

Las normas siguientes se aplican a las clasificaciones SAE y a los métodos de prueba:

SAE J300	*Clasificación de viscosidad de aceite para motor*
SAE J306	*Clasificación de viscosidad lubricante de transmisión manual y de eje*
ASTM D445	*Método estándar de prueba para viscosidad cinemática de líquidos transparentes y opacos*
ASTM D446	*Especificaciones estándar e instrucciones de operación para viscómetros cinemáticos capilares de vidrio*



(b) Víscómetro universal de Saybolt

(c) Botella de 60 mL para colectar la muestra de Saybolt

FIGURA 2.11 Viscómetro de Saybolt. {Fuentes de las fotografías: (b) Precision Scientific Petroleum Instruments Co., Bellwood, IL; (c) Corning, Inc., Corning, NY.]

TABLA 2.4 Grados de viscosidad SAE de aceites para motor.

	Baja temperatura—Viscosidad dinámica		Alta temperatura Viscosidad cinemática a 100 °C (cSt)[+]	
Grado de viscosidad SAE	Condición de manivela[*] (cP) Máx. a (°C)	Condición de bombeo[#] (cP) Máx. a (°C)	Mín.	Máx.
0W	3250 a −30	30 000 a −35	3.8	—
5W	3500 a −25	30 000 a −30	3.8	—
10W	3500 a −20	30 000 a −25	4.1	—
15W	3500 a −15	30 000 a −20	5.6	—
20W	4500 a −10	30 000 a −15	5.6	—
25W	6000 a −5	30 000 a −10	9.3	—
20	—	—	5.6	< 9.3
30	—	—	9.3	<12.5
40	—	—	12.5	<16.3
50	—	—	16.3	<21.9
60	—	—	21.9	<26.1

Fuente: Reimpreso con licencia de SAE J300 © 1991. Sociedad de Ingenieros Automotrices, Inc. Warrendale, PA. (Véase referencia 13.)

[*] Utilizando la norma modificada ASTM D2602

[#] Utilizando ASTM D4684

[+] Utilizando ASTM D445

TABLA 2.5 Grados de viscosidad SAE para lubricantes de transmisiones de eje y manuales.

Grado de viscosidad SAE	Temperatura máxima para viscosidad dinámica de 150 000 cP[*] (°C)	Viscosidad cinemática a 100 °C (cSt)[#] Mín.	Máx.
70W	−55	4.1	—
75W	−40	4.1	—
80W	−26	7.0	—
85W	−12	11.0	—
90	—	13.5	<24.0
140	—	24.0	<41.0
250	—	41.0	—

Fuente: Reimpreso con licencia de SAE J306 © 1986. Sociedad de Ingenieros Automotrices, Inc. Warrendale, PA. (Véase referencia 14.)

[*] Utilizando ASTM D2983

[#] Utilizando ASTM D445

ASTM D2602	*Método de prueba estándar para viscosidad aparente de aceites para motor a baja temperatura utilizando el simulador de manivela fría*
ASTM D2983	*Método de prueba para viscosidad aparente a baja temperatura utilizando el viscómetro de Brookfield*
ASTM D3829	*Método de prueba estándar para predecir la temperatura de bombeo de frontera de aceite para motor*
ASTM D4684	*Método de prueba estándar para la determinación de la tensión de producción y la viscosidad aparente de aceites para motor a baja temperatura*

Consulte la revisión más reciente de estas normas.

Consulte también el apéndice C para obtener las propiedades típicas de los aceites lubricantes de petróleo utilizados en sistemas hidráulicos y en aplicaciones a herramientas de máquina.

Observe que los aceites diseñados para operar a amplios intervalos de temperatura tienen aditivos especiales que sirven para aumentar el índice de viscosidad. Un ejemplo es un aceite para motor multiviscoso que debe cumplir con rigurosos límites de viscosidad a baja temperatura, mientras mantiene una viscosidad lo suficientemente alta a temperaturas de operación de motor más altas, para una lubricación efectiva. También, los aceites para el sistema hidráulico automotriz que deben operar con un desempeño parecido tanto en climas fríos como templados, y los aceites para sistemas hidráulicos de máquinas-herramienta que deben operar al aire libre deben tener altos índices de viscosidad. Para valores representativos consulte el apéndice C.

La obtención de un alto índice de viscosidad en un aceite, a menudo requiere la mezcla de materiales poliméricos con petróleo. La mezcla resultante puede presentar características no newtonianas, particularmente a bajas temperaturas.

2.8 GRADOS DE VISCOSIDAD ISO

Los lubricantes que se utilizan en aplicaciones industriales deben estar disponibles en un amplio intervalo de viscosidades, para cumplir con las necesidades de maquinaria de producción, cojinetes, accionadores de engranajes, máquinas eléctricas, ventiladores y sopladores, sistemas de potencia de fluido, equipo móvil y muchos otros dispositivos. Los diseñadores de tales sistemas deben asegurarse de que el lubricante puede soportar las temperaturas a las que se le va a someter mientras desarrollan una capacidad suficiente de traslado de peso. Por consiguiente se tiene necesidad de una amplia variedad de viscosidades.

Para cumplir con tales requerimientos y seguir teniendo un cierto número de opciones manejables y económicas, la Norma ASTM D2422, *Clasificación estándar de lubricantes fluidos industriales por sistema de viscosidad*, define un conjunto de 18 grados de viscosidad ISO. La designación estándar incluye el prefijo ISO VG seguido por un número que representa la viscosidad nominal en cSt (mm^2/s) para una temperatura de 40 °C. En la tabla 2.6 se presentan los datos. Los valores máximo y mínimo son ± diez por ciento el nominal. Aunque la norma es voluntaria, la intención es animar a los productores y usuarios de lubricantes a estar de acuerdo con las especificaciones de viscosidad de la lista. Este sistema está ganando adeptos en todos los mercados del mundo.

TABLA 2.6 Grados de viscosidad ISO.

Grado ISO VG	Viscosidad cinemática a 40 °C (cSt) o (mm^2/s)		
	Nominal	Mínimo	Máximo
2	2.2	1.98	2.40
3	3.2	2.88	3.52
5	4.6	4.14	5.06
7	6.8	6.12	7.48
10	10	9.00	11.0
15	15	13.5	16.5
22	22	19.8	24.2
32	32	28.8	35.2
46	46	41.4	50.6
68	68	61.2	74.8
100	100	90.0	110
150	150	135	165
220	220	198	242
320	320	288	352
460	460	414	506
680	680	612	748
1000	1000	900	1100
1500	1500	1350	1650

Fuente: Sociedad Norteamericana para Pruebas y Materiales. Norma ASTM D2422-86. Filadelfia, PA. (Véase referencia 4.) Copyright ASTM. Reimpreso bajo licencia.

REFERENCIAS

1. American Society for Testing and Materials (ASTM). 1988. *ASTM D445-88: Standard Test Method for Kinematic Viscosity of Transparent and Opaque Liquids.* [ASTM D445-88: Método de prueba estándar para viscosidad cinemática de líquidos transparentes y opacos]. Filadelfia, PA: Autor.
2. ———. *ASTM D446-89a: Standard Specifications and Operating Instructions for Glass Capillary Kinematic Viscometers.* [Especificaciones estándar e instrucciones de operación para viscómetros capilares de vidrio.] Filadelfia: Autor. 1989.
3. ———. *ASTM D2270-86: Standard Practice for Calculating Viscosity Index from Kinematic Viscosity at 40 and 100 °C.* [Práctica estándar para calcular el índice de viscosidad a partir de la viscosidad cinemática a 40 y 100 °C.] Filadelfia, PA: Autor. 1986.
4. ———. *ASTM D2422-86: Standard Classification of Industrial Lubricants by Viscosity System.* [Clasificación estándar de lubricantes industriales por sistema de viscosidad.] Filadelfia, PA: Autor. 1986.
5. ———. *ASTM D2602-86: Standard Test Method for Apparent Viscosity of Engine Oils at Low Temperature Using the Cold-Cranking Simulator.* [Método de prueba estándar para viscosidad aparente de aceites de motor a baja temperatura utilizando el simulador de manivela fría.] Filadelfia, PA: Autor. 1986.
6. ———. *ASTM D2983-87: Standard Test Method for Low-Temperature Viscosity of Automotive Fluid Lubricants Measured by Brookfield Viscometer.* [Método de prueba estándar para viscosidad a baja temperatura de lubricantes automotrices fluidos medida mediante el viscómetro de Brookfield.] Filadelfia, PA: Autor. 1987.
7. ———. *ASTM D3829-87: Standard Test Method for Predicting the Borderline Pumping Temperature of Engine Oil.* [Método de prueba estándar para predicción de la temperatura de bombeo de frontera de aceite de motor.] Filadelfia, PA: Autor. 1987.
8. ———. *ASTM D4684-89: Standard Test Method for Determination of Yield Stress and Apparent Viscosity of Engine Oils at Low Temperature.* [Método de prueba estándar para la determinación de la tensión de producción y la viscosidad aparente de aceites de motor a baja temperatura.] Filadelfia: Autor. 1989.

9. Avallone, Eugene A. y Theodore Baumeister, editores. 1987. *Mark's Standard Handbook for Mechanical Engineers*. [Manual estándar de Mark para ingenieros mecánicos.] Nueva York: McGraw-Hill, 9a. ed.
10. Cheremisinoff, N.P., editor, 1986. *Encyclopedia of Fluid Mechanics*. [Enciclopedia de mecánica de fluidos.] *Flow Phenomena and Measurement*. [Fenómenos de Flujo y Medición.] Houston, Texas: Gulf Publishing Co. Vol. 1.
11. Goldstein, Gina. "Electrorheological Fluids". [Fluidos electrorreológicos.] *Mechanical Engineering Magazine* 112(10), Octubre, 1990, pp. 48-52.
12. Miller, R.W., *Flow Measurement Engineering Handbook*. [Manual de mediciones de flujo para ingeniería.] Nueva York: McGraw-Hill. 1983.
13. Society of Automotive Engineers (SAE). 1991. *SAE Standard J300: Engine Oil Viscosity Classification*. [Norma SAE J300: Clasificación de viscosidad de aceites de motor.] Pittsburgh: Autor.
14. ———. *SAE Standard J306: Axle and Manual Transmission Lubricant Viscosity Classification*. [Clasificación de Viscosidad de Lubricante de Transmisión de Eje y Manual.] Pittsburgh: Autor. 1986.

PROBLEMAS DE PRÁCTICA

2.1 Defina *tensión de corte* de la manera en que se aplica a un fluido en movimiento.

2.2 Defina *gradiente de velocidad*.

2.3 Establezca la definición matemática de *viscosidad dinámica*.

2.4 ¿Qué fluido tendrá la mayor viscosidad dinámica, un aceite lubricante frío o el agua dulce? ¿Por qué?

2.5 Establezca las unidades estándar para la viscosidad dinámica en el SI.

2.6 Establezca las unidades estándar para la viscosidad dinámica en el Sistema Británico de Unidades.

2.7 Establezca las unidades equivalentes para el *poise* en términos de las cantidades básicas del sistema cgs.

2.8 ¿Por qué se consideran obsoletas las unidades de poise y centipoise?

2.9 Establezca la definición matemática para *viscosidad cinemática*.

2.10 Establezca las unidades estándar para la viscosidad cinemática en el SI.

2.11 Establezca las unidades estándar para la viscosidad cinemática en el Sistema Británico de Unidades.

2.12 Establezca las unidades equivalentes para el *stoke* en términos de las cantidades básicas del sistema cgs.

2.13 ¿Por qué se consideran obsoletas las unidades de stokes y centistokes?

2.14 Defina *fluido newtoniano*.

2.15 Defina *fluido no newtoniano*.

2.16 Dé cinco ejemplos de fluidos newtonianos.

2.17 Dé cuatro ejemplos de las clases de fluidos que son no newtonianos.

En el apéndice D se da la viscosidad dinámica de una variedad de fluidos, como función de la temperatura. Utilizando el apéndice D, proporcione el valor de la viscosidad para los siguientes fluidos:

2.18M *Agua a 40 °C.*

2.19M *Agua a 5 °C.*

2.20M *Aire a 40 °C.*

2.21M *Hidrógeno a 40 °C.*

2.22M *Glicerina a 40 °C.*

2.23M *Glicerina a 20 °C.*

2.24E Agua a 40 °F.

2.25E Agua a 150 °F.

2.26E Aire a 40 °F.

2.27E Hidrógeno a 40 °F.

2.28E Glicerina a 60 °F.

2.29E Glicerina a 110 °F.

2.30E Mercurio a 60 °F.

2.31E Mercurio a 210 °F.

2.32E Aceite SAE 10 a 60 °F.

2.33E Aceite SAE 10 a 210 °F.

2.34E Aceite SAE 30 a 60 °F.

2.35E Aceite SAE 30 a 210 °F.

2.36 Defina *índice de viscosidad* (IV).

2.37 Si desea escoger un fluido que exhiba un pequeño cambio de viscosidad conforme cambia la temperatura, ¿escogería usted un índice de viscosidad alto o bajo?

2.38 ¿Qué tipo de método de medición de viscosidad utiliza la definición básica de viscosidad dinámica para realizar un cálculo directo?

2.39 En un *viscómetro de tambor giratorio*, describa cómo se crea el gradiente de velocidad en el fluido que se va a medir.

2.40 En un *viscómetro de tambor giratorio*, describa cómo se mide la magnitud de la tensión de corte.

2.41 ¿Qué mediciones deben hacerse para determinar la viscosidad dinámica cuando se utiliza un *viscómetro de tubo capilar?*

2.42 Defina la expresión *velocidad terminal* de la manera en que se aplica a un viscómetro de caída de bola.

2.43 ¿Qué mediciones deben hacerse para determinar la viscosidad dinámica cuando se utiliza el *viscómetro de caída de bola*?

2.44 Describa las características básicas del *viscómetro universal de Saybolt.*

2.45 ¿Se consideran los resultados de las pruebas hechas con un viscómetro de Saybolt mediciones directas de la viscosidad?

2.46 ¿El viscómetro de Saybolt produce datos relacionados con la viscosidad dinámica de un fluido o con su viscosidad cinemática?

2.47 ¿En qué tipo de viscómetro está basado el sistema de numeración SAE para la viscosidad a 100 °C?

2.48 Describa la diferencia entre un aceite SAE 20 y uno SAE 20W.

2.49 ¿Qué grados SAE de aceite son adecuados para lubricar el cárter de los motores?

2.50 ¿Qué grados SAE de aceite son adecuados para lubricar transmisiones tipo engrane?

2.51 Si se le pidiera que verificara la viscosidad de un aceite que está descrito como SAE 40, ¿a qué temperatura haría la medición?

2.52 Si se le pidiera que verificara la viscosidad de un aceite que está descrito como SAE 10W, ¿a qué temperatura haría la medición?

2.53 ¿De qué manera determinaría usted la viscosidad de un aceite etiquetado como SAE 5W-40 para compararla con las normas SAE?

2.54C La viscosidad de un aceite lubricante está dada como 500 SSU. Calcule la viscosidad en m^2/s y en $pies^2/s$.

2.55M *Utilizando los datos de la tabla 2.4, dé los valores estándar para la viscosidad cinemática en m^2/s para un aceite SAE 10W-30 ($sg = 0.88$) en los puntos de temperatura alta y baja.*

2.56C Convierta una medición de viscosidad dinámica de 4500 centipoises a Pa · s y a $lb\text{-}s/pies^2$.

2.57C Convierta una medición de viscosidad cinemática de 5.6 centistokes a m^2/s y a $pies^2/s$.

2.58C La viscosidad de un aceite está dada como 80 SSU. Calcule la viscosidad en m^2/s.

2.59C Convierta una medida de viscosidad de 6.5×10^{-3} Pa · s a las unidades de $lb \cdot s^2/pies$.

2.60C Un contenedor de aceite indica que éste tiene una viscosidad de 0.12 poise a 60 °C. ¿Qué aceite del apéndice D tiene una viscosidad parecida?

2.61M *En un viscómetro de caída de bola, se permite que una bola de acero de 1.6 mm de diámetro caiga libremente en aceite combustible pesado que tiene una gravedad específica de 0.94. El acero pesa 77 kN/m^3. Si se observa que la bola cae 250 mm en 10.4 s, calcule la viscosidad del aceite.*

2.62M *Un viscómetro de tubo capilar parecido al que se muestra en la figura 2.5 se ha estado utilizando para medir la viscosidad de un aceite que tiene una gravedad específica de 0.90. Se tienen los siguientes datos:*

Diámetro interno del tubo = 2.5 mm = D
Longitud entre las tapas del manómetro = 300 mm = L
El fluido del manómetro es mercurio
Desviación de manómetro = 177 mm = h
Velocidad de flujo = 1.58 m/s = υ

Determine la viscosidad del aceite.

TAREAS DE PROGRAMACIÓN EN COMPUTADORA

1. Escriba un programa para convertir unidades de viscosidad de cualquier sistema dado a otro sistema, utilizando los factores de conversión y las técnicas del apéndice K. Observe las condiciones especiales para la conversión de datos SSU a viscosidad cinemática en m^2/s cuando SSU < 100.

2. Escriba un programa para determinar la viscosidad del agua a una temperatura dada, utilizando los datos del apéndice A. Este programa podría ser unido con el que escribió en el capítulo 1, y que utilizaba otras propiedades del agua. Use las mismas opciones descritas en el capítulo 1.

3 Medición de presión

3.1 OBJETIVOS

En el capítulo 1, la presión de fluido, p, fue definida como la cantidad de fuerza, F, que se ejerce sobre un área unitaria, A, de una sustancia. La presión de fluido se calcula a partir de:

$$p = F/A \tag{3–1}$$

La unidad estándar para la presión en unidades SI es el pascal (Pa) o N/m^2. Mientras que la unidad estándar para la presión en el Sistema Británico de Unidades es lb/pie^2, pero la unidad lb/pulg^2 es más conveniente y se le utiliza más a menudo.

El presente capítulo se enfocará en la medición de la presión de fluido. Después de haber terminado el estudio de este capítulo, usted deberá ser capaz de:

1. Definir la relación que existe entre *presión absoluta, presión manométrica* y *presión atmosférica.*
2. Describir el grado de variación de presión atmosférica cerca de la superficie terrestre.
3. Describir las propiedades del aire a presión atmosférica estándar.
4. Describir las propiedades de la atmósfera a elevaciones desde el nivel del mar hasta 30 000 m.
5. Definir la relación que existe entre un cambio en elevación y el cambio en presión de un fluido.
6. Describir cómo funciona un *manómetro* y cómo es utilizado para medir la presión.
7. Describir un manómetro de tubo en U, un manómetro diferencial, un manómetro tipo pozo y un manómetro tipo pozo inclinado.
8. Describir un *barómetro* y de qué manera indica el valor de la presión atmosférica local.
9. Describir varios tipos de medidores y transductores de presión.

3.2 PRESIÓN ABSOLUTA Y MANOMÉTRICA

Cuando se realizan cálculos que implican la presión de un fluido, se debe hacer la medición en relación con alguna presión de referencia. Normalmente, la presión de referencia es la de la atmósfera, y la presión resultante que se mide se conoce como *presión manométrica*. La presión que se mide en relación con el vacío perfecto se conoce como *presión absoluta*. Es extremadamente importante que usted conozca la diferencia entre estas dos formas de medir la presión, y que sea capaz de convertir cantidades de una a otra.

Una sencilla ecuación relaciona los dos sistemas de medición de presión:

$$p_{abs} = p_{gage} + p_{atm} \tag{3–2}$$

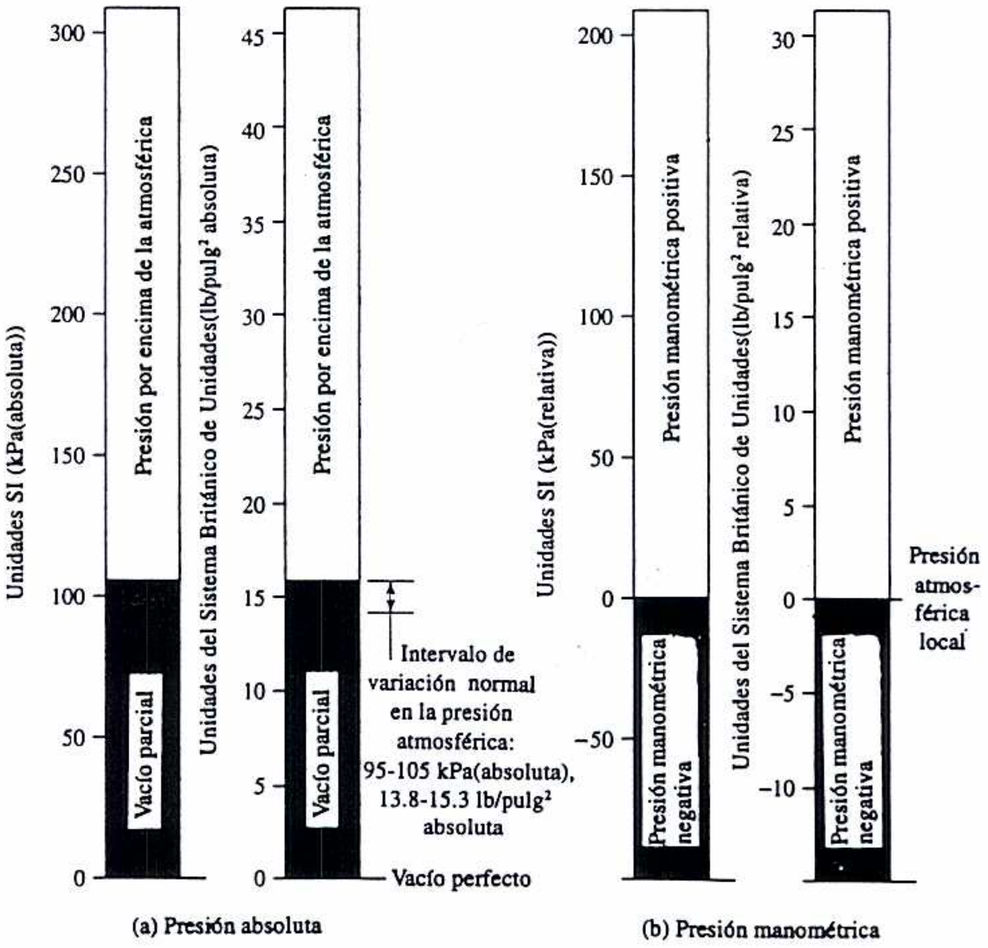
⇨ PRESIÓN ABSOLUTA Y MANOMÉTRICA

En donde:
p_{abs} = presión absoluta
p_{gage} = presión manométrica
p_{atm} = presión atmosférica

En la figura 3.1 se muestra una interpretación gráfica de esta ecuación. Unos cuantos conceptos básicos pueden serle de ayuda para entenderla.

1. Un vacío perfecto es la presión más baja posible. Por consiguiente, una presión absoluta será siempre positiva.
2. Una presión manométrica que esté por encima de la presión atmosférica es positiva.
3. Una presión manométrica que esté por debajo de la atmosférica es negativa, en ocasiones se le conoce como *vacío*.
4. La presión manométrica se representará en unidades de Pa(gage)* o lb/pulg^2 relativa.
5. La presión absoluta se indicará en unidades de Pa(abs) o lb/pulg^2 absoluta.
6. La magnitud real de la presión atmosférica varía con el lugar y con las condiciones climatológicas. La presión barométrica que se informa en los reportes de radio es una indicación de la presión atmosférica que varía continuamente.

FIGURA 3.1 Comparación entre presión absoluta y presión manométrica.


Unidades SI (kPa(absoluta))
300
250
200
150
100
50
0
Presión por encima de la atmosférica
Vacío parcial
Unidades del Sistema Británico de Unidades(lb/pulg² absoluta)
45
40
35
30
25
20
15
10
5
0
Presión por encima de la atmosférica
Vacío parcial
Intervalo de variación normal en la presión atmosférica: 95-105 kPa(absoluta), 13.8-15.3 lb/pulg² absoluta
Vacío perfecto
Unidades SI (kPa(relativa))
200
150
100
50
0
−50
Presión manométrica positiva
Presión manométrica negativa
Unidades del Sistema Británico de Unidades(lb/pulg² relativa)
30
25
20
15
10
5
0
−5
−10
Presión manométrica positiva
Presión manométrica negativa
Presión atmosférica local

(a) Presión absoluta

(b) Presión manométrica

---

*El sufijo *gage* obedece al término en inglés para *medidor*. Se dejó como en el original. [N. del T.]

7. El intervalo de variación normal de la presión atmosférica cerca de la superficie terrestre es aproximadamente de 95 kPa(abs) a 105 kPa(abs) o de 13.8 lb/pulg^2 absoluta a 15.3 lb/pulg^2 absoluta. A nivel del mar, la presión atmosférica estándar es de 101.3 kPa(abs) o de 14.69 lb/pulg^2 absoluta. A menos que se dé la presión atmosférica prevaleciente, en este libro supondremos que ésta es de 101 kPa(abs) o de 14.7 lb/pulg^2 absoluta.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 3.1** Exprese una presión de 155 kPa(gage) como una presión absoluta. La presión atmosférica local es de 98 kPa(abs).

Solución

$$p_{abs} = p_{gage} + p_{atm}$$

$$p_{abs} = 155 \text{ kPa(gage)} + 98 \text{ kPa(abs)} = 253 \text{ kPa(abs)}$$

Observe que las unidades de este cálculo son kilopascales (kPa) para cada término y son congruentes. La indicación de la presión como manométrica (gage) o absoluta es simplemente por conveniencia y claridad.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 3.2** Exprese una presión de 225 kPa(abs) como presión manométrica. La presión atmosférica local es de 101 kPa(abs).

Solución

$$p_{abs} = p_{gage} + p_{atm}$$

Resolviendo algebraicamente para p_{gage} obtenemos:

$$p_{gage} = p_{abs} - p_{atm}$$

$$p_{gage} = 225 \text{ kPa(abs)} - 101 \text{ kPa(abs)} = 124 \text{ kPa(gage)}$$

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 3.3** Exprese una presión de 10.9 lb/pulg^2 absoluta como presión manométrica. La presión atmosférica local es de 15.0 lb/pulg^2 absoluta.

Solución

$$p_{abs} = p_{gage} + p_{atm}$$

$$p_{gage} = p_{abs} - p_{atm}$$

$$p_{gage} = 10.9 \text{ lb/pulg}^2 \text{ absoluta} - 15.0 \text{ lb/pulg}^2 \text{ absoluta} = -4.1 \text{ lb/pulg}^2 \text{ relativa}$$

Note que el resultado es negativo. Se le puede leer también como "4.1 lb/pulg^2 por debajo de la presión atmosférica" o "4.1 lb/pulg^2 vacío".

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 3.4** Exprese una presión de – 6.2 lb/pulg^2 relativa como una presión absoluta.

Solución

$$p_{abs} = p_{gage} + p_{atm}$$

Como no se dio ningún valor para la presión atmosférica, utilizaremos p_{atm} = 14.7 lb/pulg^2 absoluta:

$$p_{abs} = -6.2 \text{ lb/pulg}^2 \text{ relativa} + 14.7 \text{ lb/pulg}^2 \text{ absoluta} = 8.5 \text{ lb/pulg}^2 \text{ absoluta}$$

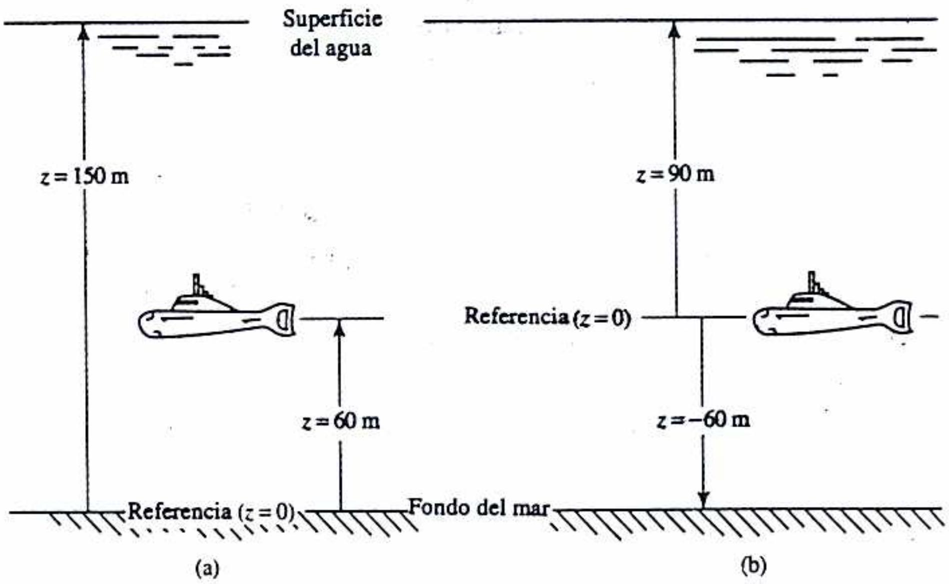
3.3 RELACIÓN ENTRE PRESIÓN Y ELEVACIÓN

Probablemente a usted le sea familiar el hecho de que cuando uno se sumerge cada vez más en un fluido, como en una piscina, la presión aumenta. Existen muchas situaciones en las que es importante saber exactamente de qué manera varía la presión con un cambio de profundidad o de elevación.

En este libro, el término *elevación* significa la distancia vertical a partir de algún nivel de referencia hasta el punto de interés, y se le llama z. Al *cambio* en la elevación entre dos puntos se le denomina h. La elevación se medirá siempre positivamente en la dirección hacia arriba. En otras palabras, un punto más alto tiene una mayor elevación que un punto más bajo.

El nivel de referencia puede tomarse en cualquier punto, como se ilustra en la figura 3.2, que muestra a un submarino bajo el agua. En la parte (a) de la figura, el fondo del mar es tomado como referencia, mientras que en la parte (b) la posición del submarino es el nivel de referencia. Puesto que los cálculos en mecánica de fluidos, por lo general, consideran diferencias en elevación, es aconsejable seleccionar el punto de interés más bajo de un problema como el nivel de referencia, con el fin de eliminar el uso de valores negativos de z. Esto será especialmente importante en trabajos posteriores.

FIGURA 3.2 Ilustración del nivel de referencia para la elevación.



El cambio de presión en un líquido homogéneo en reposo debido al cambio en elevación se puede calcular a partir de:

RELACIÓN PRESIÓN-ELEVACIÓN

$$\Delta p = \gamma h \tag{3–3}$$

en la que:

Δp = cambio de presión

γ = peso específico del líquido

h = cambio de elevación

Algunas conclusiones generales sacadas de la ecuación (3–3) le serán de ayuda para aplicarlas de manera apropiada:

1. La ecuación es válida solamente para un líquido homogéneo en reposo.
2. Los puntos que se encuentren sobre el mismo nivel horizontal tienen la misma presión.

3. El cambio de presión es directamente proporcional al peso específico del líquido.
4. La presión varía linealmente con el cambio de elevación o de profundidad.
5. Una disminución en la elevación ocasiona un aumento en la presión. (Esto es lo que sucede cuando usted se sumerge en una piscina.)
6. Un aumento en la elevación ocasiona una disminución en la presión.

La ecuación (3–3) no se aplica a los gases debido a que el peso específico de un gas cambia con la presión. Sin embargo, se requiere un gran cambio en elevación para producir un cambio significativo en la presión de un gas. Por ejemplo, un aumento en la elevación de 300 m (aproximadamente 1000 pies) en la atmósfera, ocasiona una disminución en la presión de únicamente 3.4 kPa (aproximadamente 0.5 lb/pulg^2). *En este libro suponemos que la presión en un gas es uniforme a menos que se especifique de otro modo.*

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 3.5**

Calcule el cambio en la presión del agua desde la superficie hasta una profundidad de 5 metros.

Solución

Utilizando la ecuación (3-3), $\Delta p = \gamma h$, sea $\gamma = 9.81$ kN/m^3 para el agua y $h = 5$ m. Entonces tenemos:

$$\Delta p = (9.81\ \text{kN/m}^3)(5.0\ \text{m}) = 49.05\ \text{kN/m}^2 = 49.05\ \text{kPa}$$

Si la superficie del agua está expuesta a la atmósfera, la presión en ese lugar es 0 Pa(gage). El descender en el agua (disminución de la elevación) produce un aumento en la presión. Por consiguiente, a 5 m, la presión es de 49.05 kPa(gage).

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 3.6**

Calcule el cambio en la presión del agua desde la superficie hasta una profundidad de 15 pies.

Solución

Utilizando la ecuación (3-3), $\Delta p = \gamma h$, sea $\gamma = 62.4$ lb/pie^3 para el agua y $h = 15$ pies. Entonces tenemos:

$$\Delta p = \frac{62.4\ \text{lb}}{\text{pies}^3} \times 15\ \text{pies} \times \frac{1\ \text{pie}^2}{144\ \text{pulg}^2} = 6.5\ \frac{\text{lb}}{\text{pulg}^2}$$

Si la superficie del agua está expuesta a la atmósfera, la presión en ese lugar es 0 lb/pulg^2 relativa. El descender en el agua (disminución de la elevación) produce un aumento en la presión. Por consiguiente, a 15 pies, la presión es de 6.5 lb/pulg^2 relativa.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 3.7**

En la figura 3.3 se muestra un tanque de aceite que tiene una parte abierta a la atmósfera, y la otra sellada con aire por encima del aceite. El aceite tiene una gravedad específica de 0.90. Calcule la presión manométrica en los puntos A, B, C, D, E y F, y la presión de aire en el lado derecho del tanque.

Solución

En el *punto A* el aceite está expuesto a la atmósfera y, por consiguiente:

$$p_A = 0\ \text{Pa(gage)}$$

Punto B: El cambio en elevación entre el punto A y el punto B es de 3.0 m, con B situado más bajo que A. Para utilizar la ecuación (3–3) necesitamos el peso específico del aceite:

$$\gamma_{\text{aceite}} = (sg)_{\text{aceite}}(9.81\ \text{kN/m}^3) = (0.90)(9.81\ \text{kN/m}^3) = 8.83\ \text{kN/m}^3$$

Entonces, tenemos:

$$\Delta p_{A-B} = \gamma h = (8.83\ \text{kN/m}^3)(3.0\ \text{m}) = 26.5\ \text{kN/m}^2 = 26.5\ \text{kPa}$$

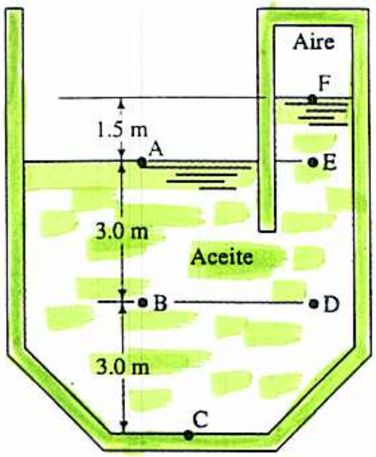


FIGURA 3.3 Tanque del ejemplo ilustrativo 3.7.

Ahora la presión en B es:

$$p_B = p_A - \Delta p_{A-B} = 0 \text{ Pa(gage)} + 26.5 \text{ kPa} = 26.5 \text{ kPa(gage)}$$

Punto C: El cambio en elevación desde el punto A al punto C es de 6.0 m, con C situado más bajo que A. Entonces la presión en el punto C es:

$$\Delta p_{A-C} = \gamma h = (8.83 \text{ kN/m}^3)(6.0 \text{ m}) = 53.0 \text{ kN/m}^2 = 53.0 \text{ kPa}$$
$$p_C = p_A + \Delta p_{A-C} = 0 \text{ Pa(gage)} + 53.0 \text{ kPa} = 53.0 \text{ kPa(gage)}$$

Punto D: Como el punto D está al mismo nivel que el punto B, la presión es la misma en ambos puntos. Entonces, tenemos:

$$p_D = p_B = 26.5 \text{ kPa(gage)}$$

Punto E: Como el punto E está al mismo nivel que el punto A, la presión es la misma en ambos puntos. Así pues, tenemos:

$$p_E = p_A = 0 \text{ Pa(gage)}$$

Punto F: El cambio en elevación entre el punto A y el punto F es de 1.5 m, con F más alto que A. Entonces, la presión en F es:

$$\Delta p_{A-F} = -\gamma h = (-8.83 \text{ kN/m}^3)(1.5 \text{ m}) = -13.2 \text{ kN/m}^2 = -13.2 \text{ kPa}$$
$$p_F = p_A + \Delta p_{A-F} = 0 \text{ Pa(gage)} + (-13.2 \text{ kPa}) = -13.2 \text{ kPa}$$

Presión de aire: Puesto que el aire que se encuentra en el lado derecho del tanque está expuesto a la superficie del aceite, en donde $p_F = -13.2$ kPa, la presión de aire es también −13.2 kPa o 13.2 kPa por debajo de la presión atmosférica.

3.3.1 Resumen de observaciones del ejemplo ilustrativo 3.7

El resultado obtenido en el problema 3.7 ilustra las conclusiones generales que presentamos a continuación de la ecuación (3–3) en las páginas 46-47.

- **a.** La presión aumenta a medida que aumenta la profundidad en el fluido. Este resultado se puede ver del hecho de que $p_C > p_B > p_A$.
- **b.** La presión varía linealmente con un cambio de elevación; esto es, p_C es dos veces mayor que p_B y C está dos veces más profundo que B.
- **c.** La presión en el mismo nivel horizontal es la misma. Observe que $p_E = p_A$ y que $p_D = p_B$.
- **d.** La disminución de presión de E a F se presenta debido a que el punto F está a una mayor elevación que el punto E. Note que p_F es negativo; es decir, está por debajo de la presión atmosférica que existe en A y en E.

3.4 DESARROLLO DE LA RELACIÓN PRESIÓN-ELEVACIÓN

La relación que existe entre un cambio de elevación, h, en un líquido y un cambio en la presión, Δp, es:

$$\Delta p = \gamma h \tag{3–3}$$

en la que γ es el peso específico del líquido. Esta sección presenta las bases de esta ecuación.

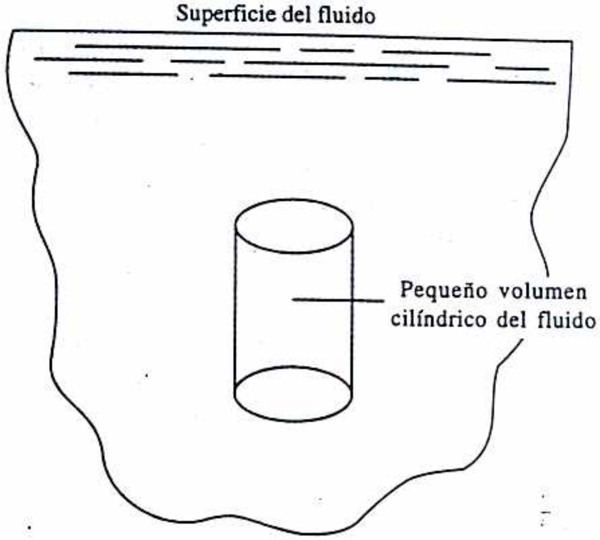


FIGURA 3.4 Pequeño volumen de fluido dentro de un cuerpo de fluido estático.

En la figura 3.4 se muestra un cuerpo de fluido estático con peso específico γ. Tome en consideración un pequeño volumen del fluido en algún punto debajo de la superficie. En la figura 3.4, tal volumen se presenta como un cilindro, pero la forma real es arbitraria.

Como el cuerpo entero de fluido está estacionario y en equilibrio, el pequeño cilindro de fluido también se encuentra en equilibrio. De la física, sabemos que para un cuerpo en equilibrio estático, la suma de las fuerzas que actúan sobre él en todas las direcciones debe ser cero.

Considere primero las fuerzas que actúan en la dirección horizontal. En la figura 3.5 se muestra un anillo delgado alrededor del cilindro a alguna elevación arbitraria. Los vectores que actúan sobre el anillo representan las fuerzas ejercidas sobre él por la presión de fluido. Recuerde del trabajo desarrollado anteriormente que la presión a cualquier nivel horizontal en un fluido estático es la misma. Re-

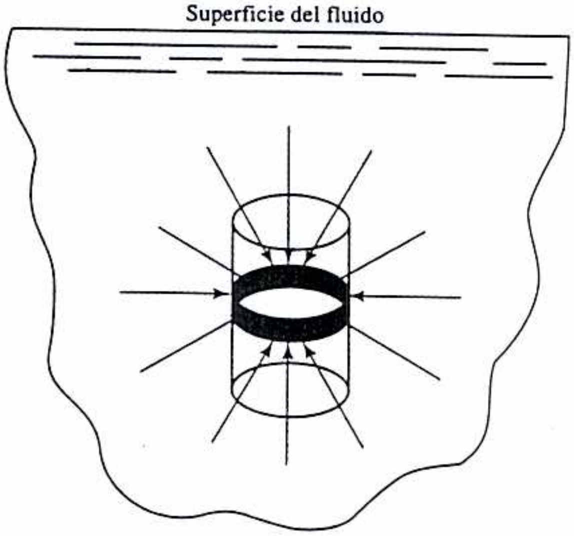


FIGURA 3.5 Fuerzas de presión que actúan en un plano horizontal sobre un anillo delgado.

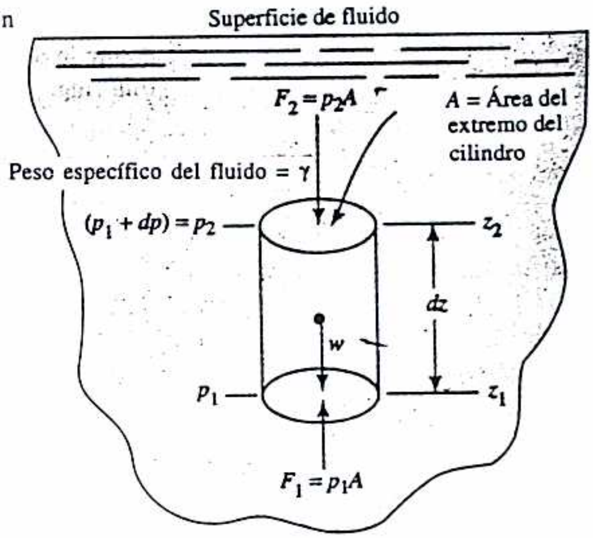
cuerde también que la presión en una frontera, y por consiguiente la fuerza debida a la presión, actúa perpendicularmente a la frontera. Por tanto, las fuerzas están completamente balanceadas alrededor de los lados del cilindro.

Observe ahora la figura 3.6; en ella se muestran las fuerzas que actúan sobre el cilindro en la dirección vertical. Los siguientes conceptos se ilustran en la figura:

1. La presión de fluido en el nivel del fondo del cilindro se denota con p_1.
2. La presión de fluido en el nivel de la parte superior del cilindro se denota con p_2.
3. La diferencia de elevación entre la cima y el fondo del cilindro se denota con dz, en la que $dz = z_2 - z_1$.
4. El cambio de presión que ocurre en el fluido entre el nivel del fondo y la parte superior del cilindro se representa como dp. Por consiguiente, $p_2 = p_1 + dp$.
5. El área de la parte superior y del fondo del cilindro es A.
6. El volumen del cilindro es el producto del área, A, y la altura del cilindro, dz. Es decir, $V = A(dz)$.
7. El peso del fluido que está dentro del cilindro es el producto del peso específico del fluido, γ, por el volumen del cilindro. Esto es, $w = \gamma V = \gamma A(dz)$. El peso es una fuerza que actúa sobre el cilindro en dirección hacia abajo, a través del centroide del volumen cilíndrico.
8. La fuerza que actúa sobre la parte inferior del cilindro, debida a la presión de fluido p_1 es el producto de la presión por el área, A. Esto es, $F_1 = p_1 A$. Esta fuerza actúa verticalmente hacia arriba, perpendicular al fondo del cilindro.
9. La fuerza que actúa sobre la parte superior del cilindro, debida a la presión de fluido p_2, es el producto de la presión por el área, A. Esto es, $F_2 = p_2 A$. Esta fuerza actúa verticalmente hacia abajo, perpendicular a la parte superior del cilindro. Debido a que $p_2 = p_1 + dp$, otra expresión para la fuerza F_2 es:

$$F_2 = (p_1 + dp)A \tag{3-4}$$

FIGURA 3.6 Fuerzas que actúan en la dirección vertical.



Ahora podemos aplicar el principio del equilibrio estático, que establece que la suma de las fuerzas que actúan en la dirección vertical debe ser cero. Tomando las fuerzas hacia arriba como positivas, obtenemos:

$$\sum F_v = 0 = F_1 - F_2 - w \tag{3–5}$$

Tomando en cuenta los pasos 7, 8 y 9 y sustituyendo se tiene:

$$p_1 A - (p_1 + dp)A - \gamma(dz)A = 0 \tag{3–6}$$

Observe que el área, A, aparece en todos los términos de la parte izquierda de la ecuación (3–6). Se le puede eliminar dividiendo todos los términos entre A. La ecuación resultante es:

$$p_1 - p_1 - dp - \gamma(dz) = 0 \tag{3–7}$$

Ahora el término p_1 puede cancelarse. Resolviendo para dp se tiene:

$$dp = -\gamma(dz) \tag{3–8}$$

La ecuación (3–8) es la relación de control entre un cambio de elevación y un cambio de presión. El uso de la ecuación (3–8), sin embargo, depende del tipo de fluido. Recuerde que la ecuación fue desarrollada para un elemento muy pequeño de fluido. El proceso de integración extiende la ecuación (3–8) a grandes cambios de elevación, como se indica a continuación:

$$\int_{p_1}^{p_2} dp = \int_{z_1}^{z_2} -\gamma(dz) \tag{3–9}$$

Para completar el análisis, debemos definir cómo varía el peso específico del fluido con respecto a un cambio de presión. La ecuación (3–9) se desarrolla de manera diferente para líquidos y gases.

3.4.1 Líquidos

Se considera que un líquido es incompresible. Por consiguiente, su peso específico, γ, es una constante. Esto permite que γ pueda ser colocada fuera del signo de integral en la ecuación (3–9). Entonces:

$$\int_{p_1}^{p_2} dp = -\gamma \int_{z_1}^{z_2} (dz) \tag{3–10}$$

Completando el proceso de integración y aplicando los límites se tiene:

$$p_2 - p_1 = -\gamma(z_2 - z_1) \tag{3–11}$$

Por conveniencia, definimos $\Delta p = p_2 - p_1$ y $h = z_1 - z_2$. La ecuación (3–11), entonces, queda:

$$\Delta p = \gamma h$$

Que es idéntica a la ecuación (3–3). Los signos para Δp y h pueden asignarse en el momento de uso de la fórmula, recordando que la presión aumenta conforme la profundidad en el fluido se incrementa y viceversa.

3.4.2 Gases

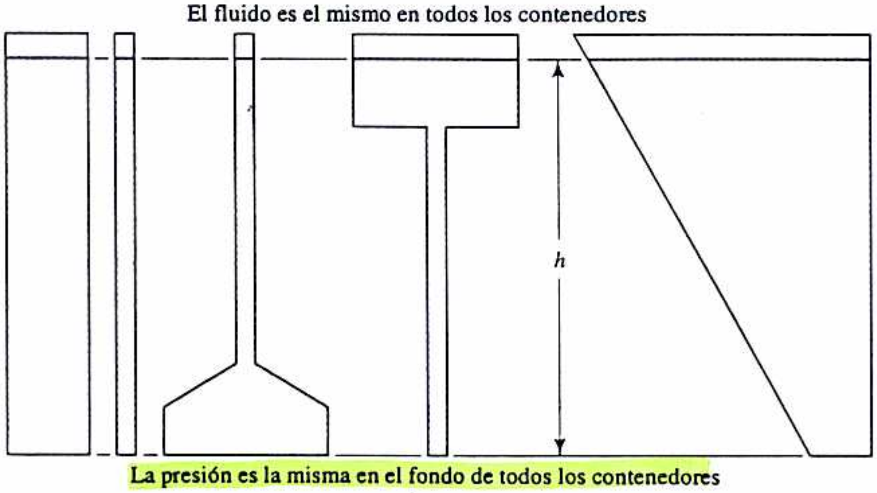
Debido a que un gas es compresible, su peso específico cambia a medida que varía la presión. Para llevar a cabo el proceso de integración que se plantea en la ecuación (3–9), es preciso conocer la relación existente entre el cambio de presión y el cambio de peso específico. La relación es diferente para gases diferentes; desafortunadamente, un análisis completo de tales relaciones está más allá del alcance del presente libro y requiere el estudio de la termodinámica.

En el apéndice E se describen las propiedades del aire en una *atmósfera estándar*, de la forma en que fue definida por la Administración Nacional Norteamericana para el Océano y laAtmósfera (NOAA [*National Oceanic andAtmosferic Administration*]) .

3.5 PARADOJA DE PASCAL

En el desarrollo de la relación $\Delta p = \gamma h$, el tamaño del pequeño volumen de fluido no afecta el resultado. El cambio de presión depende solamente del cambio de elevación y del tipo de fluido, no en el tamaño del contenedor donde se encuentra el fluido. Por consiguiente, todos los contenedores que se muestran en la figura 3.7 deben tener la misma presión en el fondo, a pesar de que contienen cantidades enormemente diferentes de fluido. A esta observación se le conoce como *paradoja de Pascal.*

FIGURA 3.7 Ilustración de la paradoja de Pascal.


El fluido es el mismo en todos los contenedores
h
La presión es la misma en el fondo de todos los contenedores

Este fenómeno es de utilidad cuando se debe producir una presión consistentemente alta en un sistema de tubos y tanques interconectados. Los sistemas hidráulicos de las ciudades, a menudo, incluyen torres de agua colocadas en colinas altas, como se muestra en la figura 3.8. Además de proporcionar un suministro de reserva de agua, el principal objetivo de tales tanques es el de mantener una presión suficientemente alta en el sistema hidráulico para obtener un reparto satisfactorio del agua a los usuarios residenciales, comerciales e industriales.

En aplicaciones industriales o de laboratorio, se puede utilizar una columna de alimentación que contenga un líquido estático para crear una presión estable sobre un proceso o sistema en particular. Se le coloca en una posición alta con respecto al sistema y se conecta a éste mediante tuberías. Levantando o bajando el nivel del fluido en la columna de alimentación, se puede cambiar la presión del sistema. Las columnas de alimentación se colocan con frecuencia en las azoteas de los edificios para mantener la presión del agua en los sistemas locales de combate de fuego.

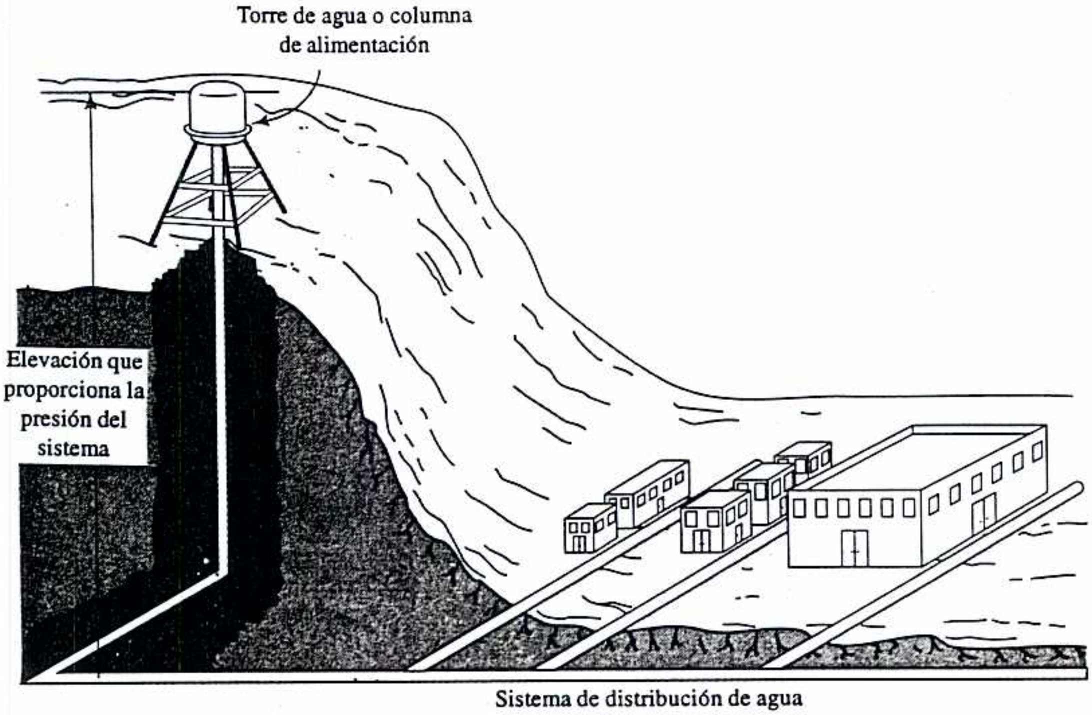

Torre de agua o columna de alimentación
Elevación que proporciona la presión del sistema
Sistema de distribución de agua

FIGURA 3.8 Uso de una torre de agua o de una columna de alimentación para mantener el sistema hidráulico.

3.6 MANÓMETROS

En la presente sección y en las siguientes se describirán varios tipos de aparatos de medición de presión. El primero de ellos es el *manómetro*, que utiliza la relación que existe entre un cambio de presión y un cambio de elevación en un fluido estático, $\Delta p = \gamma h$ (véanse las secciones 3.3 y 3.4). En las figuras 3.9, 3.12 y 3.13, se muestran fotografías de manómetros disponibles comercialmente.

El tipo más sencillo de manómetro es el tubo-U (figura 3.9). Un extremo del tubo-U está conectado a la presión que se va a medir, mientras que el otro se deja abierto a la atmósfera. El tubo contiene un líquido conocido como *fluido manométrico,* que no se mezcla con el fluido cuya presión se va a determinar. Los fluidos manométricos típicos son agua, mercurio y aceites ligeros coloreados.

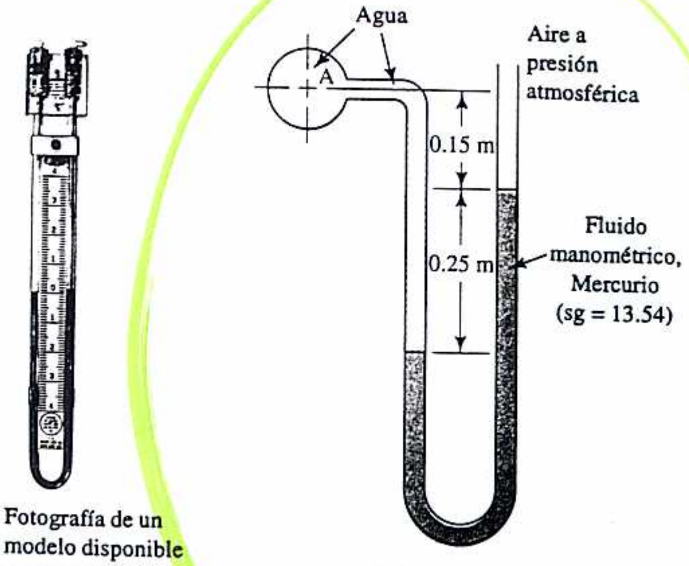
Bajo la acción de la presión que se va a determinar, el fluido manométrico es desplazado de su posición normal. Puesto que los fluidos dentro del manómetro están en reposo, la ecuación $\Delta p = \gamma h$ puede utilizarse para escribir expresiones para los cambios de presión que se presentan a través del manómetro. Estas expresiones pueden combinarse y resolverse algebraicamente para la presión deseada. Debido a que los manómetros se utilizan en muchas situaciones reales, como las descritas en este libro, le será de utilidad aprender el siguiente procedimiento paso a paso:

PROCEDIMIENTO PARA ESCRIBIR LA ECUACIÓN DE UN MANÓMETRO

1. Empiece desde un punto conveniente, normalmente donde la presión sea conocida, y escriba esta presión en forma de símbolo (por ejemplo, p_A se refiere a la presión en el punto A).

MANOMETRO
TUBO U

FIGURA 3.9 Manómetro de tubo-U. (Fuente de la fotografía: Dwyer Instruments, Inc., Michigan City, IN.)


Agua
A
Aire a presión atmosférica
0.15 m
0.25 m
Fluido manométrico, Mercurio (sg = 13.54)

(a) Fotografía de un modelo disponible comercialmente

(b) Diagrama que muestra una aplicación típica

2. Utilizando $\Delta p = \gamma h$, escriba expresiones para los cambios de presión que se presentan desde el punto de inicio hasta el punto en el cual la presión se va a medir, teniendo cuidado de incluir el signo algebraico correcto para cada término.
3. Iguale la expresión del paso 2 con la presión en el punto deseado.
4. Sustituya los valores conocidos y resuelva para la presión deseada.

El trabajo con varios problemas de práctica le será de ayuda para aplicar este procedimiento de manera correcta. Los siguientes problemas están escritos en el formato de instrucción programada. Para trabajar a través del programa, cubra el material que se encuentra bajo el título "Ejemplos ilustrativos programados", y después vaya descubriendo un panel cada vez.

EJEMPLOS ILUSTRATIVOS PROGRAMADOS

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 3.8**

Utilizando la figura 3.9, calcule la presión en el punto A. Efectúe el paso 1 del procedimiento antes de pasar al siguiente panel.

La figura 3.10 es idéntica a la figura 3.9(b), excepto en que ciertos puntos claves han sido numerados para ser utilizados en la solución del problema.

El único punto para el cual se conoce la presión es la superficie del mercurio en el brazo derecho del manómetro, punto 1. Ahora bien, ¿de qué manera se puede escribir una expresión para la presión que existe dentro del mercurio a 0.25 m por debajo de la superficie en el punto 2?

La expresión es:

$$p_1 + \gamma_m(0.25 \text{ m})$$

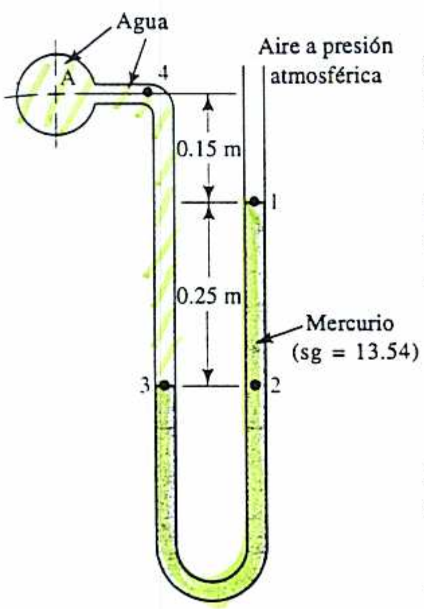


FIGURA 3.10 Manómetro de tubo-U.

El término $\gamma_m(0.25\ \text{m})$ es el cambio de presión entre los puntos 1 y 2, debido al cambio de elevación, en éste, γ_m es el peso específico del mercurio, el fluido manométrico. Este cambio de presión se le agrega a p_1, debido a que existe un aumento en la presión conforme descendemos en el fluido.

Hasta este punto tenemos una expresión para la presión en el punto 2, situado en el brazo derecho del manómetro. Ahora escribimos la expresión para la presión en el punto 3 del brazo izquierdo.

Ésta es la expresión:

$$p_1 + \gamma_m(0.25\ \text{m})$$

Puesto que los puntos 2 y 3 están al mismo nivel en el mismo fluido en reposo, su presión es la misma.

Continúe y escriba la expresión para la presión en el punto 4.

$$p_1 + \gamma_m(0.25\ \text{m}) - \gamma_w(0.40\ \text{m})$$

en la que γ_w es el peso específico del agua. Recuerde que existe una disminución de la presión entre los puntos 3 y 4, de modo que este último término debe restarse de nuestra expresión anterior.

¿Qué se debe hacer para obtener una expresión para la presión en el punto A?

Nada. Puesto que los puntos A y 4 están al mismo nivel, su presión es la misma. Ahora lleve a cabo el paso 3 del procedimiento.

Deberá tener ahora:

$$p_1 + \gamma_m(0.25\ \text{m}) - \gamma_w(0.40\ \text{m}) = p_A$$

o

$$p_A = p_1 + \gamma_m(0.25\ \text{m}) - \gamma_w(0.40\ \text{m})$$

Ésta es la ecuación completa para la presión en el punto A. Efectúe ahora el paso 4.

En este momento se requieren varios cálculos:

$p_1 = p_{atm} = 0\ \text{Pa(gage)}$
$\gamma_m = (sg)_m(9.81\ \text{kN/m}^3) = (13.54)(9.81\ \text{kN/m}^3) = 132.8\ \text{kN/m}^3$
$\gamma_w = 9.81\ \text{kN/m}^3$

Entonces tenemos:

$$\begin{aligned} p_A &= p_1 + \gamma_m(0.25\ \text{m}) - \gamma_w(0.40\ \text{m}) \\ &= 0\ \text{Pa(gage)} + (132.8\ \text{kN/m}^3)(0.25\ \text{m}) - (9.81\ \text{kN/m}^3)(0.40\ \text{m}) \\ &= 0\ \text{Pa(gage)} + 33.20\ \text{kN/m}^2 - 3.92\ \text{kN/m}^2 \\ p_A &= 29.28\ \text{kN/m}^2 = 29.28\ \text{kPa(gage)} \end{aligned}$$

Recuerde incluir las unidades en los cálculos que haga. Revise este problema para asegurarse que entiende cada paso, antes de seguir hacia el siguiente panel correspondiente a otro problema.

EJEMPLO ILUSTRATIVO 3.9

Calcule la presión en el punto B de la figura 3.11, si la presión en el punto A es de 22.40 lb/pulg^2 relativa. Este tipo de manómetro se conoce como *manómetro diferencial* debido a que indica la diferencia de presión entre los puntos A y B, pero no da el valor real en ninguno de los dos puntos.

Lleve a cabo el paso 1 del procedimiento para encontrar p_B.

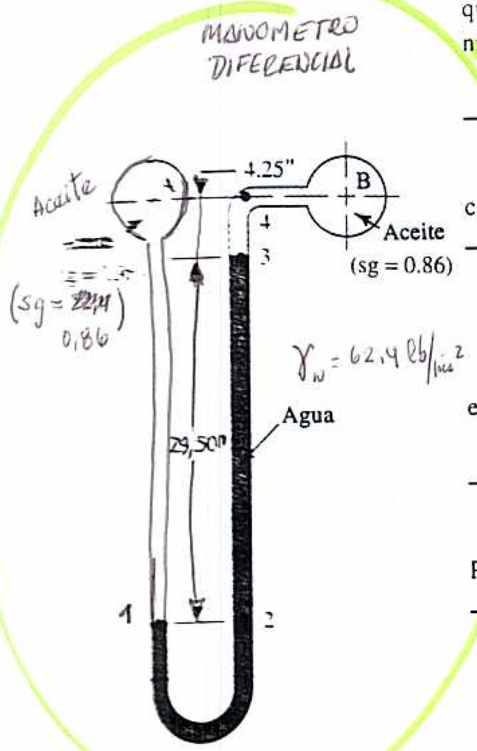


FIGURA 3.11 Manómetro diferencial.

Conocemos la presión en A, de modo que empezamos en este punto y la designamos como p_A. Ahora escriba una expresión para la presión en el punto 1.

Debe tener

$$p_A + \gamma_o(33.75 \text{ pulg})$$

en la que γ_o es el peso específico del aceite.

¿Cuál es la presión en el punto 2?

Es la misma que en el punto 1, debido a que los dos puntos están en el mismo nivel. Pase al punto 3 del manómetro.

La expresión, ahora, deberá verse de esta manera:

$$P_A + \gamma_o(33.75 \text{ pulg}) - \gamma_w(29.5 \text{ pulg})$$

Ahora escriba la expresión para la presión en el punto 4.

Ésta es la expresión que se desea:

$$P_A + \gamma_o(33.75 \text{ pulg}) - \gamma_w(29.5 \text{ pulg}) - \gamma_o(4.25 \text{ pulg})$$

Ésta es también la expresión para la presión en B, puesto que los puntos 4 y B están en el mismo nivel. Efectúe ahora los pasos 3 y 4 del procedimiento.

Nuestra expresión final debería ser

$$p_A + \gamma_o(33.75 \text{ pulg}) - \gamma_w(29.5 \text{ pulg}) - \gamma_o(4.25 \text{ pulg}) = p_B$$

o

$$p_B = p_A + \gamma_o(33.75 \text{ pulg}) - \gamma_w(29.5 \text{ pulg}) - \gamma_o(4.25 \text{ pulg})$$

Los valores conocidos son:

$p_A = 22.40$ lb/pulg^2 relativa

$\gamma_o = (sg)_o\,(62.4 \text{ lb/pie}^3) = (0.86)(62.4 \text{ lb/pie}^3) = 53.7 \text{ lb/pie}^3$

$\gamma_w = 62.4 \text{ lb/pie}^3$

FIGURA
pozo. (F
Dwyer Ins
City, IN.)

En este caso, podría ser de ayuda simplificar la expresión para p_B antes de sustituir los valores conocidos. Como dos de sus términos están multiplicados por γ_o, se les puede combinar de la forma siguiente:

$$p_B = p_A + \gamma_o(29.5 \text{ pulg}) - \gamma_w(29.5 \text{ pulg})$$

Factorizando los términos con factor común se obtiene

$$p_B = p_A + (29.5 \text{ pulg})(\gamma_o - \gamma_w)$$

Esta expresión se ve más sencilla que la ecuación original. La diferencia entre p_A y p_B es función de la *diferencia* entre los pesos específicos de los dos fluidos.

La presión en B, entonces, es

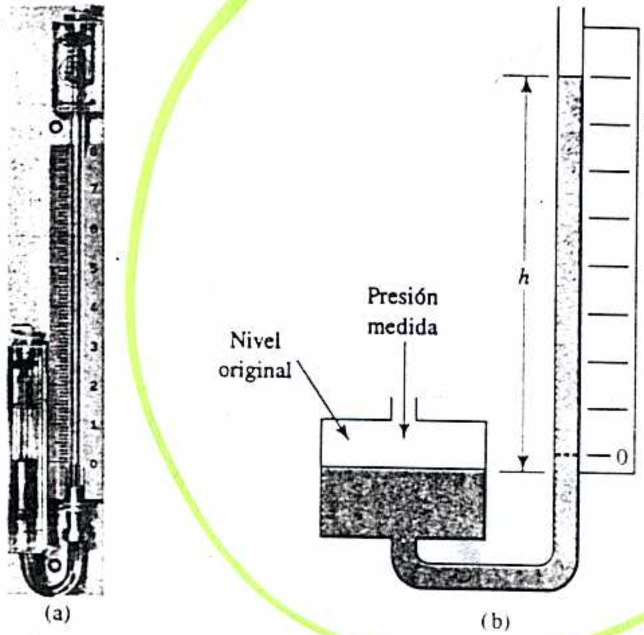
$$\begin{aligned} p_B &= 22.40 \text{ lb/pulg}^2 \text{ relativa} + (29.5 \text{ pulg})(53.7 - 62.4)\ \frac{\text{lb}}{\text{pies}^3} \times \frac{1 \text{ pie}^3}{1728 \text{ pulg}^3} \\ &= 22.40 \text{ lb/pulg}^2 \text{ relativa} + \frac{(29.5)(-8.7)\text{lb/pulg}^2}{1728} \\ &= 22.40 \text{ lb/pulg}^2 \text{ relativa} - 0.15 \text{ lb/pulg}^2 \\ p_B &= 22.25 \text{ lb/pulg}^2 \text{ relativa} \end{aligned}$$

Observe que al utilizar un fluido manométrico con un peso específico muy cercano al del fluido cuya presión se va a medir, hace que el manómetro sea muy sensible. Note, también, que $p_A - p_B = 0.15$ lb/pulg^2. Con esto concluimos la instrucción programada.

■

En la figura 3.12 se muestra otro tipo de manómetro, conocido como *tipo pozo*. Cuando se aplica una presión a un manómetro tipo pozo, el nivel de fluido en el pozo baja una pequeña distancia, mientras que el nivel en el brazo derecho sube una cantidad mayor, en proporción con el cociente de las áreas del pozo y del tubo. En el tubo se tiene una escala, de modo que la desviación puede leerse de manera

FIGURA 3.12 Manómetro tipo pozo. (Fuente de la fotografía: Dwyer Instruments, Inc. Michigan City, IN.)



Manómetro
TIPO POZO

directa. La escala está calibrada para tomar en cuenta la pequeña caída en el nivel del pozo.

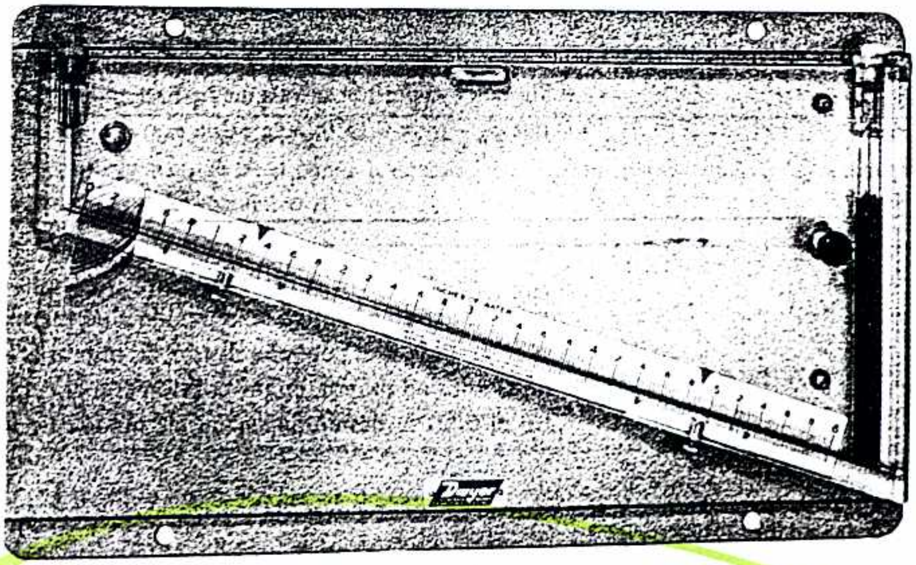
El *manómetro tipo pozo inclinado*, que se presenta en la figura 3.13, tiene las mismas características que el tipo pozo, pero ofrece una mayor sensibilidad al colocar la escala a lo largo del tubo inclinado. La longitud de la escala aumenta como una función del ángulo de inclinación, θ, del tubo. Por ejemplo, si el ángulo θ en la figura 3.13(b) es de 15, el cociente de la longitud de la escala, L, y la desviación del manómetro, h, es:

$$\frac{h}{L} = \text{sen } \theta$$

o

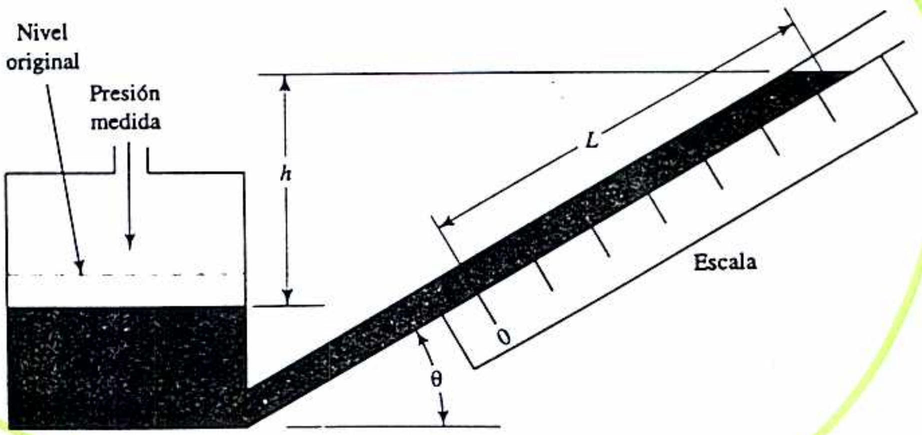
$$\frac{L}{h} = \frac{1}{\text{sen } \theta} = \frac{1}{\text{sen } 15°} = \frac{1}{0.259} = 3.86$$

FIGURA 3.13 Manómetro tipo pozo inclinado. (Fuente de la fotografía: Dwyer Instruments, Inc. Michigan City, IN.)



(a)

MANOMETRO
TIPO POZO
INCLINADO



(b)

La escala debe calibrarse de manera que la desviación pueda leerse directamente.

3.7 BARÓMETROS

El *barómetro* es un dispositivo que se utiliza para medir la presión atmosférica. En la figura 3.14 se muestra un tipo sencillo de este aparato, consiste en un tubo largo cerrado en un extremo y que, inicialmente está lleno completamente con mercurio. El extremo abierto se sumerge entonces bajo la superficie de un contenedor lleno con mercurio y se deja que el sistema alcance el equilibrio, según se muestra en la figura 3.14. En la parte superior del tubo se produce un vacío que se encuentra muy cercano al vacío perfecto, conteniendo vapor de mercurio a una presión de solamente 0.17 Pa a 20 °C. Iniciando en este punto, y escribiendo una ecuación parecida a la obtenida con los manómetros, tenemos:

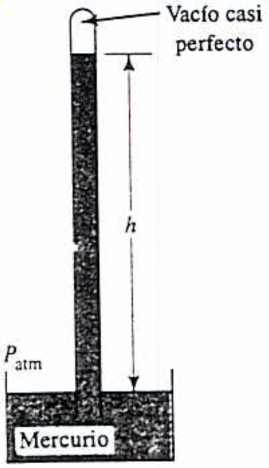


FIGURA 3.14 Barómetro.

$$0 + \gamma_m h = p_{\text{atm}}$$

o

$$p_{\text{atm}} = \gamma_m h \tag{3–12}$$

Como el peso específico del mercurio es aproximadamente constante, un cambio en la presión atmosférica ocasionará un cambio en la altura de la columna de mercurio. Esta altura se reporta a menudo como la presión barométrica. Para obtener una presión atmosférica real es necesario multiplicar la altura, h, por γ_m.

La medición precisa de la presión atmosférica con un manómetro de mercurio requiere que el peso específico del mercurio se ajuste para tomar en cuenta los cambios de temperatura. Pero en este libro utilizaremos los valores dados en el apéndice B. En unidades SI, $\gamma = 132.8\ \text{kN/m}^2$.^{3} En unidades del Sistema Británico de Unidades, $\gamma = 844.9\ \text{lb/pie}^3$.

La presión atmosférica varía según las condiciones climatológicas, como se habrá dado cuenta al escuchar los informes sobre el clima; también varía con la altitud. Una disminución de aproximadamente 1.0 pulgadas en la columna de mercurio se presenta por cada aumento de 1000 pies en la altitud. En unidades SI, la disminución es de aproximadamente 85 mm de mercurio por cada 1000 m.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 3.10** Un informe de predicción del tiempo reporta que la presión barométrica es de 772 mm de mercurio. Calcule la presión atmosférica en kPa(abs).

Solución En la ecuación (3–12).

$$p_{\text{atm}} = \gamma_m h$$
$$\gamma_m = 132.8\ \text{kN/m}^3$$
$$h = 0.772\ \text{m}$$

Entonces tenemos.

$$p_{\text{atm}} = (132.8\ \text{kN/m}^3)(0.772\ \text{m}) = 102.5\ \text{kN/m}^2 = 102.5\ \text{kPa(abs)}$$

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 3.11** La presión atmosférica estándar es de 101.3 kPa. Calcule la altura en una columna de mercurio que sea equivalente a esta presión.

Solución En la ecuación (3–12),

$$p_{atm} = \gamma_m h$$

$$h = \frac{p_{atm}}{\gamma_m} = \frac{101.3 \times 10^3\ \text{N}}{\text{m}^2} \times \frac{\text{m}^3}{132.8 \times 10^3\ \text{N}} = 0.763\ \text{m} = 763\ \text{mm}$$

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 3.12** Un informe radial de predicción del tiempo reporta que la presión barométrica es de 30.40 pulg de mercurio. Calcule la presión atmosférica en lb/pulg² absoluta.

Solución En la ecuación (3–12),

$$p_{atm} = \gamma_m h$$

$$\gamma_m = 844.9\ \text{lb/pie}^3$$

$$h = 30.40\ \text{pulg}$$

Entonces tenemos

$$p_{atm} = \frac{844.9\ \text{lb}}{\text{pies}^3} \times 30.40\ \text{pulg} \times \frac{1\ \text{pie}^3}{1728\ \text{pulg}^3} = 14.9\ \text{lb/pulg}^2$$

$$p_{atm} = 14.9\ \text{lb/pulg}^2\ \text{absoluta}$$

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 3.13** La presión atmosférica estándar es de 14.7 lb/pulg² absoluta. Calcule la altura en una columna de mercurio equivalente a esta presión.

Solución En la ecuación (3–12),

$$p_{atm} = \gamma_m h$$

$$h = \frac{p_{atm}}{\gamma_m} = \frac{14.7\ \text{lb}}{\text{pulg}^2} \times \frac{\text{pies}^3}{844.9\ \text{lb}} \times \frac{1728\ \text{pulg}^3}{\text{pies}^3} = 30.06\ \text{pulg}$$

3.8 MEDIDORES Y TRANSDUCTORES DE PRESIÓN

Un dispositivo para medir presión que se utiliza ampliamente es el *medidor de presión de tubo de Bourdon* (véase figura 3.15). La presión que se va a medir se aplica a la parte interior de un tubo aplanado que, normalmente, tiene la forma de un círculo o de una espiral. La presión aumentada en el interior del tubo ocasiona que éste se enderece un poco. El movimiento del extremo del tubo es transmitido a través de una ligadura que, a su vez, hace que un indicador gire.

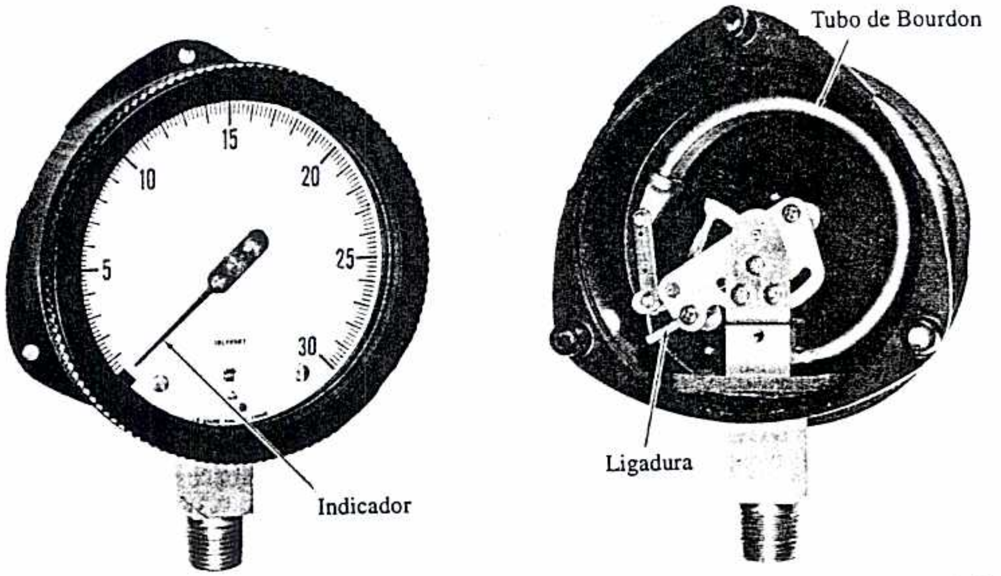
La escala del medidor, normalmente, indica cero cuando el medidor está abierto a la presión atmosférica, y, por arriba de cero, está calibrado en pascales (Pa) o en otras unidades de presión. Por consiguiente, este tipo de medidor indica *presión atmosférica* de manera directa. Algunos medidores son capaces de medir presiones por debajo de la atmosférica.

En la figura 3.16 se muestra un medidor de presión que utiliza un medio de funcionamiento que se conoce como *magnehelic*®*. El indicador está unido a una

---

* Magnehelic® es una marca comercial registrada de la Dwyer Instruments, Inc., Michigan City, Indiana.

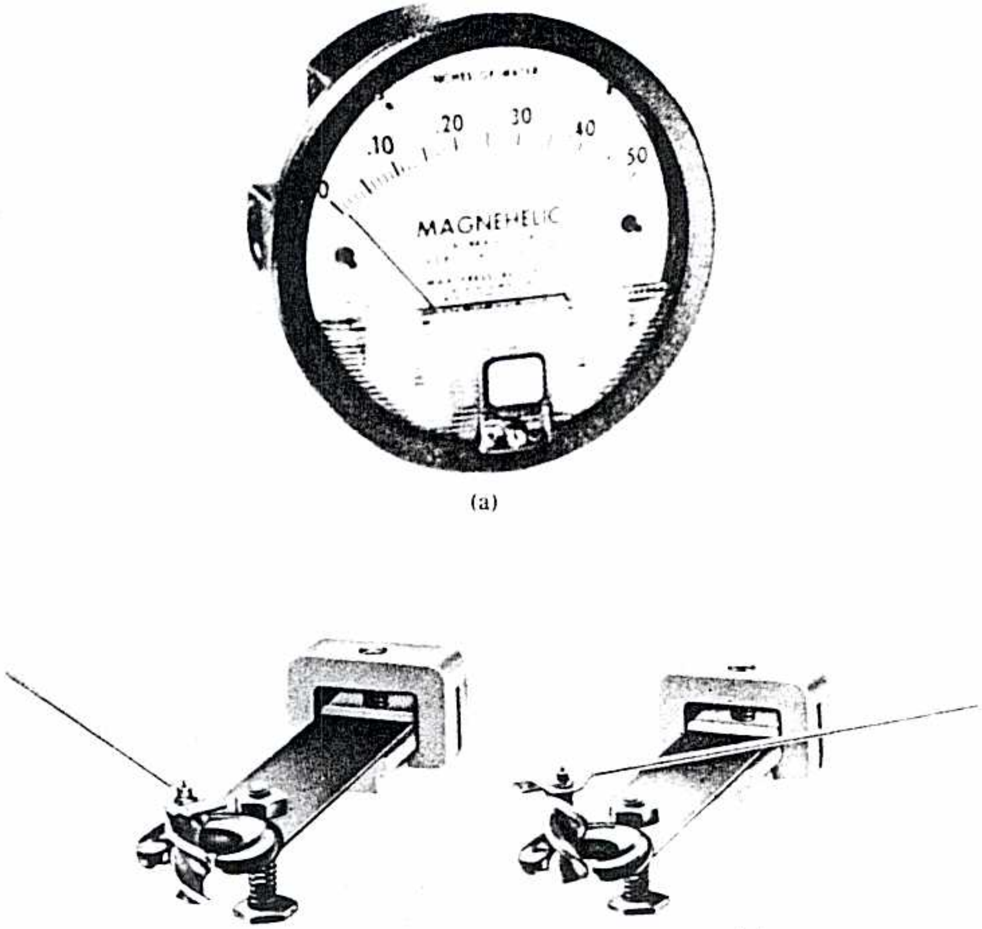
FIGURA 3.15 Medidor de presión de tubo de Bourdon. (Fuente de la fotografía: Ametek/U.S. Gauge, Sellersville, PA.)



(a) Vista frontal

(b) Vista posterior con la tapa de la caja retirada

FIGURA 3.16 Medidor de presión Magnehelic®. (Fuente: Dwyer Instruments, Inc., Michigan City, IN.)



(a)

(b)

(c)

hélice fabricada con un material que tiene una alta permeabilidad magnética, colocado sobre apoyos de zafiro. Un resorte de muelle es movido hacia arriba y hacia abajo por el movimiento de un diafragma flexible que no se muestra en la figura. En el extremo del resorte, el elemento con forma de C contiene un imán potente colocado cerca de la superficie exterior de la hélice. A medida que el resorte se mueve hacia arriba y hacia abajo, la hélice gira bajo la acción del imán, haciendo que se mueva el indicador. Observe que no hay contacto físico entre el imán y la hélice. La calibración del medidor se lleva a cabo mediante el ajuste de la longitud del resorte en su extremo fijo.

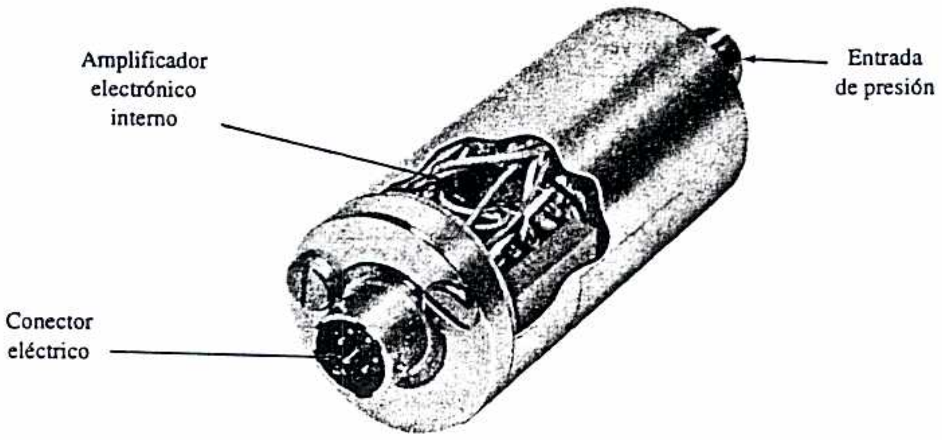
3.9 TRANSDUCTORES DE PRESIÓN

Un *transductor* es un instrumento que mide una cantidad física y genera una señal eléctrica que tiene una relación predecible con la cantidad medida. El nivel de la señal eléctrica se puede, entonces, registrar, representar en un medidor o almacenar en la memoria de una computadora para exhibirla o analizarla más tarde. En esta sección se describen varios tipos de transductores de presión.

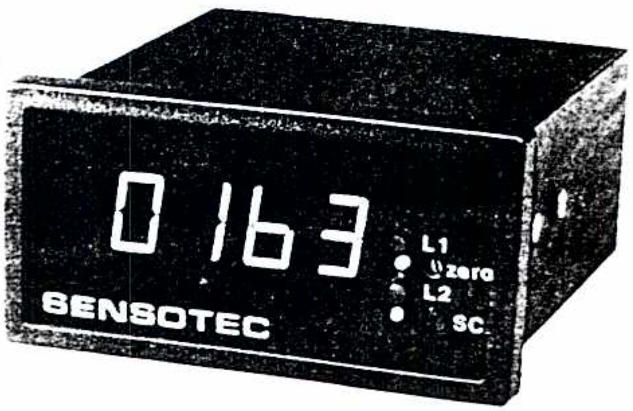
3.9.1 Transductor de presión medidor de tensión

En la figura 3.17 se presenta un *transductor de presión medidor de tensión.* La presión que se va a medir es introducida por la entrada de presión y actúa sobre un diafragma al cual están unidos medidores de tensión. A medida que los medidores

FIGURA 3.17 Transductor de presión medidor de tensión e indicador. (Fuente de las fotografías: Sensotec, Inc. Columbus, OH.)



(a) Transductor de presión medidor de tensión



(b) Amplificador/indicador electrónico digital de tensión detectan la deformación del diafragma, su resistencia cambia. Al pasar una corriente eléctrica por los medidores y conectarlos con una red, conocida como *puente de Wheatstone*, se produce un cambio de voltaje. El dispositivo de lectura es, típicamente, un voltímetro digital, calibrado en unidades de presión.

3.9.2 Transductor de presión tipo LVDT

Un *transformador diferencial lineal variable* (LVDT [*Linear Variable Differential Transformer*]) está compuesto por una bobina eléctrica de forma cilíndrica, que posee un núcleo móvil con forma de varilla. Conforme se mueve el núcleo a lo largo del eje de la bobina, se presenta un cambio de voltaje en relación con la posición del núcleo. Este tipo de transductor se aplica a mediciones de presión uniendo el núcleo a un diagrama flexible (figura 3.18). Para mediciones de presión manométrica, un lado del diafragma es expuesto a la presión atmosférica, mientras que el otro queda expuesto a la presión que se va a medir. Los cambios de presión hacen que se mueva el diafragma, desplazando, a su vez, el núcleo del LVDT. El cambio de voltaje resultante es registrado o marcado en un medidor calibrado en unidades de presión. Se pueden hacer mediciones diferenciales de presión si se introducen las dos presiones a cada lado del diafragma.

3.9.3 Transductores de presión piezoeléctricos

Ciertos cristales, como el cuarzo y el titanato de bario, presentan el *efecto piezoeléctrico*, en el que la carga eléctrica que se encuentra a través del cristal varía con la tensión del cristal. El *transductor de presión piezoeléctrico* utiliza esta característica del cristal haciendo que la presión ejerza una fuerza, ya sea directa o

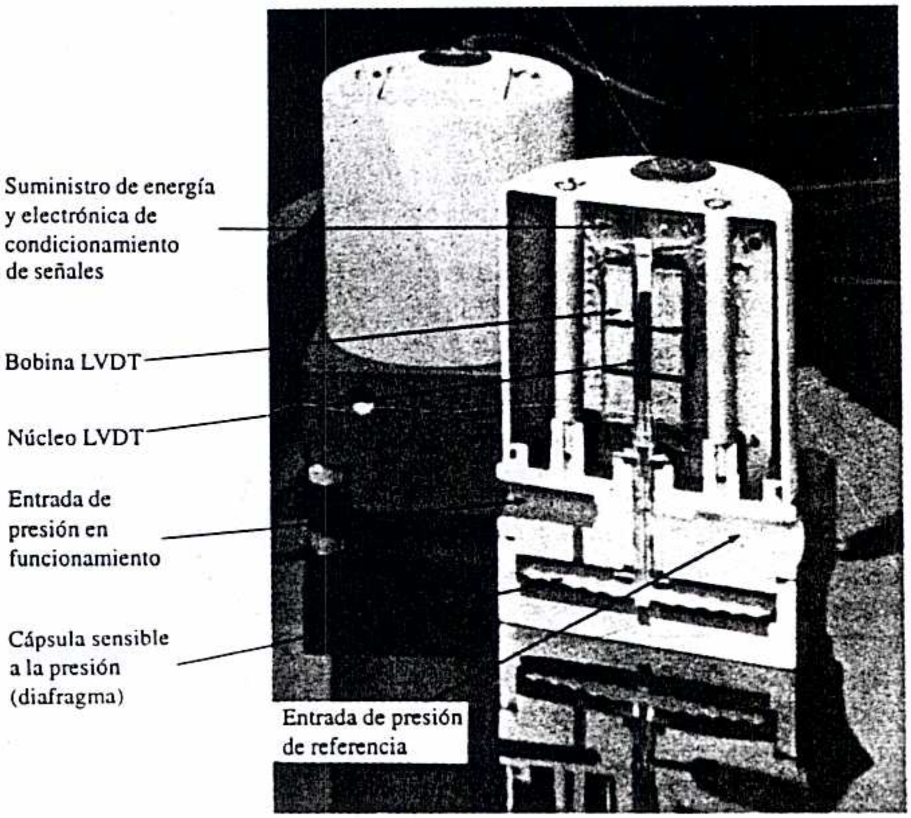

Suministro de energía y electrónica de condicionamiento de señales
Bobina LVDT
Núcleo LVDT
Entrada de presión en funcionamiento
Cápsula sensible a la presión (diafragma)
Entrada de presión de referencia

FIGURA 3.18 Transductor de presión tipo LVDT. (Fuente de la fotografía: Schaevitz Engineering. Pennsauken, NJ.)

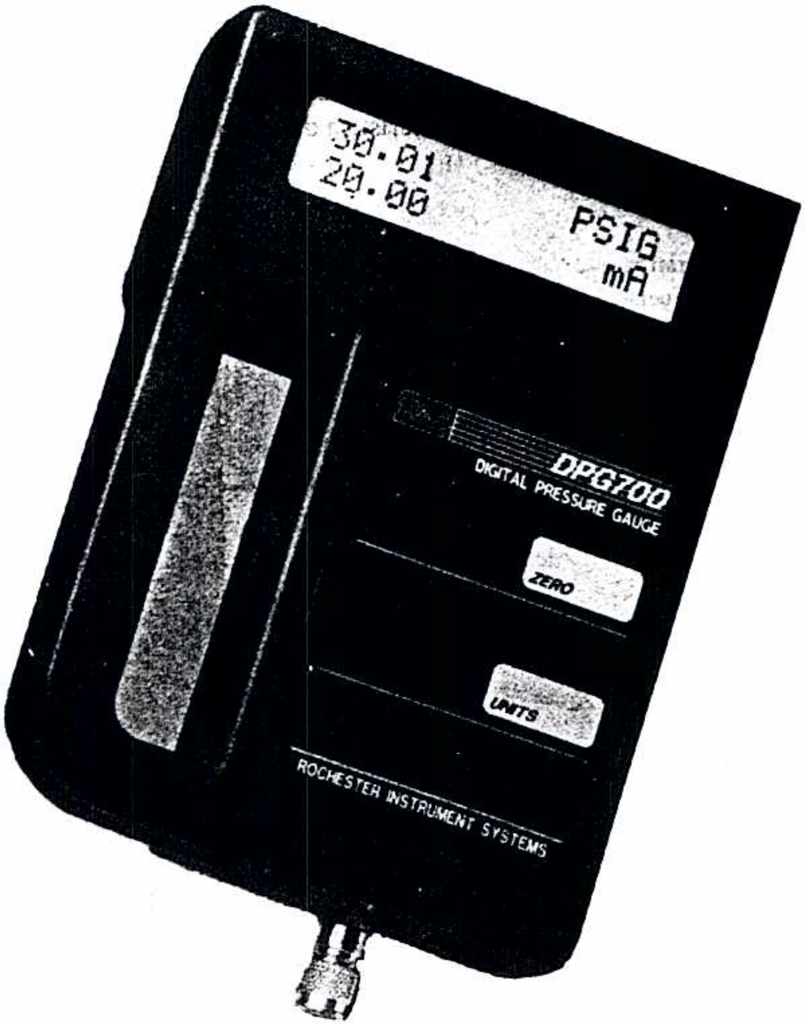
indirectamente, sobre el cristal. Entonces se produce un cambio en el voltaje, relacionado con el cambio de presión.

En la figura 3.19 se muestra un medidor de presión disponible comercialmente que lleva incorporado un transductor de presión piezoeléctrico. Se pueden indicar presiones o vacíos en cualquiera de las 18 unidades de exhibición diferentes, simplemente presionando el botón correspondiente a *unidades*. El medidor lleva incorporada también una señal de calibración que indica una lectura de corriente directa (en miliamperes) para la calibración de campo de transmisores remotos. El botón correspondiente al *cero* permite establecer la presión de referencia en el campo.

3.9.4 Transductores de presión de resonador de cuarzo

Un cristal de cuarzo resuena a una frecuencia que depende de la tensión en el cristal. En condiciones de tensión creciente, la frecuencia de resonancia aumenta. Al contrario, la frecuencia de resonancia disminuye con la compresión. Los cambios de frecuencia pueden medirse de manera bastante precisa mediante sistemas

FIGURA 3.19 Medidor de presión digital. (Fuente: Rochester Instrument Systems, Rochester, NY.)



Sensores de p
est.

I
XPRESADA C
ALTURA
OLUMNA DE

ERENCIAS

vallone, Eugene
1987. *Marks' Sta*
ngineers. [Manu
necánicos.] Nuev

digitales. Los transductores de presión pueden utilizar este fenómeno mediante la unión de fuelles, diafragmas o tubos de Bourdon a los cristales de cuarzo. Tales dispositivos pueden proporcionar mediciones de presión con una precisión del 0.01 por ciento o mayor.

3.9.5 Sensores de presión de estado sólido

La tecnología del estado sólido permite la construcción de sensores de presión muy pequeños a partir del silicio. Se pueden utilizar resistores de silicio de película delgada, en lugar de los medidores de tensión en los sistemas tipo puente de Wheatstone. Otro tipo de transductor utiliza dos placas paralelas cuya superficie está compuesta por un patrón estriado de silicio. La presión aplicada a una placa ocasiona que ésta se desvíe, cambiando el espacio de aire que hay entre las placas. El cambio resultante en la capacitancia puede ser detectado con un circuito oscilador.

3.10 PRESIÓN EXPRESADA COMO LA ALTURA DE UNA COLUMNA DE LÍQUIDO

Cuando medimos presiones en algunos sistemas de flujo de fluidos, como el flujo de aire en ductos de calentamiento, la magnitud real de la lectura de presión, a menudo, es pequeña. En ocasiones se utilizan manómetros para medir tales presiones y los resultados están dados en unidades como *pulgadas de agua*, en lugar de las unidades convencionales de Pa o lb/pulg^2.

Para convertir estas unidades a las que se necesitan para efectuar los cálculos, se debe utilizar la relación presión-elevación. Por ejemplo, una presión de 1.0 pulg de agua (1.0 pulg H_2O) expresada en unidades lb/pulg^2 es,

$$p = \gamma h$$

$$p = \frac{62.4\ \text{lb}}{\text{pies}^3}(1.0\ \text{pulg}\ \text{H}_2\text{O})\frac{1\ \text{pie}^3}{1728\ \text{pulg}^3} = 0.0361\ \text{lb/pulg}^2 = 0.0361\ \text{lb/pulg}^2$$

Entonces podemos usar este resultado como factor de conversión,

$$1.0\ \text{pulg de agua} = 0.0361\ \text{lb/pulg}^2$$

Convirtiendo esto a Pa se obtiene:

$$1.0\ \text{pulg de agua} = 249.0\ \text{Pa}$$

De forma parecida, las presiones un tanto mayores son medidas con un manómetro de mercurio. Tomando $\gamma = 132.8\ \text{kN/m}^3$ o $\gamma = 844.9\ \text{lb/pie}^3$, podemos desarrollar los factores de conversión,

$$1.0\ \text{pulg de mercurio} = 0.489\ \text{lb/pulg}^2$$
$$1.0\ \text{mm de mercurio} = 0.01926\ \text{lb/pulg}^2$$
$$1.0\ \text{mm de mercurio} = 132.8\ \text{Pa}$$

Debe recordar que la temperatura del fluido manométrico puede afectar su peso específico y, por consiguiente, la precisión de estos factores.

REFERENCIAS

1. Avallone, Eugene A. y Theodore Baumeister III, editores, 1987. *Marks' Standard Handbook for Mechanical Engineers.* [Manual estándar de Mark para ingenieros mecánicos.] Nueva York: McGraw-Hill. 9a ed.
2. Busse, Donald W. 1987 (marzo). Quartz Transducers for Precision Under Pressure. [Transductores de cuarzo para precisión bajo presión.] *Mechanical Engineering Magazine* 109(5): pp. 52-56.

3. Walters, Sam. 1987 (marzo). Inside Pressure Measurement [Medición de presión interna.] *Mechanical Engineering Magazine* 109(5): pp. 41-47.

4. Worden, Roy D. 1987 (marzo). Designing a Fused-Quartz Pressure Transducer. [Diseño de un transductor de presión de cuarzo fundido.] *Mechanical Engineering Magazine* 109(5): pp. 48-51.

PROBLEMAS DE PRÁCTICA

Presión absoluta y manométrica

3.1 Escriba la expresión para calcular la presión de un fluido.

3.2 Defina *presión absoluta.*

3.3 Defina *presión manométrica.*

3.4 Defina *presión atmosférica.*

3.5 Escriba la expresión que relaciona presión manométrica, presión absoluta y presión atmosférica.

Establezca si las aseveraciones 3.6 a 3.10 son (o pueden ser) verdaderas o falsas. Para las que sean falsas diga por qué.

3.6 El valor de la presión absoluta siempre será mayor que el de la presión manométrica.

3.7E Siempre y cuando permanezca en la superficie de la Tierra, la presión atmosférica será de 14.7 lb/pulg^2 absoluta.

3.8M *La presión en un cierto tanque es de −55.8 Pa(abs).*

3.9E La presión en un cierto tanque es de −4.65 lb/pulg^2 relativa.

3.10M *La presión en un cierto tanque es de −150 kPa(gage).*

3.11E Si usted fuera a viajar en un aeroplano de cabina abierta a una elevación de 4000 pies por encima del nivel del mar, ¿cuál sería la presión atmosférica si se ajusta a la atmósfera estándar?

3.12E El pico de una cierta montaña está a 13 500 pies sobre el nivel del mar. ¿Cuál es la presión atmosférica aproximada?

3.13 Expresada como presión manométrica ¿cuál es la presión en la superficie de un vaso de leche?

Los problemas 3.14 a 3.33 requieren que usted convierta la presión dada de manométrica a absoluta o de absoluta a manométrica, según se indique. Se da el valor de la presión atmosférica.

Problema	Presión dada	p_{atm}	Exprese el resultado como
3.14M	*583 kPa(abs)*	*103 kPa(abs)*	*Presión manométrica*
3.15M	*157 kPa(abs)*	*101 kPa(abs)*	*Presión manométrica*
3.16M	*30 kPa(abs)*	*100 kPa(abs)*	*Presión manométrica*
3.17M	*74 kPa(abs)*	*97 kPa(abs)*	*Presión manométrica*

Problema	Presión dada	p_{atm}	Exprese el resultado como:
3.18M	*101 kPa(abs)*	*104 kPa(abs)*	*Presión manométrica*
3.19M	*284 kPa(gage)*	*100 kPa(abs)*	*Presión absoluta*
3.20M	*128 kPa(gage)*	*98.0 kPa(abs)*	*Presión absoluta*
3.21M	*4.1 kPa(gage)*	*101.3 kPa(abs)*	*Presión absoluta*
3.22M	*−29.6 kPa(gage)*	*101.3 kPa(abs)*	*Presión absoluta*
3.23M	*−86.0 kPa(gage)*	*99.0 kPa(abs)*	*Presión absoluta*
3.24E	84.5 lb/pulg^2 abs.	14.9 lb/pulg^2 abs.	Presión manométrica
3.25E	22.8 lb/pulg^2 abs.	14.7 lb/pulg^2 abs.	Presión manométrica
3.26E	4.3 lb/pulg^2 abs.	14.6 lb/pulg^2 abs.	Presión manométrica
3.27E	10.8 lb/pulg^2 abs.	14.0 lb/pulg^2 abs.	Presión manométrica
3.28E	14.7 lb/pulg^2 abs.	15.1 lb/pulg^2 abs.	Presión manométrica
3.29E	41.2 lb/pulg^2 rel.	14.5 lb/pulg^2 abs.	Presión absoluta
3.30E	18.5 lb/pulg^2 rel.	14.2 lb/pulg^2 abs.	Presión absoluta
3.31E	0.6 lb/pulg^2 rel.	14.7 lb/pulg^2 abs.	Presión absoluta
3.32E	−4.3 lb/pulg^2 rel.	14.7 lb/pulg^2 abs.	Presión absoluta
3.33E	−12.5 lb/pulg^2 rel.	14.4 lb/pulg^2 abs.	Presión absoluta

Relación presión-elevación

3.34M *Si la leche tiene una gravedad específica de 1.08, ¿cuál es la presión en el fondo de una lata de leche de 550 mm de profundidad?*

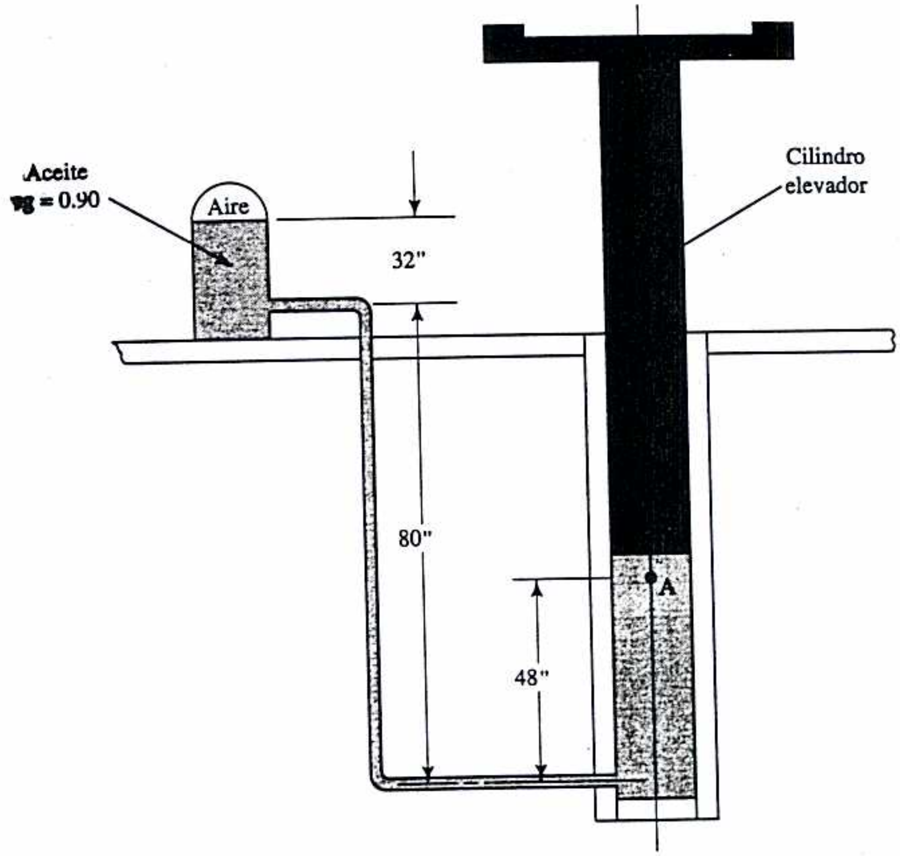
3.35E La presión en un fluido desconocido a una profundidad de 4.0 pies es de 1.820 lb/pulg^2 relativa. Calcule la gravedad específica del fluido.

3.36M *La presión en el fondo de un tanque de alcohol propílico a 25 °C debe mantenerse a 52.75 kPa(gage). ¿Qué profundidad de alcohol debe mantenerse?*

3.37E Cuando usted bucea a una profundidad de 12.50 pies en agua de mar, ¿cuál es la presión?

3.38E Un tanque de almacenamiento de agua se encuentra en la azotea del edificio de una fábrica, y la superficie del agua está a 50.0 pies por encima del piso de la fábrica. Si un tubo conecta el tanque de almacenamiento con el nivel del piso y el tubo está lleno de agua estática, ¿cuál es la presión en el tubo al nivel del suelo?

FIGURA 3.20 Elevador de vehículos para el problema 3.41.



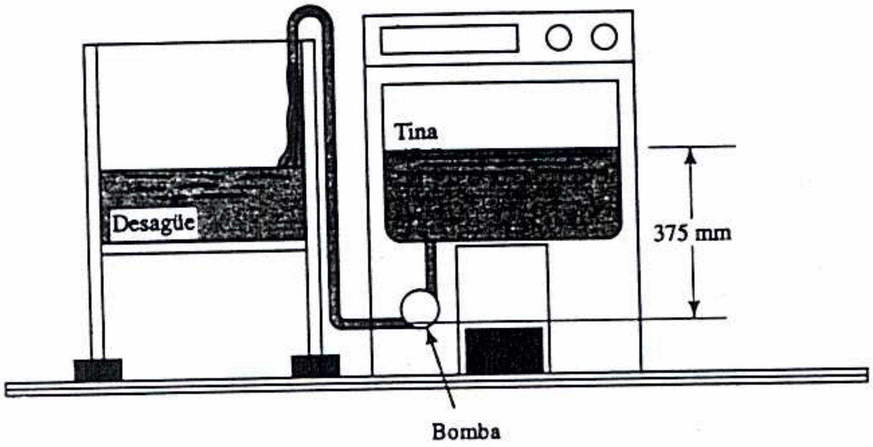
3.39M *Un tanque abierto contiene etilenglicol etileno a 25 °C. Calcule la presión a una profundidad de 3.0 m.*

3.40M *Para el tanque de etilenglicol descrito en el problema 3.39, calcule la presión a una profundidad de 12.0 m.*

3.41E En la figura 3.20 se muestra un diagrama del sistema hidráulico para la elevación de vehículos. Un compresor de aire mantiene la presión por encima del aceite en el recipiente. ¿Cuál debe ser la presión de aire si la presión en el punto A debe ser de al menos 180 lb/pulg^2 relativa?

3.42E En la figura 3.21 se muestra una máquina lavadora de ropa. La bomba saca fluido de la tina y la echa al desagüe. Calcule la presión en la entrada a la bomba

FIGURA 3.21 Lavadora de ropa del problema 3.42.



cuando el agua está estática (no fluye). La solución de agua jabonosa tiene una gravedad específica de 1.15.

3.43M *Un aeroplano está volando a 10.6 km de altitud. En el área de carga no presurizada se encuentra un recipiente con mercurio de una profundidad de 325 mm. El contenedor está abierto a la atmósfera local. ¿Cuál es la presión absoluta en la superficie del mercurio y en el fondo del contenedor? Suponga que las condiciones de la atmósfera estándar prevalecen para la presión. Use sg = 13.54 para el mercurio.*

3.44E Para el tanque que se muestra en la figura 3.22, determine la lectura, en lb/pulg^2 relativa, en el medidor de presión que está en el fondo si la parte superior del tanque está abierta a la atmósfera y la profundidad, *h*, del tanque es de 28.50 pies.

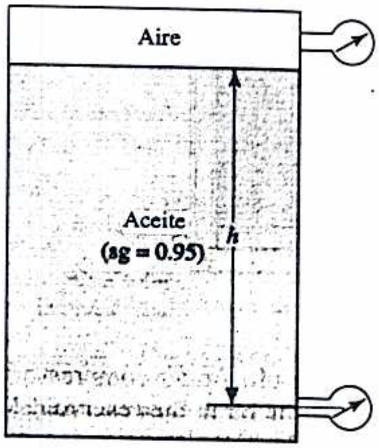


FIGURA 3.22 Problemas 3.44 a 3.47.

3.45E Para el tanque de la figura 3.22, determine la lectura, en lb/pulg^2 relativa, en el medidor de presión del fondo si la parte superior del tanque está sellada, el medidor de arriba señala 50.0 lb/pulg^2 relativa, y la profundidad del aceite, *h*, es de 28.50 pies.

3.46E Para el tanque de la figura 3.22, determine la lectura, en lb/pulg^2 relativa, del medidor de presión del fondo si la parte superior del tanque está sellada, el medidor superior indica −10.8 lb/pulg^2 relativa y la profundidad del aceite, *h*, es de 6.25 pies.

3.47E Para el tanque de la figura 3.22, determine la profundidad del aceite, *h*, si la lectura en el medidor de presión del fondo es de 35.5 lb/pulg^2 relativa, la parte superior del tanque está sellada y el medidor superior indica 30.0 lb/pulg^2 relativa.

3.48M *Para el tanque de la figura 3.23, calcule la profundidad del aceite si la profundidad del agua es de 2.80 m y el medidor del fondo del tanque indica 52.3 kPa(gage).*

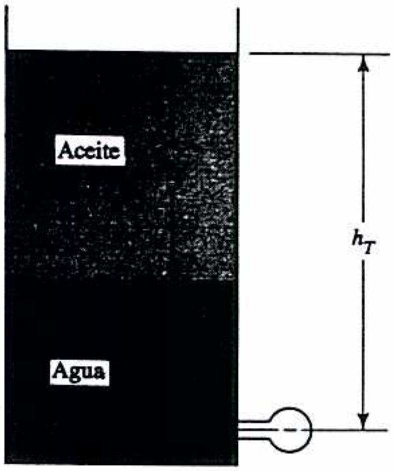


FIGURA 3.23 Problemas 3.48 a 3.50.

3.49M *Para el tanque de la figura 3.23, calcule la profundidad del agua si la profundidad del aceite es de 6.90 m y el medidor del fondo del tanque indica 125.3 kPa(gage).*

3.50M *La figura 3.23 representa un tambor de almacenamiento de aceite que está abierto a la atmósfera en la parte superior. Algo de agua ha caído de manera accidental dentro del tanque y se ha asentado en el fondo, como se muestra en la figura. Calcule la profundidad del agua,* h_2, *si el medidor de presión del fondo indica 158 kPa(gage). La profundidad total,* h_T *= 18.0 m.*

3.51M *Un tanque de almacenamiento de ácido sulfúrico tiene 1.5 m de diámetro y 4.0 m de altura. Si el ácido tiene una gravedad específica de 1.80, calcule la presión en el fondo del tanque. El tanque está abierto a la atmósfera en la parte superior.*

3.52E Un tambor de almacenamiento para aceite crudo (sg = 0.89) tiene 32 pies de profundidad y está abierto en su parte superior. Calcule la presión en el fondo.

3.53M *La profundidad más grande conocida en el océano es de aproximadamente 11.0 km. Suponiendo que el peso específico del agua es constante a 10.0 kN/m^3, calcule la presión a esta profundidad.*

3.54M *En la figura 3.24 se muestra un tanque cerrado que contiene gasolina flotando en agua. Calcule la presión de aire por encima de la gasolina.*

3.55M *En la figura 3.25 se muestra un recipiente cerrado que contiene agua y aceite. Por encima del aceite hay una presión de aire a 34 kPa por debajo de la presión atmosférica. Calcule la presión en el fondo del contenedor en kPa(gage).*

3.56M *Determine la presión en el fondo del tanque de la figura 3.26.*

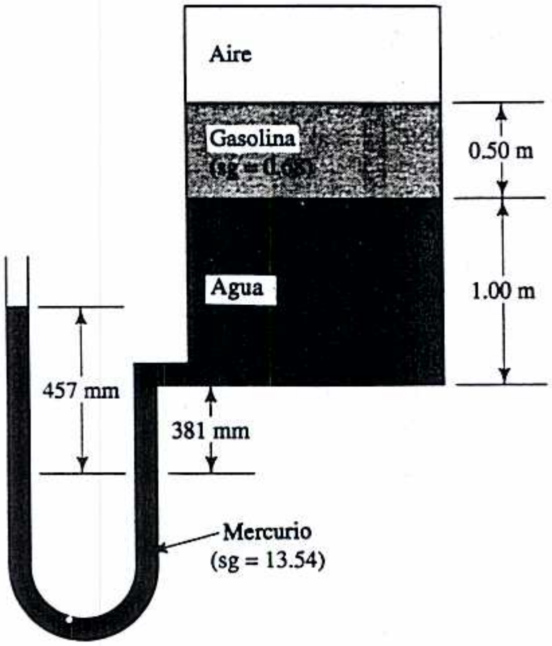


FIGURA 3.24 Problema 3.54.

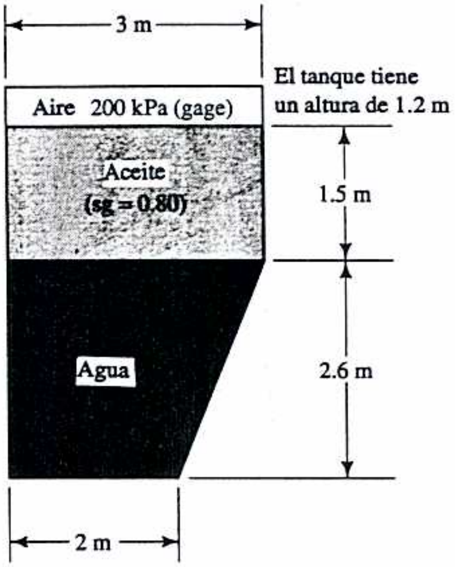


FIGURA 3.26 Problema 3.56.

Manómetros

3.57 Describa un manómetro de tubo-U sencillo.

3.58 Describa un manómetro de tubo-U diferencial.

3.59 Describa un manómetro tipo pozo.

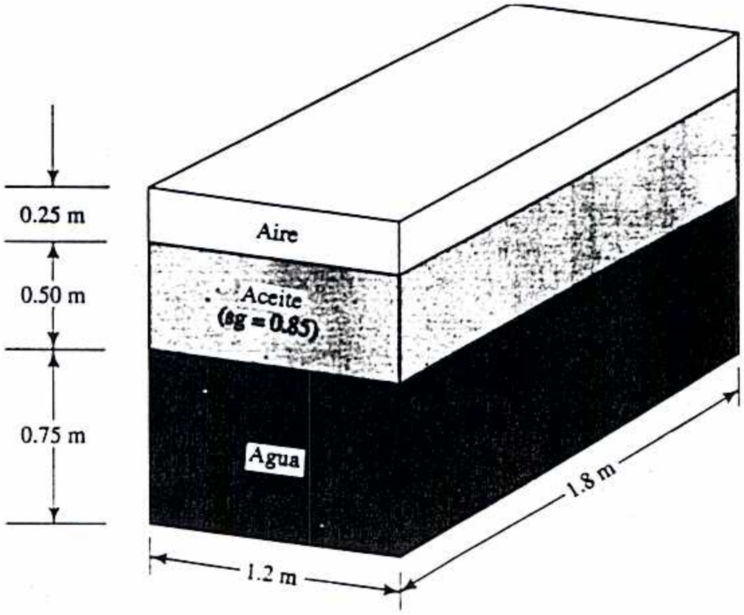
3.60 Describa un manómetro tipo pozo inclinado.

3.61 Describa un manómetro compuesto.

3.62M *Se tiene agua en el tubo que se muestra en la figura 3.27. Calcule la presión en el punto A en kPa(gage).*

3.63E Para el manómetro diferencial que se muestra en la figura 3.28, calcule la diferencia de presión entre los puntos A y B. La gravedad específica del aceite es de 0.85.

FIGURA 3.25 Problema 3.55.



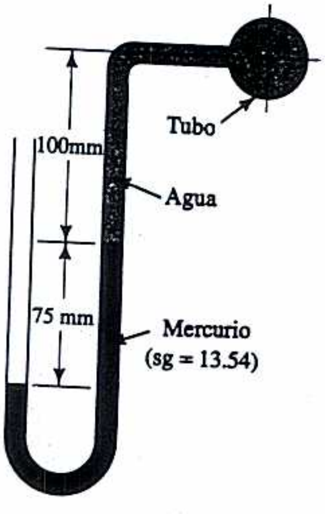


FIGURA 3.27 Problema 3.62.

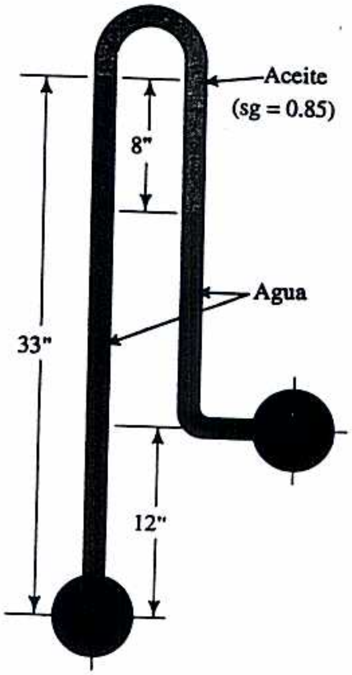


FIGURA 3.29 Problema 3.64.

3.64E Para el manómetro que se muestra en la figura 3.29, calcule $(p_A - p_B)$.

3.65M *Para el manómetro que se muestra en la figura 3.30, calcule* $(p_A - p_B)$.

3.66M *Para el manómetro que se muestra en la figura 3.31, calcule* $(p_A - p_B)$.

3.67M *Para el manómetro compuesto que se muestra en la figura 3.32, calcule la presión en el punto A.*

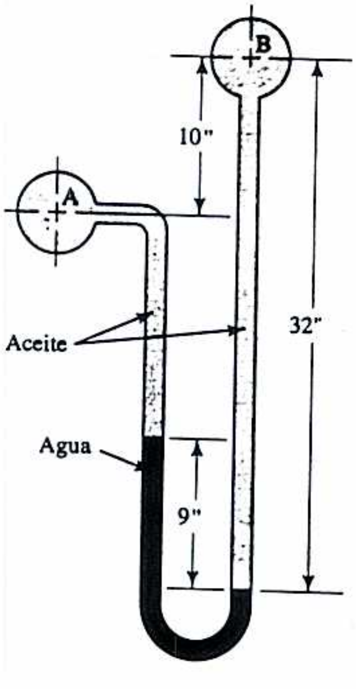


FIGURA 3.28 Problema 3.63.

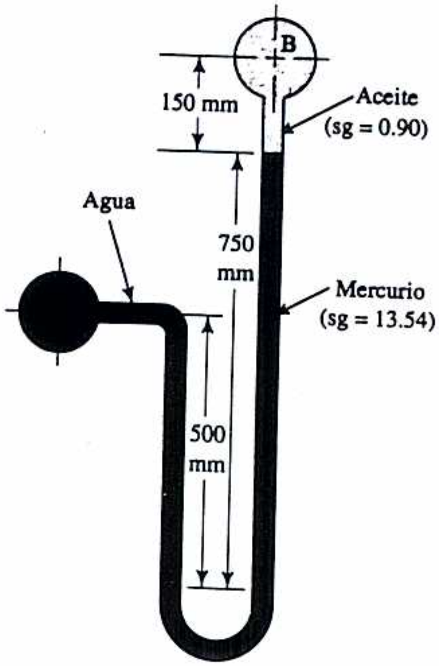


FIGURA 3.30 Problema 3.65.

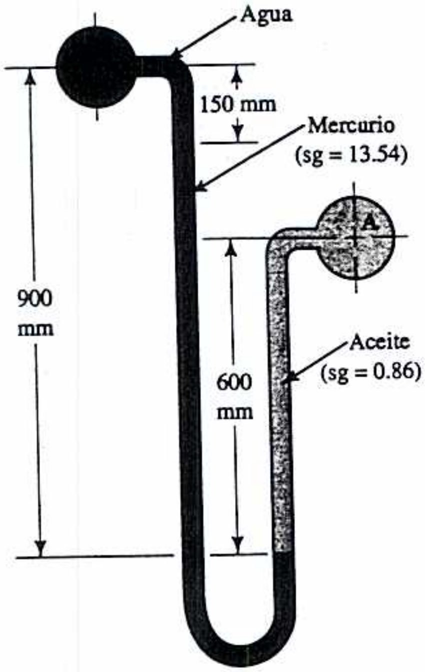


FIGURA 3.31 Problema 3.66.

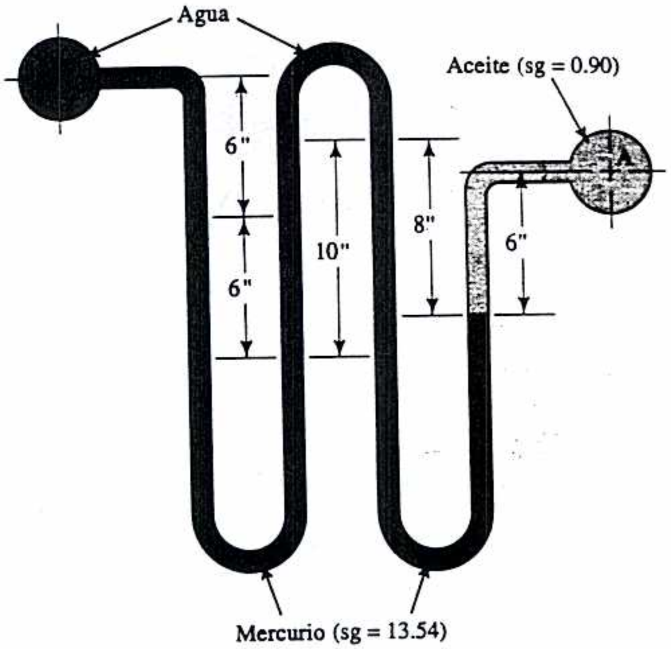


FIGURA 3.33 Problema 3.68.

3.68E Para el manómetro diferencial compuesto que se muestra en la figura 3.33, calcule $(p_A - p_B)$.

3.69E En la figura 3.34 se muestra un manómetro que se utiliza para indicar la diferencia de presión entre dos puntos de un tubo. Calcule $(p_A - p_B)$.

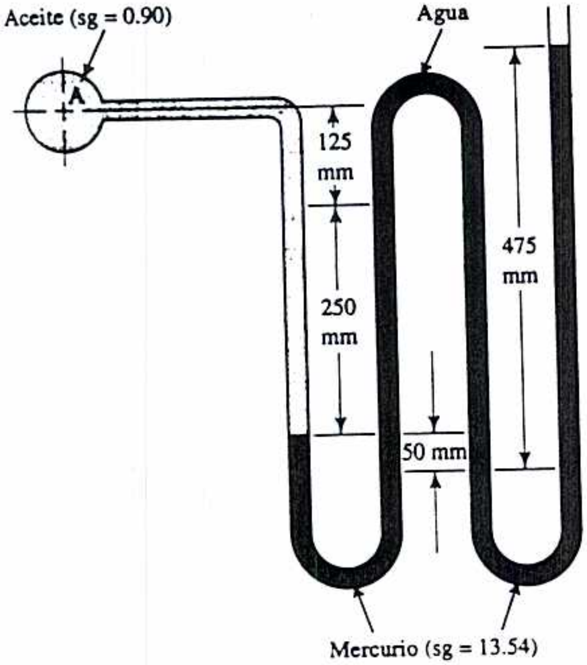


FIGURA 3.32 Problema 3.67.

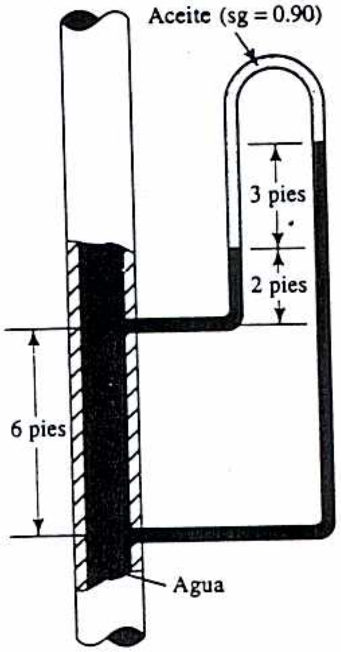


FIGURA 3.34 Problema 3.69.

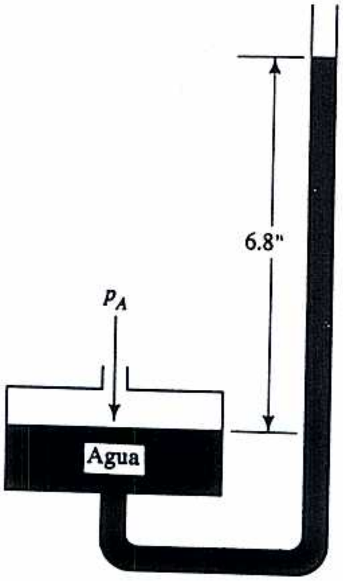


FIGURA 3.35 Problema 3.70.

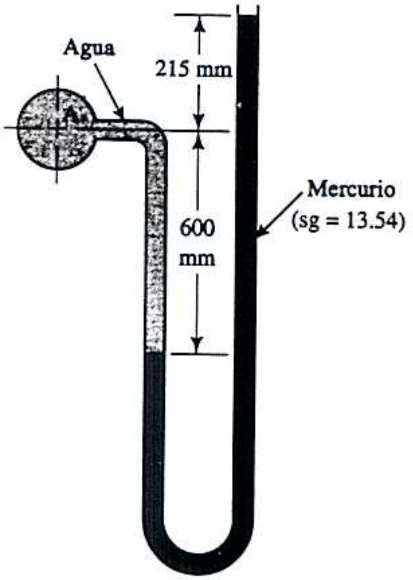


FIGURA 3.37 Problema 3.72.

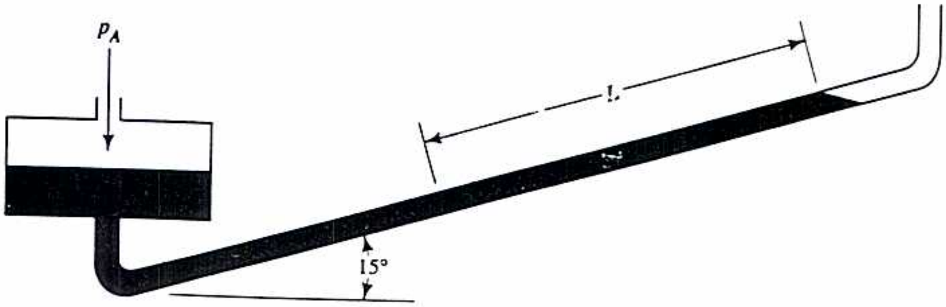
3.70E Para el manómetro tipo pozo de la figura 3.35, calcule p_A.

3.71M *En la figura 3.36 se muestra un manómetro tipo pozo inclinado en el que la distancia* L *indica el movimiento del fluido manométrico a medida que la presión* p_A *se aplica por encima del pozo. El fluido manométrico tiene una gravedad específica de 0.87 y* $L = 115$ *mm. Despreciando la caída en el nivel del fluido en el pozo, calcule* p_A.

3.72M *a. Determine la presión manométrica en el punto A de la figura 3.37.*

b. Si la presión barométrica es de 737 mm de mercurio, exprese la presión en el punto A en kPa(abs).

FIGURA 3.36 Problema 3.71.



Barómetros

3.73 ¿Cuál es la función de un barómetro?

3.74 Describa la construcción de un barómetro.

3.75 ¿Por qué es el mercurio un fluido conveniente para utilizarse en un barómetro?

3.76 Si se fuera a utilizar agua en lugar de mercurio en un barómetro, ¿qué altura debería tener la columna de agua?

3.77E ¿Cuál es la lectura de presión barométrica en pulgadas de mercurio correspondiente a 14.7 lb/pulg^2 absoluta?

3.78M *¿Cuál es la lectura de presión barométrica en milímetros de mercurio correspondiente a 101.3 kPa(abs)?*

3.79 ¿Por qué debe corregirse una lectura de presión barométrica con respecto a la temperatura?

3.80E ¿En qué cantidad debería disminuir la lectura de presión barométrica si hay un desplazamiento desde el nivel del mar hasta una elevación de 1250 pies?

3.81C Denver, Colorado, se conoce como la "Ciudad a una Milla de Altura" debido a que está situada a una elevación de aproximadamente 5200 pies. Suponiendo que la presión al nivel del mar es de 101.3 kPa(abs), ¿cuál debería ser la presión atmosférica aproximada en Denver?

3.82E Se informa que la presión barométrica es de 28.6 pulgadas de mercurio. Calcule la presión atmosférica en lb/pulg^2 absoluta.

3.83E Un barómetro indica que la presión atmosférica es de 30.65 pulgadas de mercurio. Calcule la presión atmosférica en lb/pulg^2 absoluta.

3.84E ¿Cuál sería la lectura de un barómetro en pulgadas de mercurio, correspondiente a una presión atmosférica de 14.2 lb/pulg^2 absoluta?

3.85M *Un barómetro indica 745 mm de mercurio. Calcule la lectura barométrica en kPa(abs).*

Medidores y transductores de presión

3.86 Describa un medidor de presión de tubo de Bourdon.

3.87 Describa un transductor de presión tipo medidor de tensión.

3.88 Describa un transductor de presión de cristal de cuarzo que utilice el efecto piezoeléctrico.

3.89 Describa un transductor de presión de cristal de cuarzo que utilice el efecto de frecuencia de resonancia.

4 Fuerzas sobre áreas planas y curvas sumergidas

4.1 OBJETIVOS

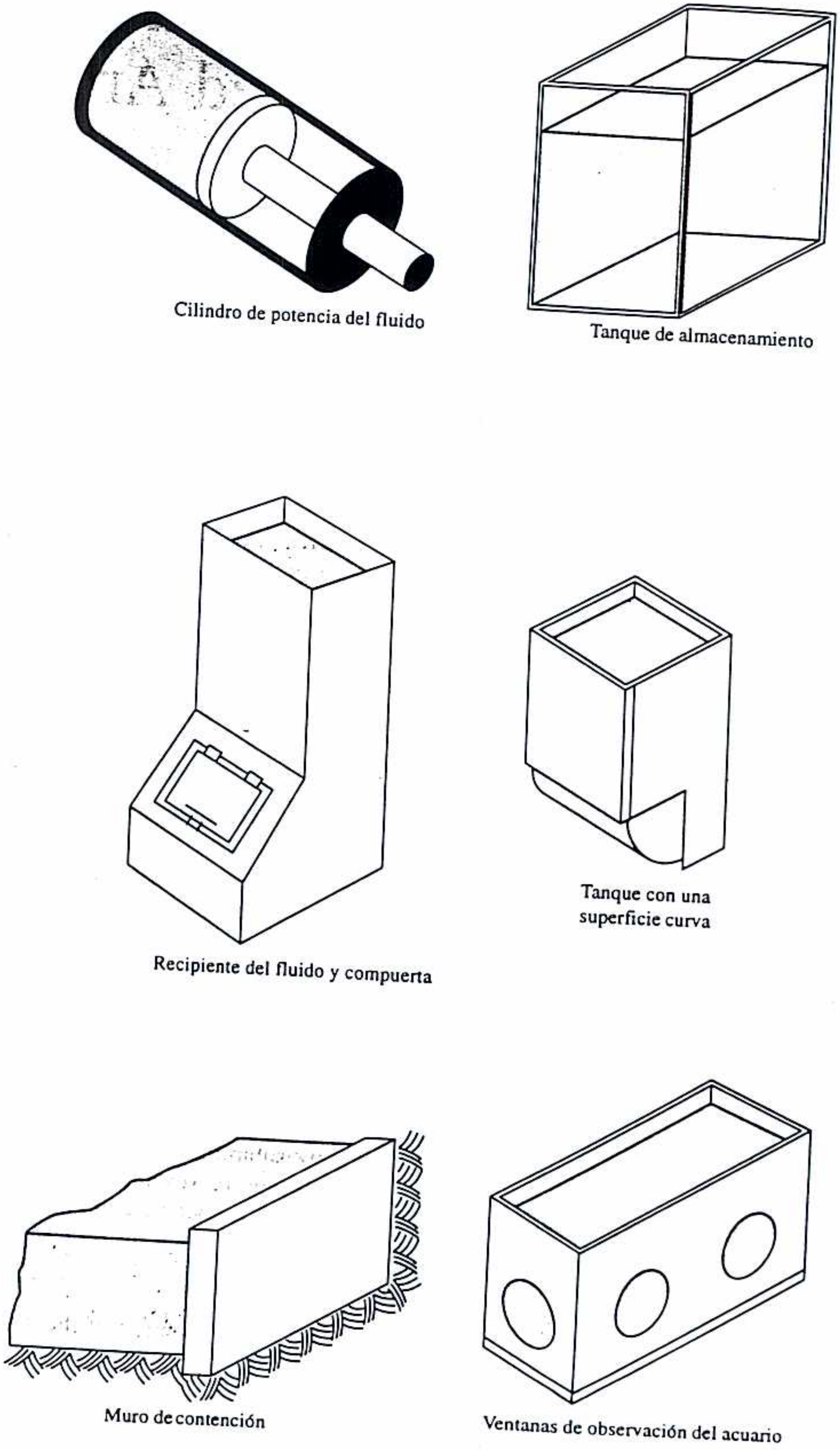
Hemos definido la presión mediante la ecuación $p = F/A$, en la que F es una fuerza y A el área sobre la cual actúa ésta. En la figura 4.1 se ilustran varios casos para los cuales es necesario calcular las fuerzas ejercidas sobre áreas *planas* y *curvas*, como resultado de la presión de fluido. Deben conocerse la magnitud y la distribución de tales fuerzas para poder diseñar los componentes de cada sistema.

En este capítulo se presentan los métodos de análisis utilizados para calcular la fuerza ejercida sobre un área plana para tres casos especiales, y para el caso general. También se analizarán las fuerzas sobre superficies curvas.

Después de haber terminado el estudio de este capítulo, usted deberá ser capaz de:

1. Calcular la fuerza ejercida sobre un área plana mediante un gas presurizado.
2. Calcular la fuerza ejercida por cualquier fluido estático sobre un área plana horizontal.
3. Calcular la fuerza resultante ejercida sobre una pared rectangular por parte de un fluido estático.
4. Definir el término *centro de presión*.
5. Determinar la localización del centro de presión para un líquido que ejerce una fuerza sobre una pared rectangular.
6. Calcular la fuerza resultante ejercida sobre cualquier área plana sumergida por parte de líquido estático.
7. Determinar la localización del centro de presión para un líquido que ejerce una fuerza sobre cualquier área plana sumergida.
8. Mostrar la representación vectorial de la fuerza resultante sobre cualquier área plana sumergida en su posición y dirección correctas.
9. Visualizar la distribución de fuerzas sobre una superficie curva sumergida.
10. Calcular la componente horizontal de la fuerza resultante sobre la superficie curva.
11. Determinar la línea de acción de la componente horizontal.
12. Calcular la componente vertical de la fuerza resultante sobre la superficie curva.
13. Determinar la línea de acción de la componente vertical.
14. Calcular la fuerza resultante total sobre la superficie curva.
15. Calcular la dirección en la que actúa la fuerza resultante y mostrar su línea de acción sobre un diagrama de la superficie.
16. Incluir el efecto de una cabeza de presión sobre el líquido, en la fuerza que actúa sobre una superficie plana o curva.

FIGURA 4.1 Ejemplos de casos en los que deben calcularse las fuerzas sobre áreas sumergidas.



Cilindro de potencia del fluido

Tanque de almacenamiento

Recipiente del fluido y compuerta

Tanque con una superficie curva

Muro de contención

Ventanas de observación del acuario

4.2 GASES BAJO PRESIÓN

En la figura 4.2 se muestra un cilindro neumático del tipo que se utiliza en maquinarias automáticas. La presión de aire actúa sobre la cara del pistón produciendo una fuerza que ocasiona un movimiento lineal en la varilla. La presión también actúa sobre el extremo del cilindro, tendiendo a separarlo. Ésta es la razón de tener cuatro varillas de fijación entre las tapas de los extremos del cilindro. La distribución de presión dentro de un gas es casi uniforme. Por consiguiente, podemos calcular la fuerza sobre el pistón y los extremos del cilindro directamente de la ecuación, $F = pA$.

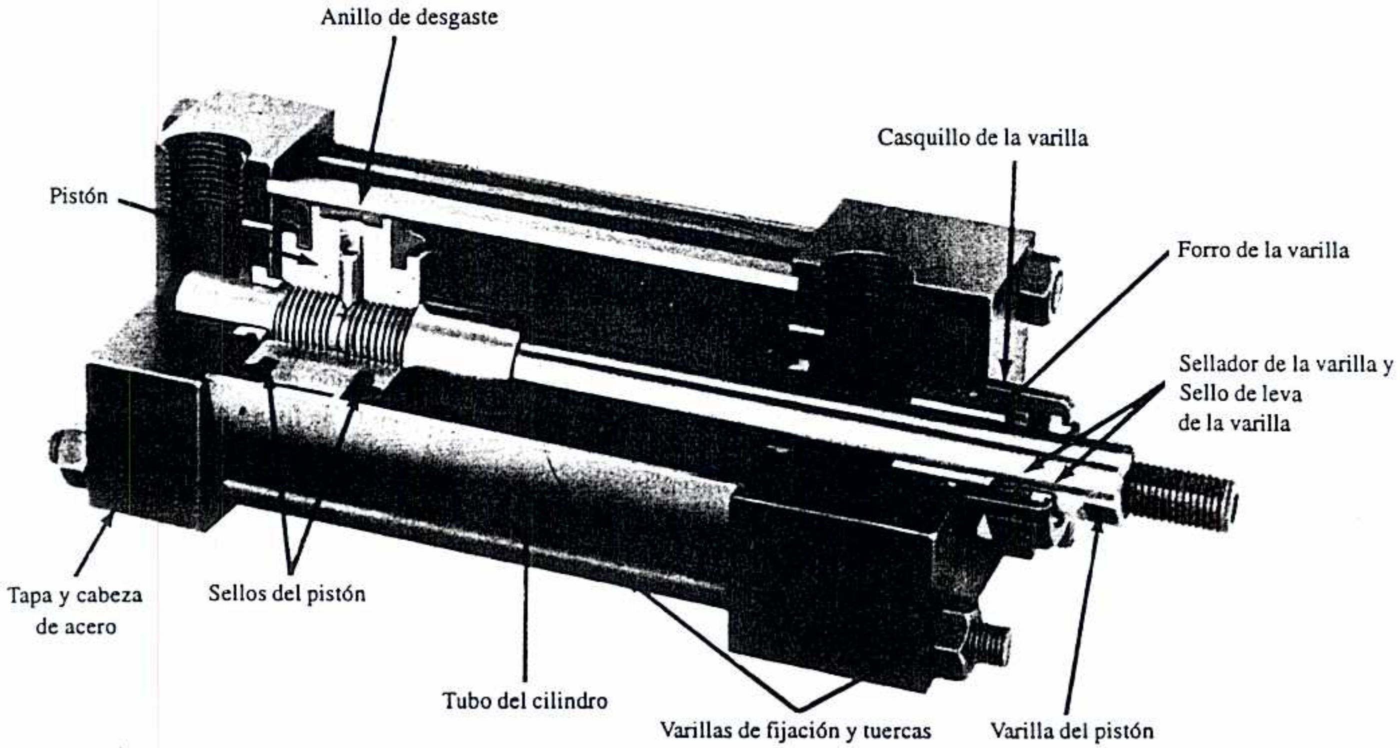


FIGURA 4.2 Cilindro de potencia de fluido. (Fuente de la fotografía: Mosier Industries, Brookville, OH.)

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 4.1** Si el cilindro de la figura 4.2 tiene un diámetro interno de 2 pulg y funciona a una presión de 300 lb/pulg² relativa, calcule la fuerza sobre los extremos del cilindro.

Solución

$$F = pA$$

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi (2 \text{ pulg})^2}{4} = 3.14 \text{ pulg}^2$$

$$F = \frac{300 \text{ lb}}{\text{pulg}^2} \times 3.24 \text{ pulg}^2 = 942 \text{ lb}$$

Observe que se utilizó la presión manométrica en el cálculo de la fuerza, en lugar de la presión absoluta. La fuerza adicional debida a la presión atmosférica actúa sobre ambos extremos del área y, por consiguiente, está balanceada. Si la presión sobre la superficie exterior no es atmosférica, entonces todas las fuerzas externas deben tomarse en cuenta para determinar la fuerza neta sobre el área.

4.3
SUPERFICIES PLANAS HORIZONTALES BAJO LÍQUIDOS

En la figura 4.3 se muestra un tambor cilíndrico que contiene aceite y agua. La presión en el agua en el fondo del tambor es uniforme a través del área completa, puesto que se trata de un plano horizontal en un fluido en reposo. De nuevo, podemos simplemente utilizar la ecuación $F = pA$ para calcular la fuerza en el fondo.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 4.2** Si el tambor de la figura 4.3 está abierto a la atmósfera en su parte superior, calcule la fuerza sobre el fondo.

Solución Para utilizar $F = pA$ primero tenemos que calcular la presión en el fondo del tambor, p_B, y el área del fondo:

$$p_B = p_{atm} + \gamma_o(2.4\text{ m}) + \gamma_w(1.5\text{ m})$$

$$\gamma_o = (sg)_o(9.81\text{ kN/m}^3) = (0.90)(9.81\text{ kN/m}^3) = 8.83\text{ kN/m}^3$$

$$p_B = 0\text{ Pa(gage)} + (8.83\text{ kN/m}^3)(2.4\text{ m}) + (9.81\text{ kN/m}^3)(1.5\text{ m})$$
$$= (0 + 21.2 + 14.7)\text{ kPa} = 35.9\text{ kPa(gage)}$$

$$A = \pi D^2/4 = \pi(3.0\text{ m})^2/4 = 7.07\text{ m}^2$$

$$F = p_B A = (35.9\text{ kN/m}^2)(7.07\text{ m}^2) = 253.8\text{ kN}$$

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 4.3** ¿Habrá alguna diferencia entre la fuerza que existe en el fondo del tambor de la figura 4.3 y la que hay en el fondo del recipiente en forma de cono de la figura 4.4?

Solución La fuerza debería ser la misma puesto que la presión en el fondo depende únicamente de la profundidad y del peso específico del fluido del contenedor. El peso total de fluido no tiene ningún efecto. Recuerde la paradoja de Pascal mencionada en la Sección 3.5.

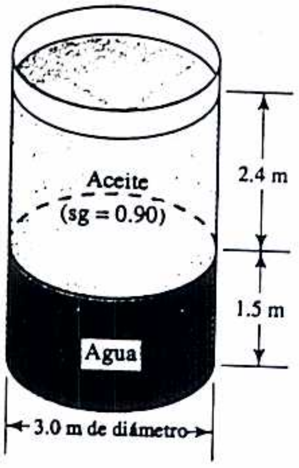


FIGURA 4.3 Tambor cilíndrico para el ejemplo ilustrativo 4.2.

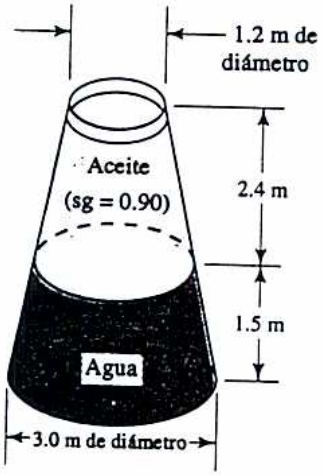
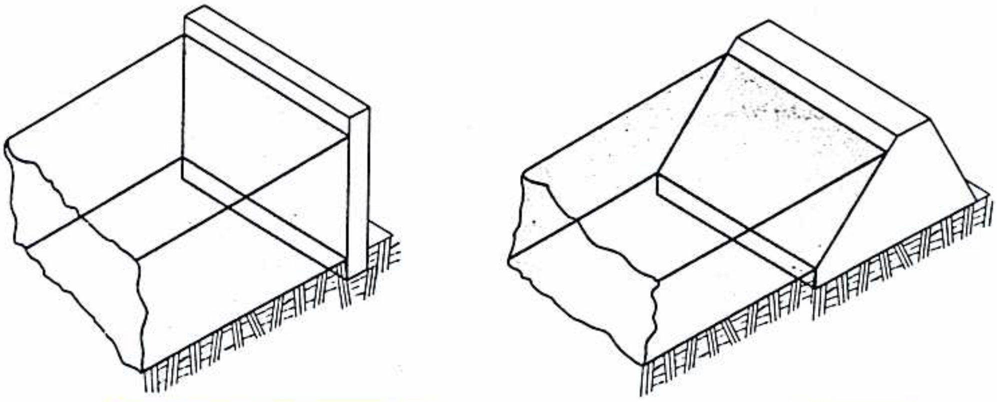


FIGURA 4.4 Contenedor en forma de cono para el ejemplo ilustrativo 4.3.

4.4
PAREDES RECTANGULARES

Los muros de contención que se muestran en la figura 4.5 son ejemplos típicos de paredes rectangulares expuestas a una presión que varía desde cero, en la superficie del fluido, hasta un máximo, en la parte inferior de la pared. La fuerza debida a la presión de fluido tiende a tirar la pared o a romperla, en el sitio en que está fija en el fondo.

FIGURA 4.5 Paredes rectangulares.



(a) Muro de contención vertical

(b) Pared inclinada (presa)

La fuerza real se distribuye sobre toda la superficie de la pared pero, para fines de análisis, es conveniente determinar la fuerza resultante y el sitio en el cual actúa, conocido como *centro de presión.* Esto es, si la fuerza entera estuviera concentrada en un solo punto ¿en qué lugar estaría dicho punto y cuál sería la magnitud de tal fuerza?

En la figura 4.6 se muestra la distribución de presión sobre el muro de contención vertical. Como se indicó en la ecuación $\Delta p = \gamma h$, la presión varía linealmente (como una línea recta) con respecto de la profundidad en el fluido. La longitud de las flechas punteadas representan la magnitud de la presión de fluido en diferentes puntos sobre la pared. Debido a esta variación lineal en la presión, la fuerza resultante total puede ser calculada con la ecuación:

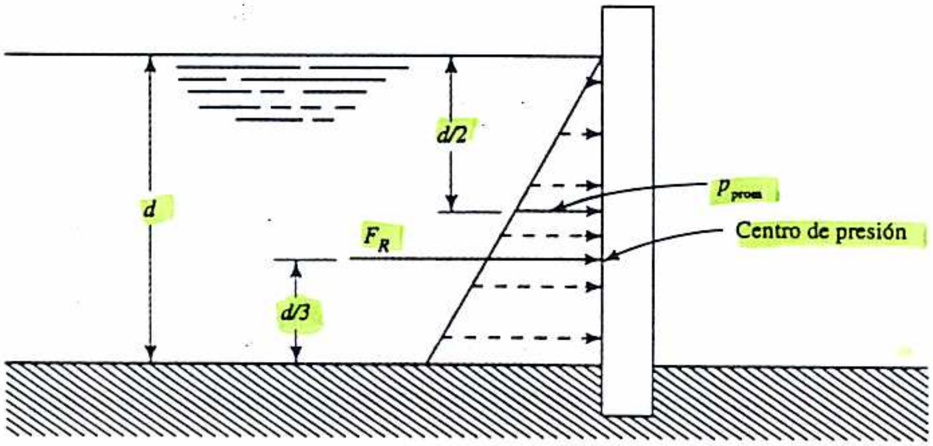
$$F_R = p_{\text{prom}} \times A \tag{4–1}$$

en la que p_{prom} es la presión promedio y A es el área total del muro. Pero la presión promedio es la que se encuentra en la parte media del muro y puede calcularse mediante la ecuación:

$$p_{\text{prom}} = \gamma(d/2) \tag{4–2}$$

en la que d es la profundidad total del fluido.

FIGURA 4.6 Pared rectangular vertical.



Por tanto, tenemos:

FUERZA RESULTANTE SOBRE UNA PARED RECTANGULAR

$$\boxed{F_R = \gamma(d/2)A} \tag{4–3}$$

La distribución de presión que se muestra en la figura 4.6 indica que una mayor porción de la fuerza actúa sobre la parte más baja de la pared. El centro de presión está en el centroide del triángulo de distribución de presión, a un tercio de la distancia del pie de la pared. La fuerza resultante, F_R, actúa perpendicularmente a la pared en este punto.

A continuación presentamos el procedimiento para calcular la magnitud de la fuerza resultante debida a la presión de fluido y para calcular la posición del centro de presión sobre una pared rectangular como la que se muestra en la figura 4.5. El procedimiento se aplica tanto si la pared está vertical como inclinada.

PROCEDIMIENTO PARA CALCULAR LA FUERZA SOBRE UNA PARED RECTANGULAR

1. Calcule la magnitud de la fuerza resultante, F_R, de la ecuación

$$F_R = \gamma(d/2)A$$

en la que:

γ = peso específico del fluido
d = profundidad total del fluido
A = área total de la pared

2. Localice el centro de presión a una distancia vertical de $d/3$ a partir del pie de la pared.
3. Muestre la fuerza resultante que actúa en el centro de presión en forma perpendicular a la pared.

☐ EJEMPLO ILUSTRATIVO 4.4 En la figura 4.6, el fluido es gasolina (sg = 0.68), y la profundidad total es de 12 pies. La pared tiene 40 pies de largo. Calcule la magnitud de la fuerza resultante sobre la pared y la localización del centro de presión.

Solución Paso 1.

$$F_R = \gamma(d/2)A$$
$$\gamma = (0.68)(62.4 \text{ lb/pies}^3) = 42.4 \text{ lb/pies}^3$$
$$A = (12 \text{ pies})(40 \text{ pies}) = 480 \text{ pies}^2$$
$$F_R = \frac{42.4 \text{ lb}}{\text{pies}^3} \times \frac{12 \text{ pies}}{2} \times 480 \text{ pies}^2 = 122\,000 \text{ lb}$$

Paso 2. El centro de presión está a una distancia de:

$$d/3 = 12 \text{ pies}/3 = 4 \text{ pies}$$

a partir del fondo de la pared.

Paso 3. La fuerza, F_R, actúa de manera perpendicular a la pared en el centro de presión, como se muestra en la figura 4.6.

EJEMPLO ILUSTRATIVO 4.5 En la figura 4.7 se muestra una presa, cuya cortina tiene 30.5 m de largo y retiene 8 m de agua dulce; tiene una inclinación a un ángulo θ de 60°. Calcule la magnitud de la fuerza resultante sobre la cortina de la presa y la localización del centro de presión.

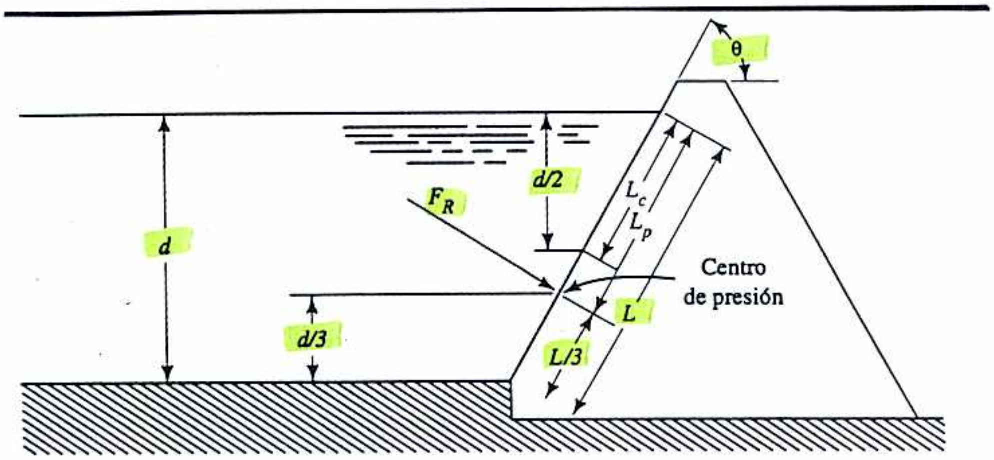


FIGURA 4.7 Pared rectangular inclinada.

Solución Paso 1.

$$F_R = \gamma(d/2)A$$

Para calcular el área de la cortina, necesitamos la altura de su cara, denotada con L en la figura 4.7:

$$\text{sen } \theta = d/L$$

$$L = d/\text{sen } \theta = 8 \text{ m}/\text{sen } 60° = 9.24 \text{ m}$$

Entonces, el área de la cortina es:

$$A = (9.24 \text{ m})(30.5 \text{ m}) = 281.8 \text{ m}^2$$

Ahora ya podemos calcular la fuerza resultante:

$$F_R = \gamma(d/2)A = \frac{9.81 \text{ kN}}{\text{m}^3} \times \frac{8 \text{ m}}{2} \times 281.8 \text{ m}^2$$
$$= 11\,060 \text{ kN} = 11.06 \text{ MN}$$

Paso 2. El centro de presión está a una distancia vertical de:

$$d/3 = 8 \text{ m}/3 = 2.67 \text{ m}$$

a partir del pie de la cortina. O, medido a partir del pie de la cortina a lo largo de su superficie, el centro de presión está en:

$$L/3 = 9.24 \text{ m}/3 = 3.08 \text{ m}$$

Medidos a lo largo de la superficie de la cortina, definimos:

L_p = distancia medida desde la superficie libre del fluido hasta el centro de presión.

$L_p = L - L/3$

$L_p = 9.24 \text{ m} - 3.08 \text{ m} = 6.16 \text{ m}$

Mostramos F_R actuando en el centro de presión perpendicularmente a la pared.

4.5

ÁREAS PLANAS SUMERGIDAS–GENERAL

El procedimiento que analizaremos en esta sección se aplica a problemas que involucran áreas planas, ya sean verticales o inclinadas, completamente sumergidas en el fluido. Como en problemas anteriores, el procedimiento nos capacitará para calcular la magnitud de la fuerza resultante sobre el área y la localización del centro de presión, en donde podemos suponer que actúa la fuerza resultante.

En la figura 4.8 se muestra un tanque que tiene una ventana rectangular en una pared inclinada. Las dimensiones estándar y los símbolos utilizados en el procedimiento que se describirá más adelante, se muestran en la figura y se definen a continuación:

F_R	Fuerza resultante sobre el área, debida a la presión de fluido.
—	El *centro de presión* del área es el punto en el que se puede considerar que actúa la fuerza resultante.
—	El *centroide* del área sería el punto de equilibrio de ésta si quedara suspendida de dicho sitio. Es equivalente al centro de gravedad de un cuerpo sólido.
θ	Ángulo de inclinación del área.
d_c	Profundidad de fluido desde la superficie libre hasta el centroide del área.
L_c	Distancia existente desde la superficie libre del fluido al centroide del área, medida a lo largo del ángulo de inclinación del área.
L_p	Distancia del nivel de la superficie libre del fluido al centro de presión del área, medida a lo largo del ángulo de inclinación del área.
B, H	Dimensiones del área.

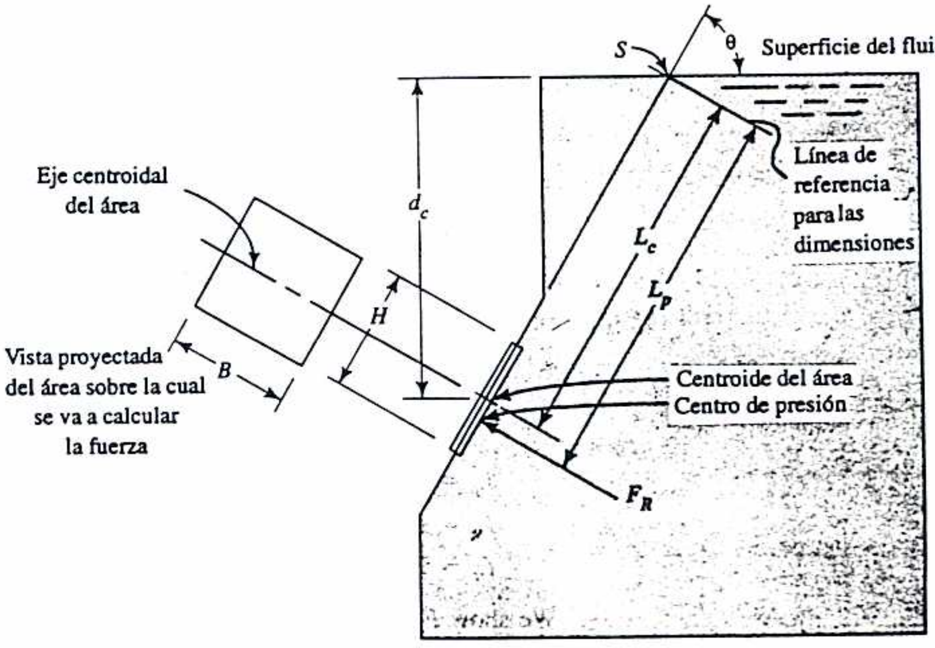
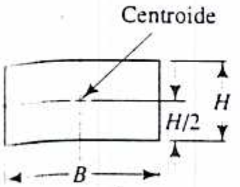

S
θ
Superficie del fluido
Eje centroidal del área
d_c
Línea de referencia para las dimensiones
L_c
L_p
H
Vista proyectada del área sobre la cual se va a calcular la fuerza
B
Centroide del área
Centro de presión
F_R

FIGURA 4.8 Fuerza sobre un área plana sumergida.



$I_c = \frac{BH^3}{12}$

$A = BH$

FIGURA 4.9 Propiedades de un rectángulo.

En la figura 4.9 se muestra la localización del centroide de un rectángulo. En el apéndice L se describen otras formas.

El siguiente procedimiento le será de utilidad para calcular la magnitud de la fuerza resultante sobre un área plana sumergida, debida a la presión de fluido, y para calcular la localización del centro de presión.

PROCEDIMIENTO PARA CALCULAR LA FUERZA SOBRE UN ÁREA PLANA SUMERGIDA

1. Identifique el punto en el que el ángulo de inclinación del área de interés intersecta el nivel de la superficie del fluido. Esto puede requerir la extensión de la superficie inclinada. Señale este punto con S.
2. Localice el centroide del área a partir de su geometría.
3. Determine d_c como la distancia *vertical* desde el nivel de la superficie libre hasta el centroide del área.
4. Determine L_c como la distancia *inclinada* desde el nivel de la superficie libre hasta el centroide del área. Ésta es la distancia desde S hasta el centroide. Observe que d_c y L_c están relacionadas por:

$$d_c = L_c \operatorname{sen} \theta$$

5. Calcule el área total A sobre la cual se va a determinar la fuerza.
6. Calcule la fuerza resultante a partir de

FUERZA RESULTANTE SOBRE UN ÁREA PLANA SUMERGIDA

$$F_R = \gamma d_c A \qquad (4-4)$$

en la que γ es el peso específico del fluido. Esta ecuación establece que la fuerza resultante es el producto de la presión en el centroide del área por el área total.

7. Calcule I_c, el momento de inercia del área alrededor de su eje centroidal.
8. Calcule la localización del centro de presión a partir de

LOCALIZACIÓN DEL CENTRO DE PRESIÓN

$$L_p = L_c + \frac{I_c}{L_c A} \qquad (4-5)$$

Note que el centro de presión está siempre por debajo del centroide de un área que esté inclinada con respecto de la horizontal. En algunos casos, puede ser de interés calcular solamente la diferencia entre L_p y L_c con la ecuación

$$L_p - L_c = \frac{I_c}{L_c A} \qquad (4-6)$$

9. Haga un diagrama de la fuerza F_R que actúa en el centro de presión, perpendicularmente al área.
10. Muestre la dimensión L_p en el diagrama de manera parecida a la utilizada en la figura 4.8.
11. Dibuje las líneas de dimensión para L_c y L_p a partir de una línea de referencia que pase por el punto S y perpendicular al ángulo de inclinación del área.

Ahora utilizaremos el planteamiento de instrucción programada para ilustrar la aplicación de este procedimiento.

EJEMPLO ILUSTRATIVO PROGRAMADO

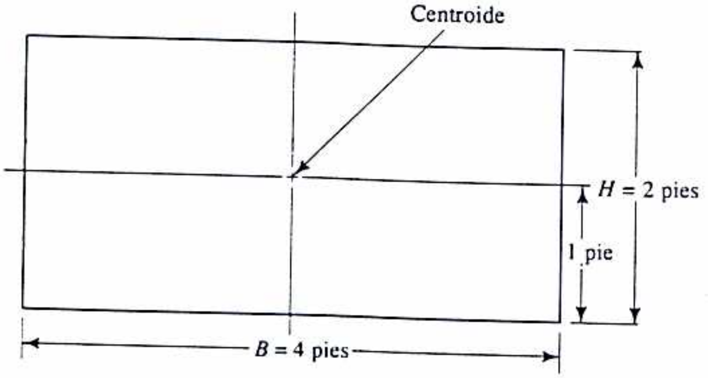
☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 4.6** El tanque que se muestra en la figura 4.8 contiene aceite lubricante con una gravedad específica de 0.91. El portillo rectangular con dimensiones $B = 4$ pies y $H = 2$ pies, está situado en la pared inclinada del tanque ($\theta = 60°$). El centroide del portillo está a una profundidad de 5 pies a partir de la superficie del aceite. Calcule (a) la magnitud de la fuerza, F_R, sobre el portillo, y (b) la localización del centro de presión.

Utilizando el procedimiento descrito anteriormente, efectúe los pasos 1 y 2 antes de pasar al siguiente panel.

El punto S se muestra en la figura 4.8.

El área de interés es el portillo rectangular cuyo diagrama se presenta en la figura 4.10. El centroide se encuentra en la intersección de los ejes de simetría del rectángulo.

FIGURA 4.10 Portillo rectangular del ejemplo ilustrativo 4.6.



Ahora bien, para el paso 3 ¿cuál es la distancia d_c?

Del enunciado del problema sabemos que $d_c = 5$ pies, la profundidad vertical desde la superficie libre del aceite al centroide del portillo.

Calcule ahora L_c. Consulte el paso 4.

Los términos L_c y d_c están relacionados en este caso por:

$$d_c = L_c \text{ sen } \theta$$

Por consiguiente tenemos:

$$L_c = d_c/\text{sen } \theta = 5 \text{ pies}/\text{sen } 60° = 5.77 \text{ pies}$$

Tanto d_c como L_c se necesitarán para llevar a efecto cálculos posteriores.

Continúe con el paso 5.

Puesto que el área del rectángulo es BH,

$$A = BH = (4 \text{ pies})(2 \text{ pies}) = 8 \text{ pies}^2$$

Continúe ahora con el paso 6.

En la ecuación $F_R = \gamma d_c A$ necesitamos el peso específico del aceite:

$$\gamma_o = (sg)_o(62.4 \text{ lb/pie}^3) = (0.91)(62.4 \text{ lb/pie}^3)$$
$$= 56.8 \text{ lb/pie}^3$$

Entonces tenemos:

$$F_R = \gamma_o d_c A = \frac{56.8 \text{ lb}}{\text{pies}^3} \times 5 \text{ pies} \times 8 \text{ pies}^2 = 2270 \text{ lb}$$

Los pasos siguientes tienen que ver con la localización del centro de presión. Continúe ahora con el paso 7.

En la figura 4.9 encontramos que para un rectángulo,

$$I_c = BH^3/12 = (4 \text{ pies})(2 \text{ pies})^3/12 = 2.67 \text{ pies}^4$$

Ahora tenemos los datos necesarios para llevar a cabo el paso 8.

Puesto que $I_c = 2.67$ pies^4, $L_c = 5.77$ pies y $A = 8$ pies^2,

$$L_p = L_c + \frac{I_c}{L_c A} = 5.77 \text{ pies} + \frac{2.67 \text{ pies}^4}{(5.77 \text{ pies})(8 \text{ pies}^2)}$$
$$L_p = 5.77 \text{ pies} = 0.058 \text{ pies} = 5.828 \text{ pies}$$

El resultado es $L_p = 5.828$ pies.

Esto significa que el centro de presión está a 0.058 pies (o 0.70 pulg) por debajo del centroide del portillo.

Los pasos 9, 10 y 11 ya están hechos en la figura 4.8. Asegúrese de que entiende de qué manera la dimensión de L_p está dibujada a partir de la línea de referencia.

■

4.6 DESARROLLO DEL PROCEDIMIENTO GENERAL PARA FUERZAS SOBRE ÁREAS PLANAS SUMERGIDAS

En la Sección 4.5 mostramos el uso de los principios para calcular la fuerza resultante sobre un área plana sumergida y para encontrar la localización del centro de presión. La ecuación (4–4) proporciona la fuerza resultante, y la ecuación (4–6), da la distancia entre el centroide del área de interés y el centro de presión. En la figura 4.8 se ilustran los diferentes términos. En esta sección se mostrará el desarrollo de tales relaciones.

4.6.1 Fuerza resultante

La *fuerza resultante* se define como la suma de las fuerzas que actúan sobre pequeños elementos del área de interés. En la figura 4.11 se ilustra el concepto utilizando la misma ventana rectangular que se usó en la figura 4.8. En realidad la forma del área es arbitraria. Sobre un área pequeña dA, existe una fuerza dF que actúa perpendicularmente al área debido a la presión de fluido, p. Pero la magnitud de la presión a una profundidad h en un líquido estático de peso específico γ es $p = \gamma h$. Entonces, la fuerza es:

$$dF = p(dA) = \gamma h(dA) \tag{4–7}$$

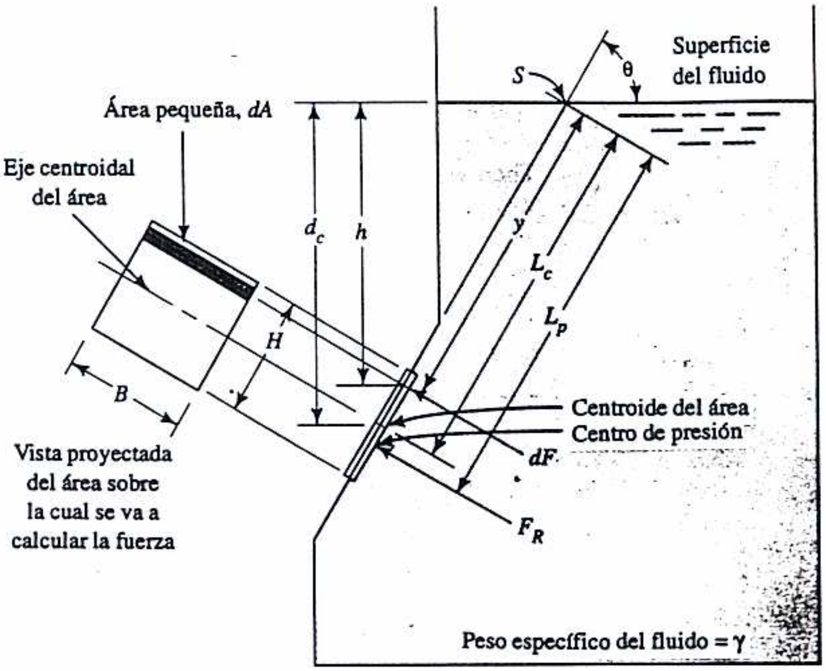


FIGURA 4.11 Desarrollo del procedimiento general para obtener las fuerzas sobre áreas planas sumergidas.

Puesto que el área presenta una inclinación de ángulo θ, es conveniente trabajar en el plano del área, utilizando y para denotar la posición sobre el área a cualquier profundidad h. Observe que:

$$h = y \operatorname{sen} \theta \tag{4–8}$$

en la que y se mide desde el nivel de la superficie libre del fluido a lo largo del ángulo de inclinación del área. Entonces,

$$dF = \gamma(y \operatorname{sen} \theta)(dA) \tag{4–9}$$

La suma de fuerzas sobre el área entera se lleva a cabo mediante el proceso matemático de integración:

$$F_R = \int_A dF = \int_A \gamma(y \operatorname{sen} \theta)(dA) = \gamma \operatorname{sen} \theta \int_A y(dA)$$

De la mecánica sabemos que $\int y(dA)$ es igual al producto del área total por la distancia al centroide de área desde el eje de referencia. Esto es,

$$\int_A y(dA) = L_c A$$

Entonces la fuerza resultante, F_R, es:

$$F_R = \gamma \operatorname{sen} \theta (L_c A) \tag{4–10}$$

Ahora podemos sustituir $d_c = L_c \operatorname{sen} \theta$, lo que nos da:

$$F_R = \gamma d_c A \tag{4–11}$$

Ésta tiene la misma forma que la ecuación (4–4). Puesto que cada una de las pequeñas fuerzas, *dF*, actúa de manera perpendicular al área, la fuerza resultante actúa en forma semejante.

4.6.2 Centro de presión

El *centro de presión* es aquel punto sobre un área en el que se puede suponer que actúa la fuerza resultante para tener el mismo efecto que la fuerza distribuida sobre el área entera, debida a la presión de fluido. Podemos expresar este efecto en términos del momento de una fuerza con respecto de un eje que pasa por el punto *S*, perpendicular al plano de la página.

Observe la figura 4.11. El momento de cada pequeña fuerza, *dF*, con respecto de este eje es:

$$dM = dF \cdot y$$

Pero $dF = \gamma(y \text{ sen } \theta)(dA)$. Entonces,

$$dM = y[\gamma(y \text{ sen } \theta)(dA)] = \gamma \text{ sen } \theta(y^2 dA)$$

El momento de todas las fuerzas que actúan sobre el área completa se encuentra integrando sobre el área. Ahora bien, si suponemos que la fuerza resultante, F_R, actúa en el centro de presión, su momento con respecto del eje que pasa a través de *S* es $F_R L_p$. Entonces,

$$F_R L_p = \int \gamma \text{ sen } \theta(y^2 dA) = \gamma \text{ sen } \theta \int (y^2 dA)$$

De nuevo, de la teoría de la mecánica sabemos que $\int (y^2 dA)$ se define como el momento de inercia *I* del área completa con respecto del eje desde el cual se mide *y*. Entonces,

$$F_R L_p = \gamma \text{ sen } \theta(I)$$

Resolviendo para L_p se obtiene:

$$L_p = \frac{\gamma \text{ sen } \theta(I)}{F_R}$$

Sustituyendo la expresión para F_R de la ecuación (4–10) se obtiene:

$$L_p = \frac{\gamma \text{ sen } \theta(I)}{\gamma \text{ sen } \theta(L_c A)} = \frac{I}{L_c A} \tag{4–12}$$

Se puede desarrollar una ecuación más conveniente mediante el uso del teorema de la transferencia para el momento de inercia de la mecánica. Esto es,

$$I = I_c + AL_c^2$$

en la que I_c es el momento de inercia del área de interés con respecto de su propio eje centroidal, y L_c es la distancia del eje de referencia al centroide. La ecuación (4–12) queda entonces,

$$L_p = \frac{I}{L_c A} = \frac{I_c + AL_c^2}{L_c A} = \frac{I_c}{L_c A} + L_c \tag{4–13}$$

Reordenando términos obtenemos la misma forma de la ecuación (4–6):

$$L_p - L_c = \frac{I_c}{L_c A}$$

4.7 CABEZA PIEZOMÉTRICA

En todos los problemas que hemos resuelto hasta este punto, la superficie del fluido se hallaba expuesta a la presión ambiente, en donde $p = 0$(gage). Por consiguiente, nuestros cálculos de la presión dentro del fluido también eran de presión manométrica. Era apropiado utilizar presiones manométricas para calcular la magnitud de la fuerza neta que actúa sobre las áreas de interés, debido a que la presión ambiente también actúa fuera del área.

Si la presión por encima de la superficie libre del fluido es diferente de la presión ambiente fuera del área, es necesario introducir un cambio en nuestro procedimiento. Un método conveniente utiliza el concepto de *cabeza piezométrica*, en el cual la presión real por encima del fluido, p_a, es convertida a una profundidad equivalente del fluido, d_a, que ocasionaría la misma presión (figura 4.12):

➪ CABEZA PIEZOMÉTRICA

$$d_a = p_a/\gamma \tag{4–14}$$

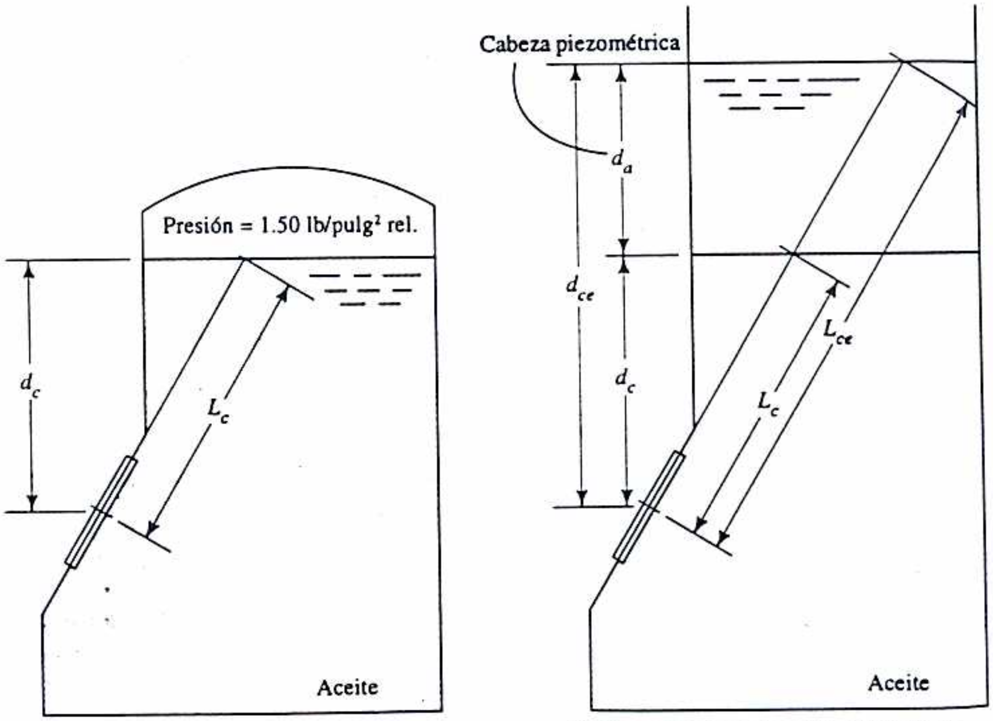
Esta profundidad se agrega a cualquier otra distancia, d, que esté por debajo de la superficie libre, con el fin de obtener una *profundidad equivalente*, d_e. Esto es,

$$d_e = d + d_a \tag{4–15}$$

Entonces, d_e se puede utilizar en cualquier cálculo que requiera una profundidad para obtener la presión. Por ejemplo, en la figura 4.12, la profundidad equivalente al centroide es:

$$d_{ce} = d_c + d_a$$

FIGURA 4.12 Ilustración de la cabeza piezométrica del ejemplo ilustrativo 4.7.



(a) Tanque tomado de la figura 4.8 con una presión por encima del aceite

(b) Tanque que muestra el equivalente de cabeza piezométrica de la presión que se encuentra por encima del aceite

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 4.7** Repita el ejemplo ilustrativo 4.6, sólo que en esta ocasión considere que el tanque que se muestra en la figura 4.8 está sellado en su parte superior y que existe una presión de 1.50 lb/pulg² relativa por encima del aceite.

Solución Varios cálculos hechos para obtener la solución al ejemplo ilustrativo 4.6 requirieron el uso de la distancia al centroide, d_c, que es de 5.0 pies por debajo de la superficie del aceite. Con la presión por encima del aceite, debemos agregar la cabeza piezométrica, d_a, de la ecuación (4–14). Utilizando $\gamma = 56.8$ lb/pie³, obtenemos:

$$d_a = \frac{p_a}{\gamma} = \frac{1.5\ \text{lb}}{\text{pulg}^2}\,\frac{144\ \text{pulg}^2}{\text{pie}^2}\,\frac{\text{pie}^3}{56.8\ \text{lb}} = 3.80\ \text{pies}$$

Entonces, la profundidad equivalente al centroide es:

$$d_{ce} = d_c + d_a = 5.00\ \text{pies} + 3.80\ \text{pies} = 8.80\ \text{pies}$$

La fuerza resultante es entonces

$$F_R = \gamma d_{ce} A = (56.8\ \text{lb/pie}^3)(8.80\ \text{pies})(8.0\ \text{pies}^2) = 4000\ \text{lb}$$

Compare este resultado con el valor de 2270 lb que obtuvimos para el tanque abierto.

El centro de presión también cambia debido a que la distancia, L_c, cambia a L_{ce}, como se muestra a continuación.

$$L_{ce} = d_{ce}/\text{sen}\,\theta = 8.80\ \text{pies}/\text{sen}\,60^\circ = 10.16\ \text{pies}$$

$$L_{pe} - L_{ce} = \frac{I_c}{L_{ce}A} = \frac{2.67\ \text{pies}^4}{(10.16\ \text{pies})(8\ \text{pies}^2)} = 0.033\ \text{pies}$$

La distancia correspondiente en el ejemplo ilustrativo 4.6 es de 0.058 pies.

4.8
DISTRIBUCIÓN DE FUERZAS SOBRE UNA SUPERFICIE CURVA SUMERGIDA

En la figura 4.13 se muestra un tanque que contiene un líquido y cuya parte superior está abierta a la atmósfera. Parte de la pared izquierda es vertical, y la parte inferior es un segmento de cilindro. En este caso estamos interesados en la fuerza que actúa sobre la superficie curva debida a la presión del fluido.

Una forma de visualizar el sistema total de fuerzas implicado consiste en aislar el volumen del fluido que se encuentra directamente por encima de la superficie de interés como un cuerpo libre y mostrar todas las fuerzas que actúan sobre él, como se muestra en la figura 4.14. Nuestro objetivo, aquí, es determinar la fuerzas horizontal, F_H, y vertical, F_V, ejercidas sobre el fluido por la superficie curva, y su fuerza resultante, F_R. La línea de acción de la fuerza resultante actúa a través del centro de curvatura de la superficie curva. Esto es así porque cada uno de los vectores de fuerza individual debido a la presión del fluido actúa perpendicularmente a la frontera, que está, entonces, a lo largo del radio de curvatura. En la figura 4.14 se muestran los vectores de fuerza resultantes.

4.8.1
Componente horizontal

La pared sólida vertical que se encuentra a la izquierda ejerce fuerzas horizontales sobre el fluido que está en contacto con ella, como reacción a las fuerzas debidas a la presión del fluido. Esta parte del sistema se comporta de la misma manera que las paredes verticales estudiadas anteriormente. La fuerza resultante, F_1, actúa a una distancia $d/3$ del pie de la pared.

La fuerza F_{2a} que actúa sobre el lado derecho de la parte superior a una profundidad d es igual a F_1 en magnitud, pero actúa en dirección opuesta. Entonces no tienen efecto sobre la superficie curva.

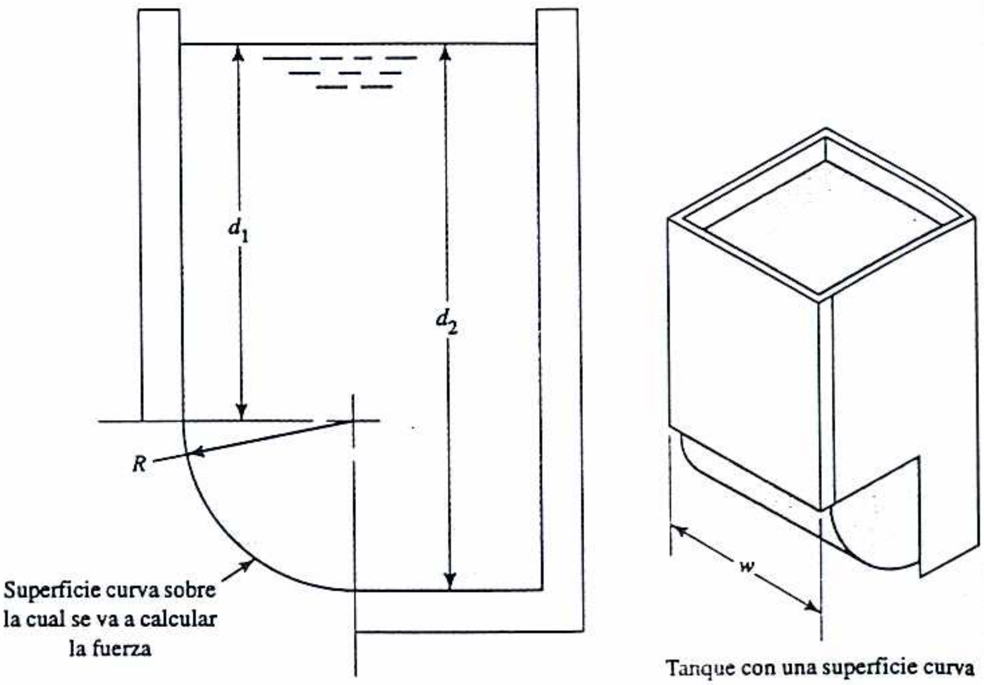

d_1
d_2
R
Superficie curva sobre la cual se va a calcular la fuerza
w
Tanque con una superficie curva

FIGURA 4.13 Tanque con una superficie curva que contiene un fluido estático.

Sumando fuerzas en la dirección horizontal, se puede ver que F_H debe ser igual a F_{2b} que actúa sobre la parte inferior del lado derecho. El área sobre la que F_{2b} actúa es la *proyección* de la superficie curva en un plano vertical.

La magnitud de F_{2b} y su posición se pueden encontrar utilizando los procedimientos desarrollados para las superficies planas. Esto es,

$$F_{2b} = \gamma d_c A \tag{4–16}$$

en la que d_c es la profundidad a la que se encuentra el centroide del área proyectada. Para el tipo de superficie que se muestra en la figura 4.14, el área proyectada es un rectángulo. Haciendo s la altura del rectángulo, se puede ver que $d_c = d + s/2$. Tenemos también que el área es sw, en la que w es el ancho de la superficie curva. Entonces,

$$F_{2b} = F_H = \gamma sw(d + s/2) \tag{4–17}$$

La localización de F_{2b} es el centro de presión del área proyectada. De nuevo, utilizando los principios desarrollados con anterioridad, obtenemos:

$$d_p - d_c = I_c/(d_c A)$$

Pero, para el área rectangular proyectada,

$$I_c = ws^3/12$$
$$A = sw$$

Entonces:

$$d_p - d_c = \frac{ws^3}{12(d_c)(sw)} = \frac{s^2}{12d_c} \tag{4–18}$$

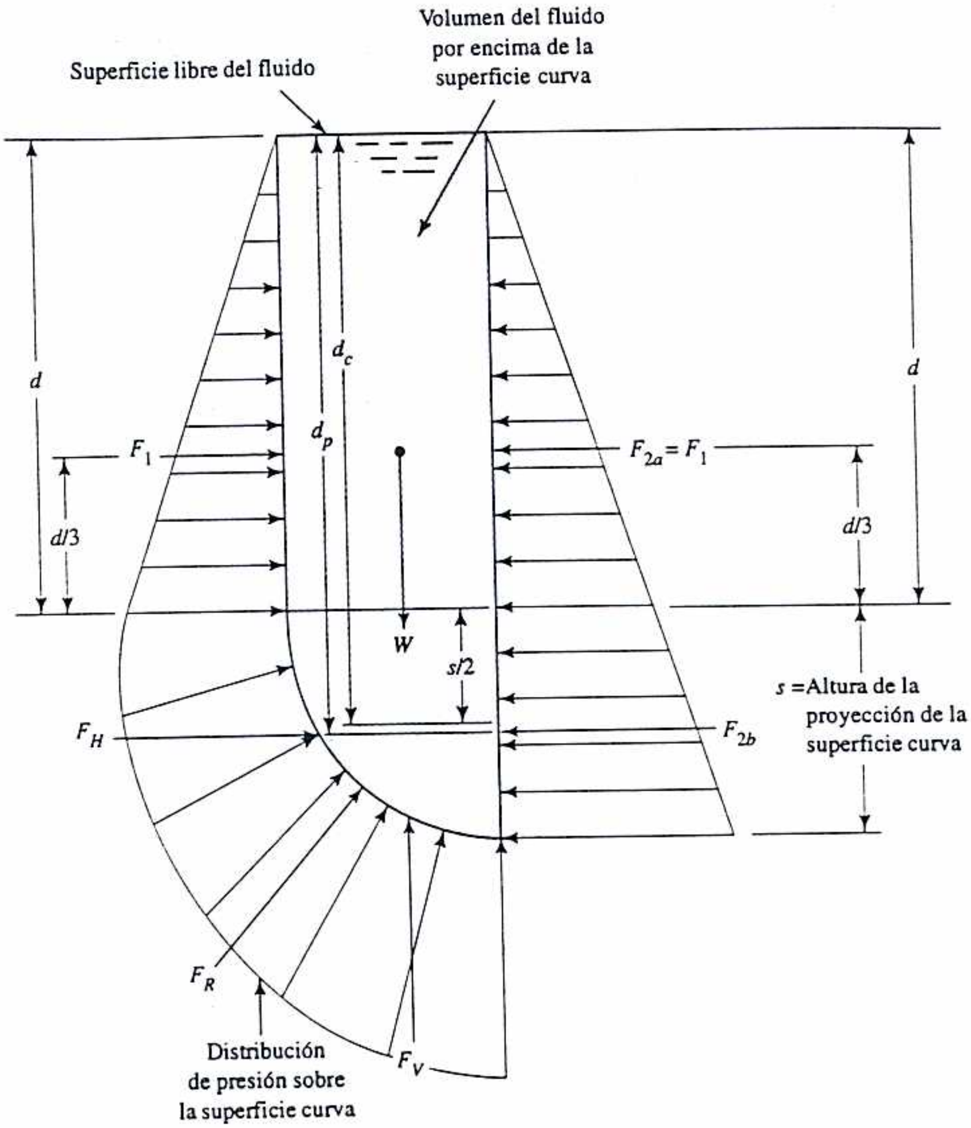

Volumen del fluido por encima de la superficie curva
Superficie libre del fluido
d
d_c
d_p
d
F_1
$F_{2a} = F_1$
$d/3$
$d/3$
W
$s/2$
s =Altura de la proyección de la superficie curva
F_H
F_{2b}
F_R
Distribución de presión sobre la superficie curva
F_V

FIGURA 4.14 Diagrama de cuerpo libre del volumen de fluido que se encuentra por encima de la superficie curva.

4.8.2 Componente vertical

La componente vertical de la fuerza ejercida por la superficie curva sobre el fluido puede encontrarse sumando las fuerzas que actúan en la dirección vertical. Únicamente el peso del fluido actúa hacia abajo, y solamente la componente vertical, F_V, actúa hacia arriba. Entonces, el peso y F_V deben ser iguales entre sí en magnitud. El peso del fluido es simplemente el producto de su peso específico por el volumen del cuerpo de fluido aislado. El volumen es el producto del área de la sección transversal del volumen que se muestra en la figura 4.14, y la longitud de interés, w. Esto es,

$$F_V = \gamma(\text{volumen}) = \gamma A w \tag{4–19}$$

4.8.3 Fuerza resultante

La fuerza total resultante, F_R, es:

$$F_R = \sqrt{F_H^2 + F_V^2} \tag{4–20}$$

La fuerza resultante actúa formando un ángulo ϕ, con respecto de la horizontal, y se le puede calcular por medio de la ecuación:

$$\phi = \tan^{-1}(F_V/F_H) \tag{4–21}$$

4.8.4 Resumen del procedimiento para calcular la fuerza en una superficie curva sumergida

Dada una superficie curva sumergida en un líquido estático parecido al de la configuración que presentamos en la figura 4.13, se puede utilizar el siguiente procedimiento para calcular la magnitud, dirección y localización de la fuerza resultante sobre la superficie.

1. Aislar el volumen del fluido que está por encima de la superficie.
2. Calcular el peso del volumen aislado.
3. La magnitud de la componente vertical de la fuerza resultante es igual al peso del volumen aislado. Actúa en línea con el centroide del volumen aislado.
4. Dibuje una proyección de la superficie curva en un plano vertical y determine su altura, representada con s.
5. Calcule la profundidad del centroide del área proyectada con la ecuación:

   $$d_c = d + s/2$$

   En la que d es la profundidad de la parte superior del área proyectada.
6. Calcule la magnitud de la componente horizontal de la fuerza resultante, a partir de:

   $$F_H = \gamma sw(d + s/2) = \gamma swd_c$$

7. Calcule la profundidad de la línea de acción de la componente horizontal con la ecuación:

   $$d_p = d_c + s^2/(12\, d_c)$$

8. Calcule la fuerza resultante con la ecuación:

   $$F_R = \sqrt{F_V^2 + F_H^2}$$

9. Calcule el ángulo de inclinación de la fuerza resultante con respecto de la horizontal, utilice la ecuación:

   $$\phi = \tan^{-1}(F_V/F_H)$$

10. Muestre la fuerza resultante que actúa sobre la superficie curva en la dirección de tal forma que su línea de acción pase por el centro de curvatura de la superficie.

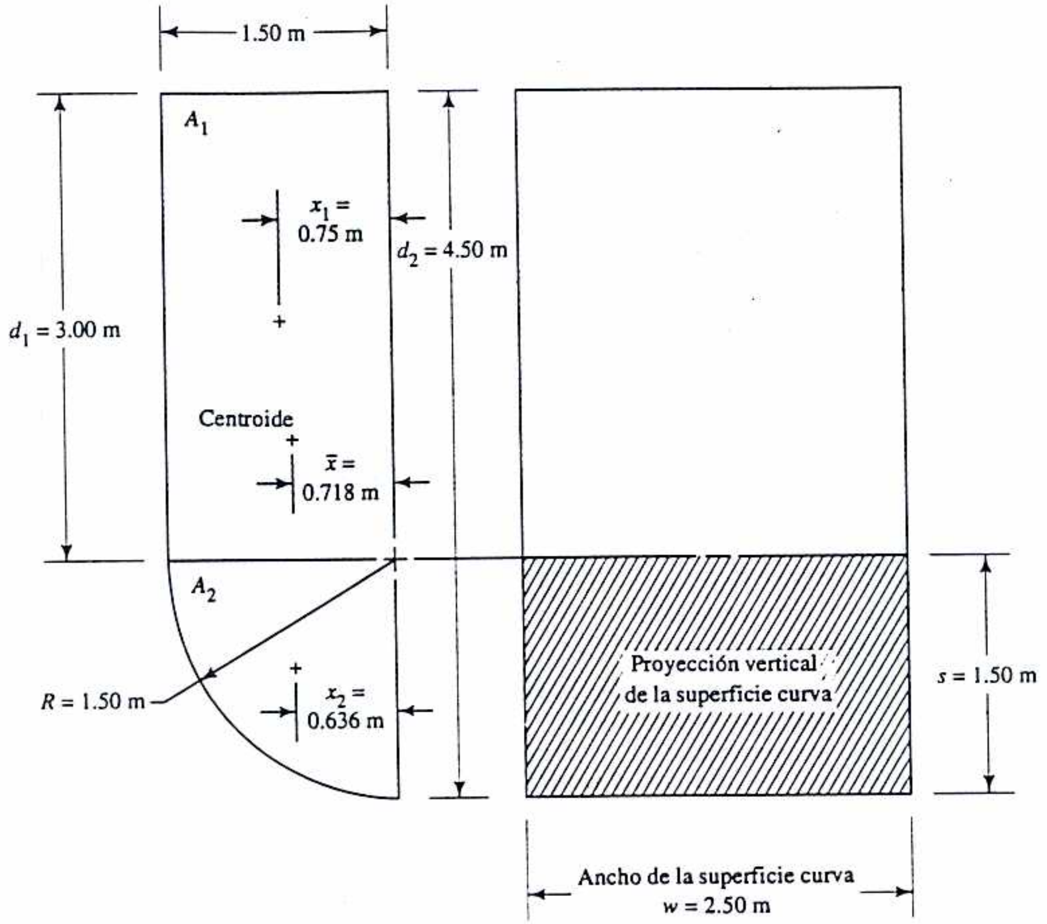
☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 4.8** Para el tanque que se muestra en la figura 4.13, tenemos las siguientes dimensiones:

$$d_1 = 3.00 \text{ m}$$
$$d_2 = 4.50 \text{ m}$$
$$w = 2.50 \text{ m}$$
$$\gamma = 9.81 \text{ kN/m}^3 \quad \text{(agua)}$$

Calcule las componentes horizontal y vertical de la fuerza resultante sobre la superficie curva, así como la fuerza resultante misma. Muestre estos tres vectores de fuerza en un diagrama.

Solución Utilizando los pasos delineados anteriormente:

1. El volumen que se encuentra por encima de la superficie curva se muestra en la figura 4.15.



(a) Vista lateral (b) Vista posterior

FIGURA 4.15 Volumen aislado por encima de la superficie curva del ejemplo ilustrativo 4.8.

2. El peso del volumen aislado es el producto del peso específico del agua por el volumen. El volumen es el producto del área por la longitud w.

$$\text{Área} = A_1 + A_2 = d_1 \cdot R + \tfrac{1}{4}(\pi R^2)$$
$$\text{Área} = (3.00\ \text{m})(1.50\ \text{m}) + \tfrac{1}{4}[\pi(1.50\ \text{m})^2] = 4.50\ \text{m}^2 + 1.767\ \text{m}^2$$
$$\text{Área} = 6.267\ \text{m}^2$$
$$\text{Volumen} = \text{área} \cdot w = (6.267\ \text{m}^2)(2.50\ \text{m}) = 15.67\ \text{m}^3$$
$$\text{Peso} = \gamma V = (9.81\ \text{kN/m}^3)(15.67\ \text{m}^3) = 153.7\ \text{kN}$$

3. Entonces, $F_V = 153.7$ kN, y actúa hacia arriba a través del centroide del volumen. La localización del centroide se encuentra utilizando la técnica del área compuesta. Re-

mítase a la figura 4.15 para los datos. Cada valor deberá ser evidente, excepto el de x_2, la localización del centroide del cuadrante. Del apéndice L,

$$x_2 = 0.424R = 0.424(1.50 \text{ m}) = 0.636 \text{ m}$$

Entonces la localización del centroide del área compuesta es

$$\bar{x} = \frac{A_1x_1 + A_2x_2}{A_1 + A_2} = \frac{(4.50)(0.75) + (1.767)(0.636)}{4.50 + 1.767} = 0.718 \text{ m}$$

4. La proyección vertical de la superficie curva se muestra en la figura 4.15. La altura, s, es igual a 1.50 m.
5. La profundidad del centroide del área proyectada es

$$d_c = d_1 + s/2 = 3.00 \text{ m} + (1.50 \text{ m})/2 = 3.75 \text{ m}$$

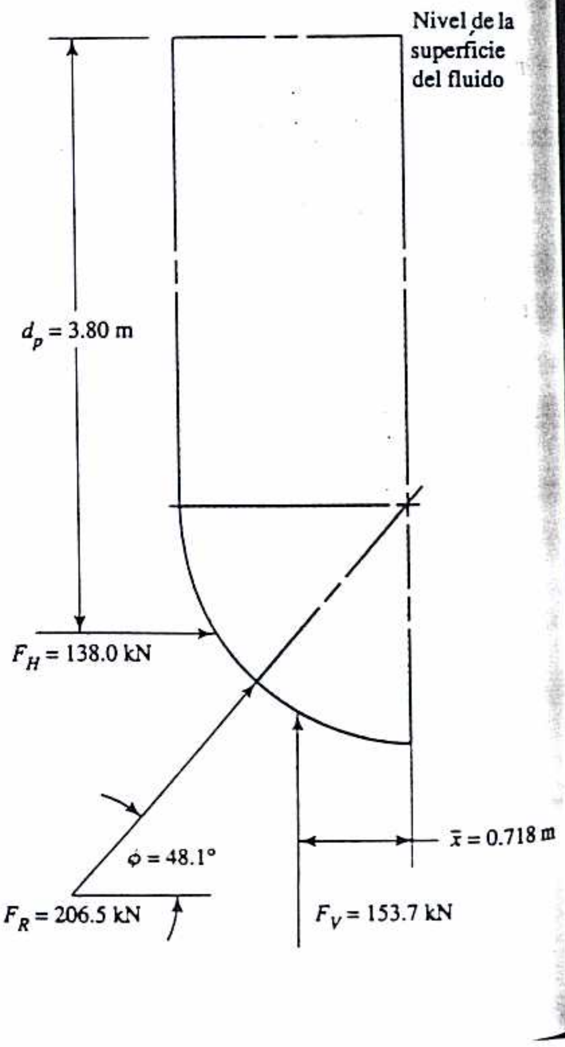
6. La magnitud de la fuerza horizontal es

$$F_H = \gamma sw(d_1 + s/2) = \gamma swd_c$$
$$F_H = (9.81 \text{ kN/m}^3)(1.50 \text{ m})(2.50 \text{ m})(3.75 \text{ m}) = 138.0 \text{ kN}$$

7. Calcule la profundidad de la línea de acción de la componente horizontal con la ecuación

$$d_p = d_c + s^2/(12d_c)$$
$$d_p = 3.75 \text{ m} + (1.50)^2/[(12)(3.75)] = 3.80 \text{ m}$$

FIGURA 4.16 Resultados para el ejemplo ilustrativo 4.8.



8. La fuerza resultante se calcula con la ecuación:

$$F_R = \sqrt{F_V^2 + F_H^2}$$
$$F_R = \sqrt{(153.7\ \text{kN})^2 + (138.0\ \text{kN})^2} = 206.5\ \text{kN}$$

9. El ángulo de inclinación de la fuerza resultante con respecto de la horizontal se calcula con la ecuación:

$$\phi = \tan^{-1}(F_V/F_H)$$
$$\phi = \tan^{-1}(153.7/138.0) = 48.1°$$

10. La componente horizontal, la componente vertical y la fuerza resultante se muestran en la figura 4.16. Observe que la línea de acción de F_R pasa por el centro de curvatura de la superficie. Observe también que la componente vertical está actuando a través del centroide del volumen de líquido que se encuentra por encima de la superficie. La componente horizontal está actuando a través del centro de presión del área proyectada a una profundidad d_p con respecto del nivel de la superficie libre del fluido.

4.9 EFECTO DE UNA PRESIÓN SOBRE LA SUPERFICIE DEL FLUIDO

En el análisis anterior sobre la fuerza en una superficie curva sumergida, la magnitud de la fuerza resultó directamente dependiente de la profundidad del fluido estático que se encuentra por encima de la superficie de interés. Si existe una presión adicional por encima del fluido o si el fluido mismo está presurizado, el efecto consiste en agregar a la profundidad real una profundidad de fluido, d_a, equivalente a p/γ. Éste es el mismo procedimiento, conocido como *cabeza piezométrica*, que utilizamos en la Sección 4.7. La nueva profundidad equivalente se usa para calcular tanto la fuerza vertical como la horizontal.

4.10 FUERZAS SOBRE UNA SUPERFICIE CURVA CON FLUIDO POR DEBAJO DE ELLA

Hasta este punto, en los problemas se han considerado superficies curvas que soportan un fluido que está encima de ellas. Un concepto importante que se presentó para resolver tales problemas es que la fuerza vertical sobre la superficie curva es igual al peso del fluido que está por encima de la superficie.

Ahora bien, considere el tipo de superficie curva que se muestra en la figura 4.17, en la cual el fluido está contenido por debajo de ella. La presión del fluido sobre dicha superficie hace que las fuerzas tiendan a empujarla hacia arriba y hacia la derecha. La superficie y sus conexiones, entonces, deberán ejercer fuerzas de reacción hacia abajo y hacia la izquierda sobre el fluido contenido.

La presión en el fluido en cualquier punto depende de la profundidad del fluido en ese punto, a partir de la superficie libre. Esta situación es equivalente a tener la superficie curva soportando un volumen de líquido *por encima* de ella, excepto por la dirección de los vectores de fuerza. En la figura 4.18 se muestra que se puede visualizar un volumen imaginario de fluido que se extiende desde la superficie de interés al nivel de la superficie libre o a la línea piezométrica si el fluido está bajo una presión adicional. Entonces, como antes, la componente horizontal de la fuerza ejercida por la superficie curva sobre el fluido es la fuerza sobre la proyección de la superficie curva sobre un plano vertical. La componente vertical es igual al peso del volumen imaginario de fluido que se encuentra por encima de la superficie.

FIGURA 4.17 Superficie curva que contiene un fluido por debajo de ella.

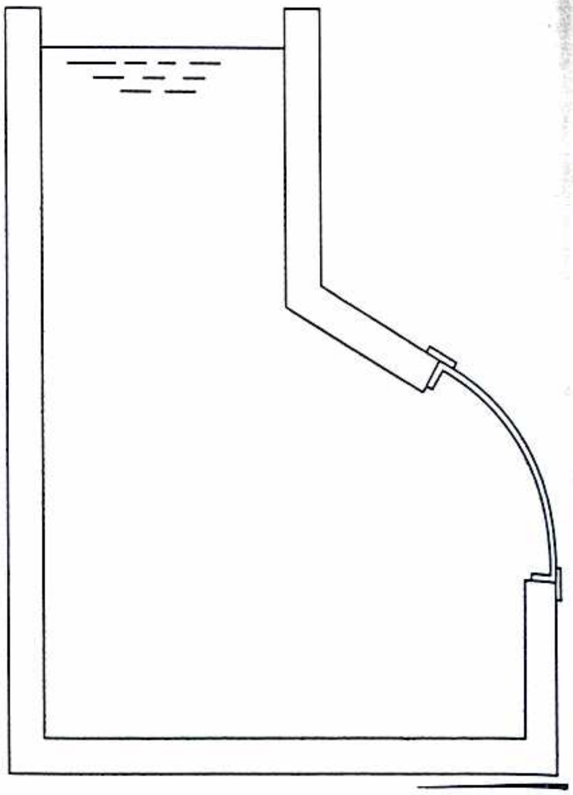


FIGURA 4.18 Fuerzas ejercidas por una superficie curva sobre el fluido.

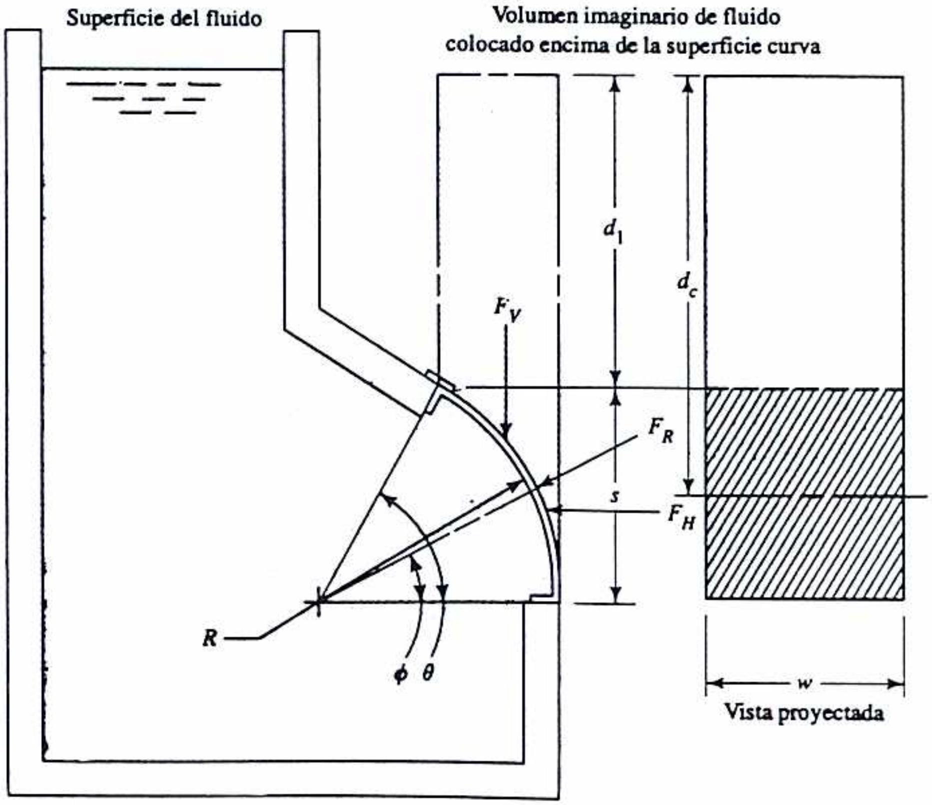
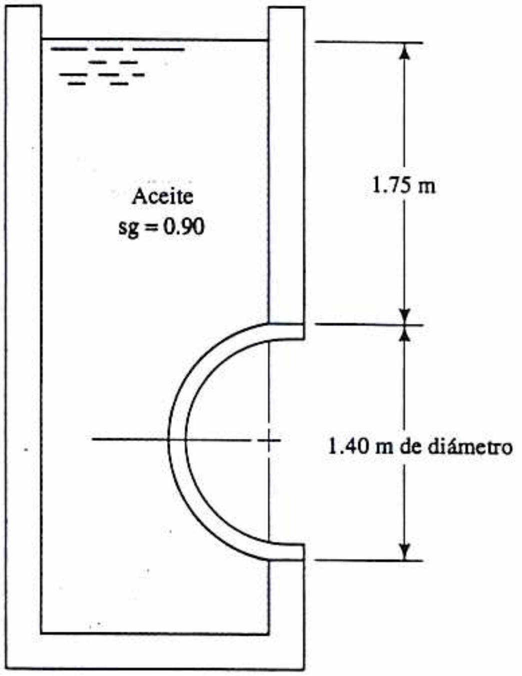


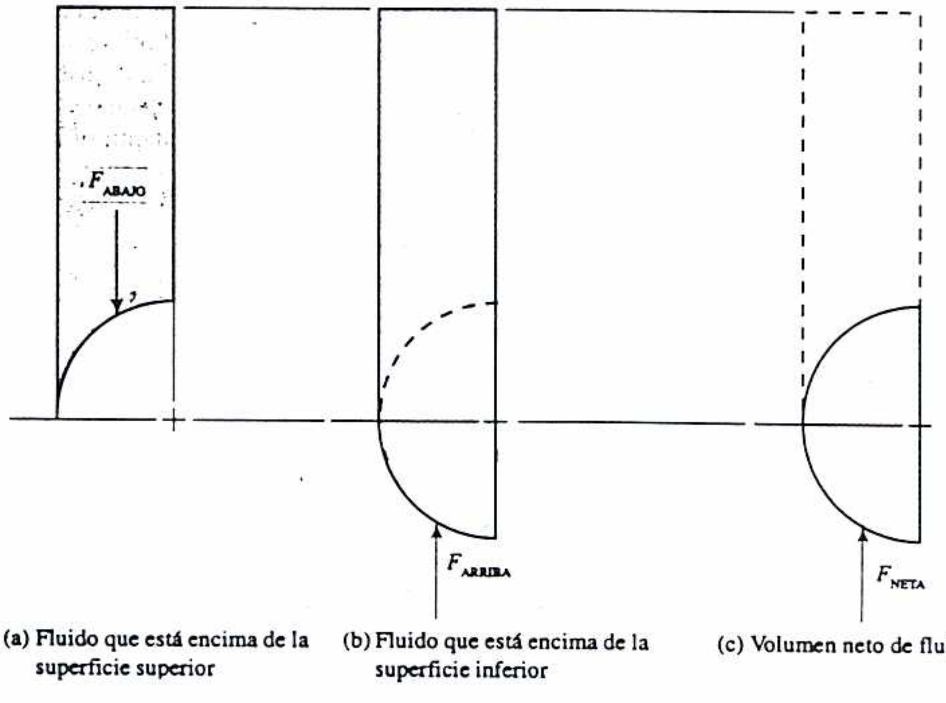
FIGURA 4.19 Compuerta semicilíndrica.



4.11 FUERZAS SOBRE SUPERFICIES CURVAS CON FLUIDO POR ENCIMA Y POR ABAJO DE ELLAS

En la figura 4.19 se muestra una compuerta semicilíndrica que se proyecta dentro de un tanque que contiene aceite. La fuerza debida a la presión del fluido tendrá una componente horizontal que actúa hacia la derecha de la compuerta. Esta fuerza actúa sobre la proyección de la superficie sobre un plano vertical y se le calcula de la misma manera en que se hizo en la Sección 4.8.

FIGURA 4.20 Volúmenes utilizados para calcular la fuerza vertical neta sobre la compuerta.



(a) Fluido que está encima de la superficie superior

(b) Fluido que está encima de la superficie inferior

(c) Volumen neto de fluido

En la dirección vertical, la fuerza que se ejerce sobre la parte superior de la compuerta actuaría hacia abajo y sería igual al peso del aceite que se encuentra encima de ella. Sin embargo, existe también una fuerza que actúa hacia arriba sobre la superficie del fondo de la compuerta, y es igual al peso total del fluido, tanto real como imaginario, que está encima de la superficie. La fuerza vertical neta es la diferencia entre las dos fuerzas, igual al peso del volumen semicilíndrico de fluido desplazado por la compuerta misma (véase figura 4.20).

PROBLEMAS DE PRÁCTICA

Fuerzas debidas a presión de gas

4.1E En la figura 4.21 se muestra un tanque de vacío que tiene una ventana de observación circular plana en uno de sus extremos. Si la presión en el tanque es de 12 lb/pulg² absoluta cuando el barómetro indica 30.5 pulgadas de mercurio, calcule la fuerza total sobre la ventana.

4.2E El extremo izquierdo plano del tanque que se muestra en la figura 4.21 está asegurado con una abrazadera atornillada. Si el diámetro interior del tanque es de 30 pulgadas y la presión interna se eleva a +14.4 12 lb/pulg² relativa, calcule la fuerza total que deben resistir los tornillos de la abrazadera.

4.3E Un sistema de evacuación de gases de un cuarto crea un vacío parcial dentro de éste de 1.20 pulgadas de agua con respecto de la presión atmosférica fuera del cuarto. Calcule la fuerza neta ejercida sobre una puerta de 36 por 80 pulgadas situada en una pared del cuarto.

4.4E Una pieza de tubo de 14 pulgadas, calibre 40, se utiliza como recipiente de presión al sellar sus extremos. Calcule la fuerza sobre las tapas si la presión en el tubo se eleva a 325 lb/pulg² relativa. Consulte el apéndice F para obtener las dimensiones del tubo.

4.5M *Una válvula de alivio de presión está diseñada de manera tal que la presión de gas en el tanque actúa sobre un pistón que tiene un diámetro de 30 mm. ¿Qué fuerza de resorte se debe aplicar a la parte externa del pistón para mantener la válvula cerrada bajo una presión de 3.50 MPa?*

4.6M *Un cañón accionado con gas dispara proyectiles al introducir gas de nitrógeno a 20.5 MPa dentro de un cilindro que tiene un diámetro interior de 50 mm. Calcule la fuerza ejercida sobre el proyectil.*

4.7M *La puerta de salida de una nave espacial tripulada está diseñada de modo que la presión interna de la cabina aplique una fuerza que ayude a mantener el sello. Si la presión interna es de 34.4 kPa(abs) y la presión externa es el vacío perfecto, calcule la fuerza sobre una puerta cuadrada de 800 mm de lado.*

Fuerzas sobre superficies horizontales planas bajo líquidos

4.8E Un tanque que contiene amoniaco líquido a 77 °F tiene un fondo horizontal plano. En el mismo fondo está instalada una puerta rectangular, 24 pulg por 18 pulg, de acceso para la limpieza del tanque. Calcule la fuerza sobre la puerta si la profundidad del amoniaco es de 12.3 pies.

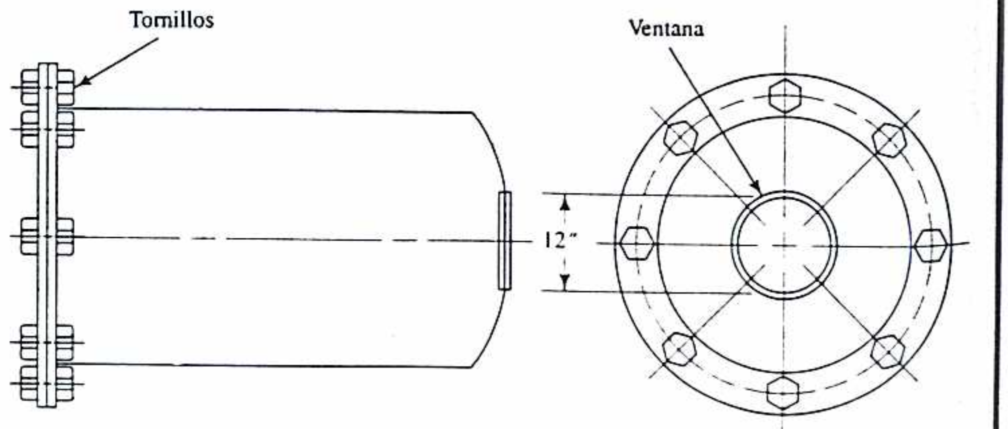


FIGURA 4.21 Tanque para los problemas 4.1 y 4.2.

4.9E El fondo de una tina de laboratorio tiene un hoyo en ella para permitir que salga el mercurio que contiene. El hoyo está sellado con un tapón de goma metido a presión y mantenido en su sitio mediante fricción. ¿Qué fuerza tiende a empujar al tapón, de 0.75 pulgadas de diámetro, fuera del hoyo si la profundidad del mercurio es de 28.0 pulg?

4.10M *Una regadera sencilla, diseñada para lugares remotos, está hecha con un tanque cilíndrico de 500 mm de diámetro y 1.800 m de altura, como se muestra en la figura 4.22. El agua fluye a través de una válvula colocada en el fondo en una abertura de 75 mm de diámetro. El batidor de la válvula debe empujarse hacia arriba para abrir la válvula. ¿Qué fuerza se requiere para abrir la válvula?*

4.11M *Calcule la fuerza total que se ejerce sobre el fondo del tanque cerrado de la figura 4.23, si la presión del aire es de 52 kPa(gage).*

4.12M *Si la longitud del tanque de la figura 4.24 es de 1.2 m, calcule la fuerza total sobre el fondo del tanque.*

4.13M *Un portillo de observación de un pequeño submarino está localizado en una superficie horizontal del vehículo. La forma del portillo se muestra en la figura 4.25. Calcule la fuerza total que actúa sobre el portillo cuando la presión dentro del submarino es de 100 kPa(abs) y la nave está operando a una profundidad de 175 m en el océano.*

Fuerzas sobre paredes rectangulares

4.14E Una compuerta rectangular está instalada en una pared vertical de un recipiente, como se muestra en la figura 4.26. Calcule la magnitud de la fuerza resultante sobre la compuerta y la localización del centro de presión.

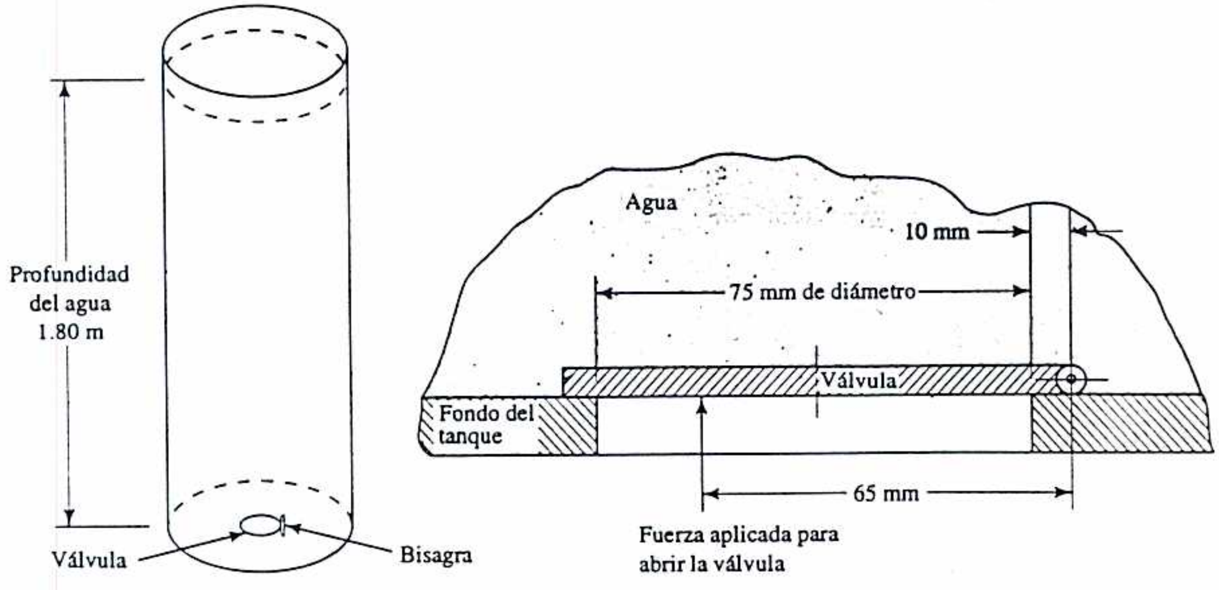
4.15E Una tina tiene un lado en pendiente, como se muestra en la figura 4.27. Calcule la fuerza resultante en este lado si la tina contiene 15.5 pies de glicerina. Calcule, también, la localización del centro de presión y muestre en un diagrama la fuerza resultante.

4.16E La pared que se muestra en la figura 4.28 tiene una longitud de 20 pies. (a) Calcule la fuerza total sobre la pared debida a la presión del agua y localice el centro de presión; (b) calcule el momento debido a esta fuerza en la base de la pared.

4.17M *Si la pared de la figura 4.29 tiene una longitud de 4 m, calcule la fuerza total sobre la pared debida a la presión del aceite. También determine la ubicación del centro de presión y muestre la fuerza resultante sobre la pared.*

Fuerzas sobre áreas planas sumergidas

Para cada uno de los casos que se muestran en las figuras 4.30 a 4.41, calcule la magnitud de la fuerza resultante sobre el área indicada y la localización del centro de presión. Muestre la fuerza resultante sobre el área y señale claramente su localización. Véase la página 104 para los problemas 4.18 a 4.29.



(a) Vista general del tanque regadera y de la válvula

(b) Detalle de la válvula

FIGURA 4.22 Tanque–regadera y válvula para el problema 4.10.

FIGURA 4.23 Problema 4.11.

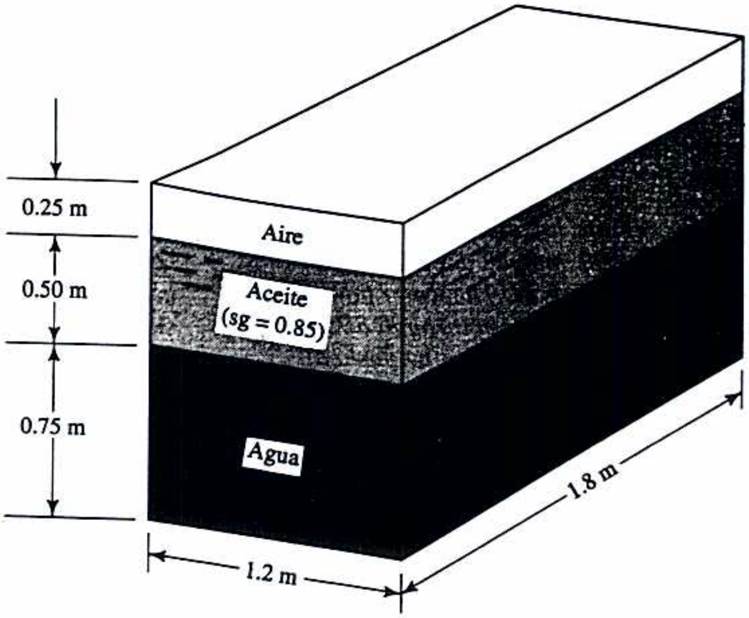


FIGURA 4.24 Problema 4.12.

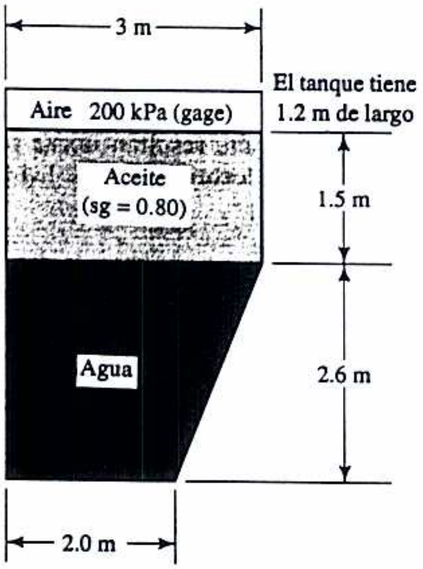


FIGURA 4.25 Portillo para el problema 4.13.

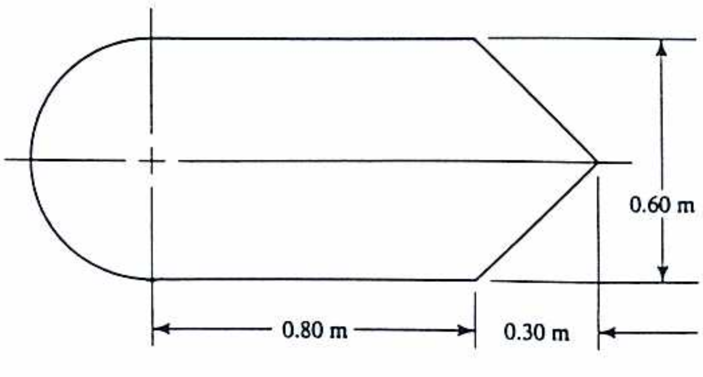


FIGURA 4.
pared de un
blema 4.14.

FIGURA 4.
blema 4.15.

FIGURA

FIGURA 4.26 Compuerta en la pared de un recipiente para el problema 4.14.

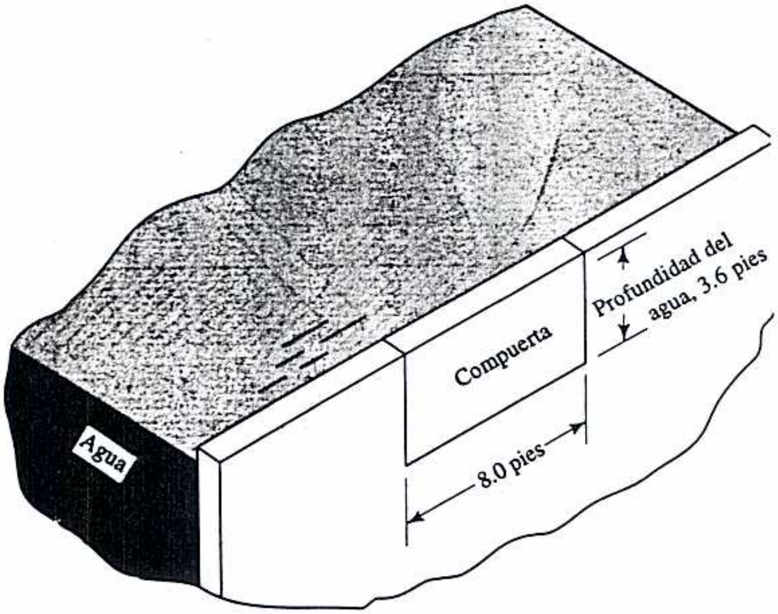


FIGURA 4.27 Tina para el problema 4.15.

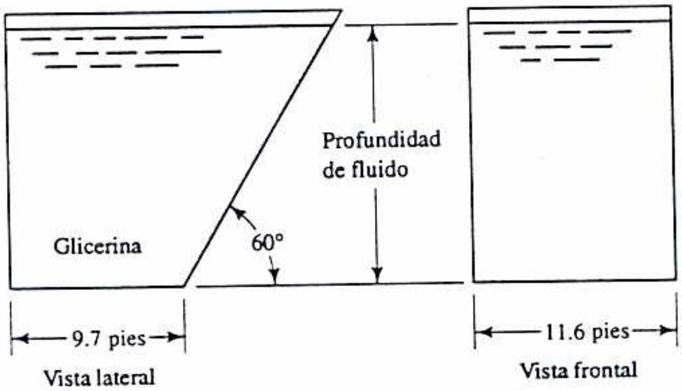


FIGURA 4.28 Problema 4.16.

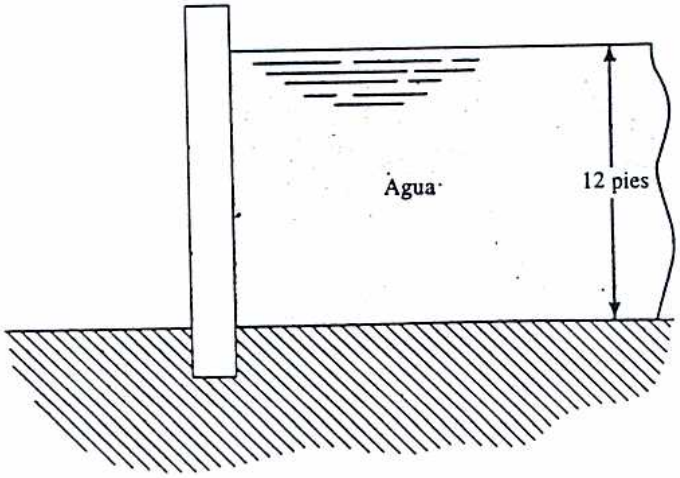


FIGURA 4.29 Problema 4.17.

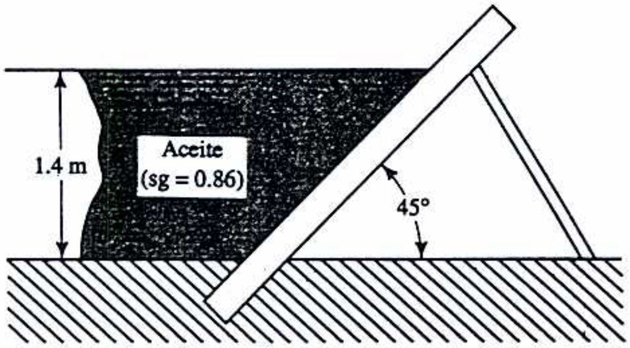
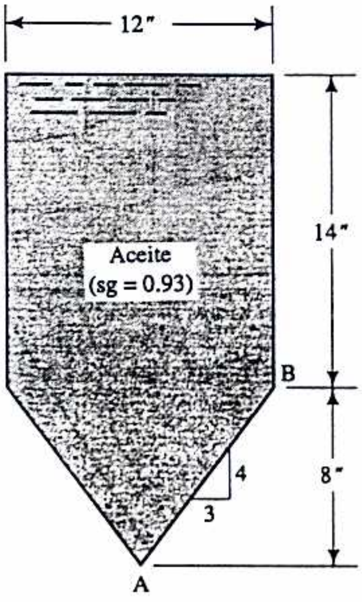
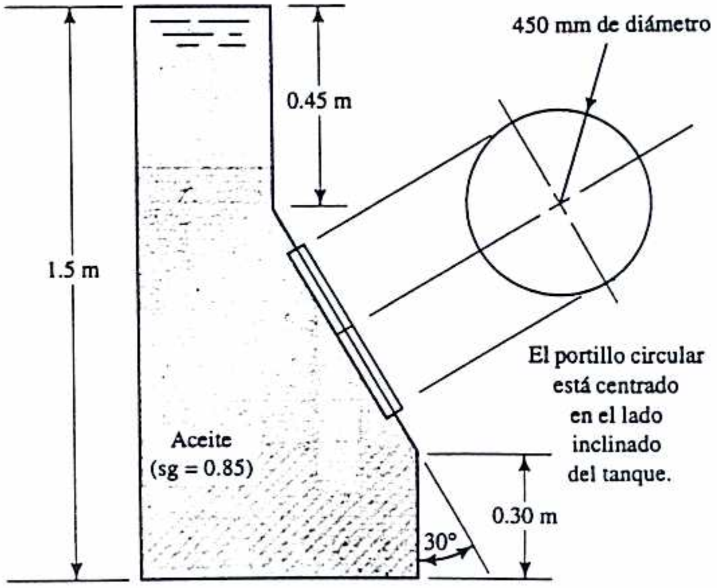


FIGURA 4.30 Problema 4.18.



Recipiente para un sistema hidráulico. Longitud = 3.50 pies. Calcule la fuerza sobre el lado AB.

FIGURA 4.31 Problemas 4.19 y 4.43.



El portillo circular está centrado en el lado inclinado del tanque.

FIGURA 4.32 Problemas 4.20, 4.36, 4.37 y 4.44.

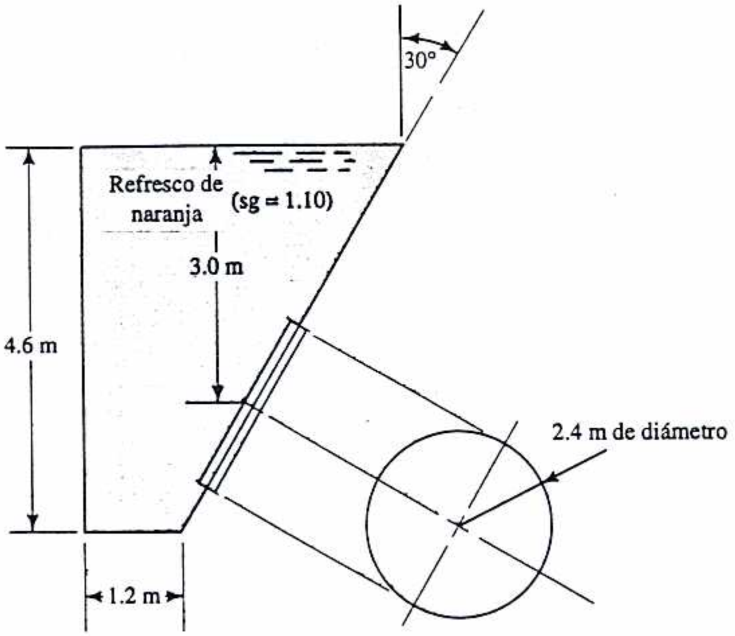


FIGURA 4.33 Problema 4.21.

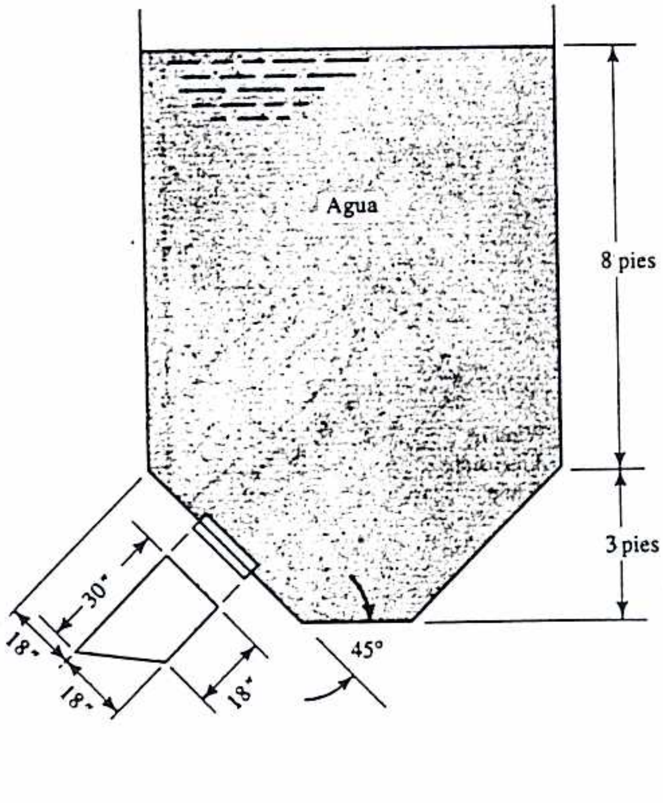
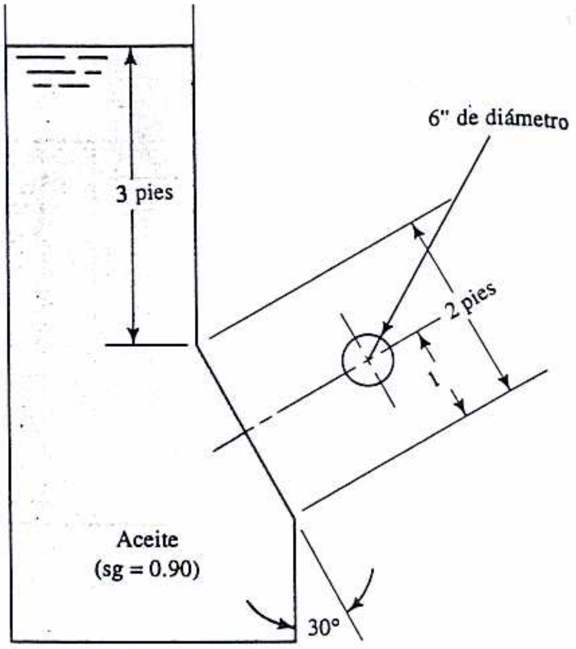


FIGURA 4.34 Problema 4.22.



4.18E *Remítase a la figura 4.30.*

4.19M *Remítase a la figura 4.31.*

4.20M *Remítase a la figura 4.32.*

4.21E *Remítase a la figura 4.33.*

4.22E *Remítase a la figura 4.34.*

4.23M *Remítase a la figura 4.35.*

4.24E *Remítase a la figura 4.36.*

4.25M *Remítase a la figura 4.37.*

4.26E *Remítase a la figura 4.38.*

4.27M *Remítase a la figura 4.39.*

4.28E *Remítase a la figura 4.40.*

4.29E *Remítase al la figura 4.41.*

4.30M *La figura 4.42 muestra un tanque de gasolina lleno hasta el tubo de alimentación. La gasolina tiene una*

FIGURA 4.35 Problemas 4.23, 4.38 y 4.39.

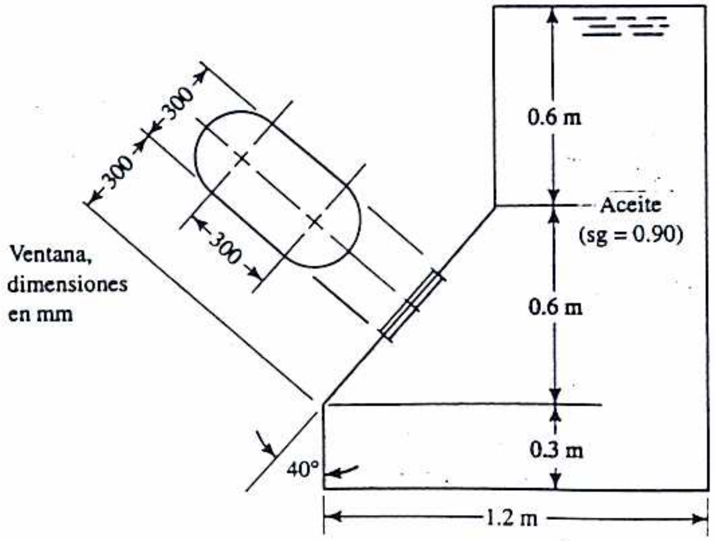
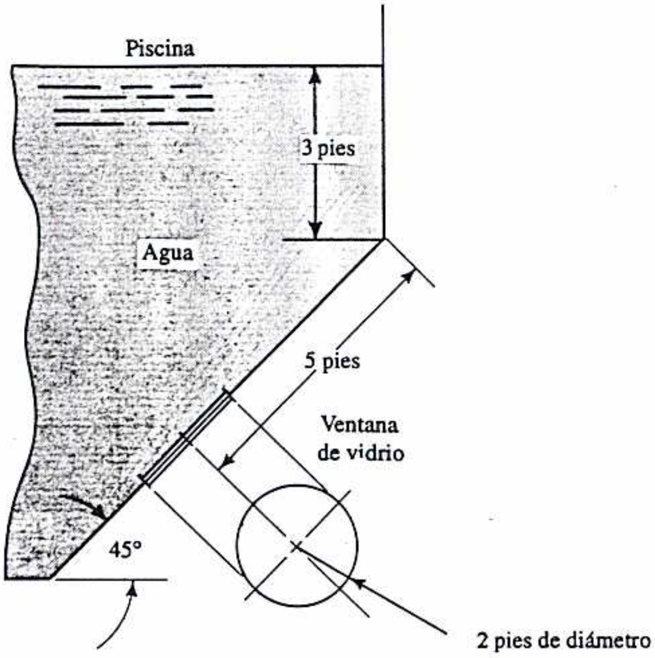


FIGURA 4.36 Problema 4.24.



gravedad específica de 0.67. Calcule la fuerza total sobre cada extremo plano del tanque y determine la localización del centro de presión.

4.31M *Si el tanque de la figura 4.42 está lleno con gasolina justo hasta el fondo del tubo de alimentación (sg = 0.67), calcule la magnitud y localización de la fuerza resultante en el extremo plano.*

4.32M *Si el tanque de la figura 4.42 solamente está lleno hasta la mitad con gasolina (sg = 0.67), calcule la magnitud y localización de la fuerza resultante sobre el extremo plano.*

4.33E Para el tanque de agua que se muestra en la figura 4.43, calcule la magnitud y localización de la fuerza total sobre la pared vertical posterior.

4.34E Para el tanque de agua que se muestra en la figura 4.43, calcule la magnitud y localización de la fuerza total sobre cada una de las paredes verticales de los extremos.

FIGURA 4.37 Problema 4.25.

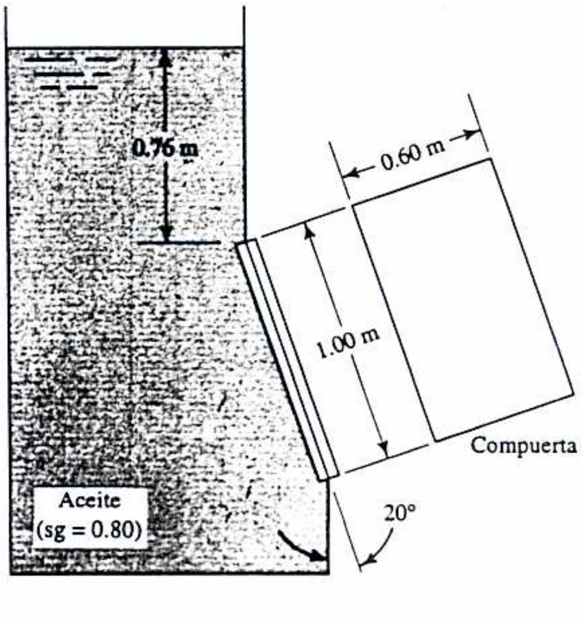
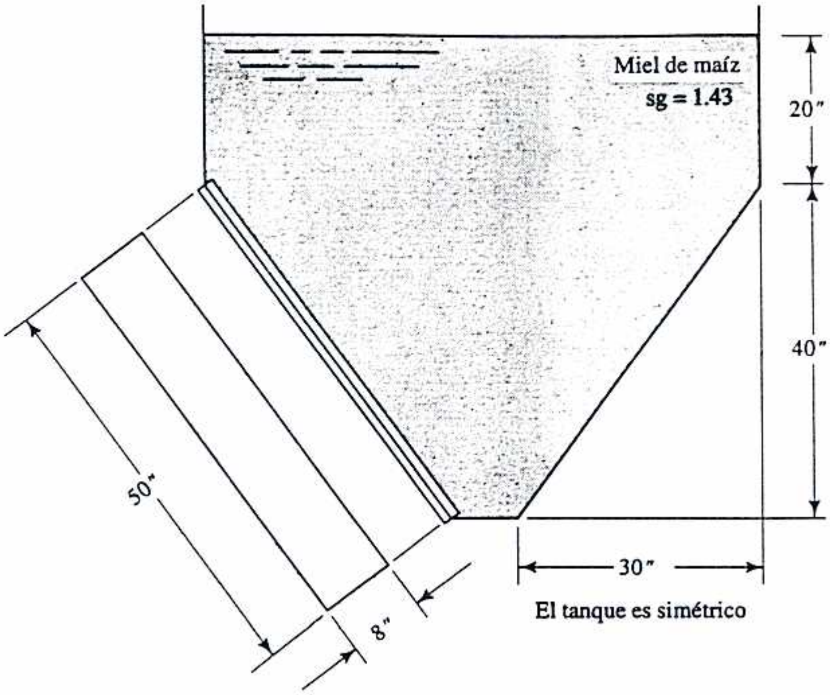


FIGURA 4.38 Problemas 4.26 y 4.45.



4.35E Para el tanque de agua que se muestra en la figura 4.43, calcule la magnitud y localización de la fuerza total sobre la pared inclinada.

4.36M *Para el tanque de refresco de naranja que se muestra en la figura 4.32, calcule la magnitud y localización de la fuerza total sobre cada pared vertical de los extremos. El tanque tiene 3.0 m de longitud.*

4.37M *Para el tanque de refresco de naranja que se muestra en la figura 4.32, calcule la magnitud y localización de la fuerza total sobre la pared vertical del fondo. El tanque tiene 3.0 m de longitud.*

4.38M *Para el tanque que se presenta en la figura 4.35, calcule la magnitud y localización de la fuerza total sobre cada pared vertical de los extremos. El tanque tiene 1.2 m de longitud.*

FIGURA 4.39 Problema 4.27.

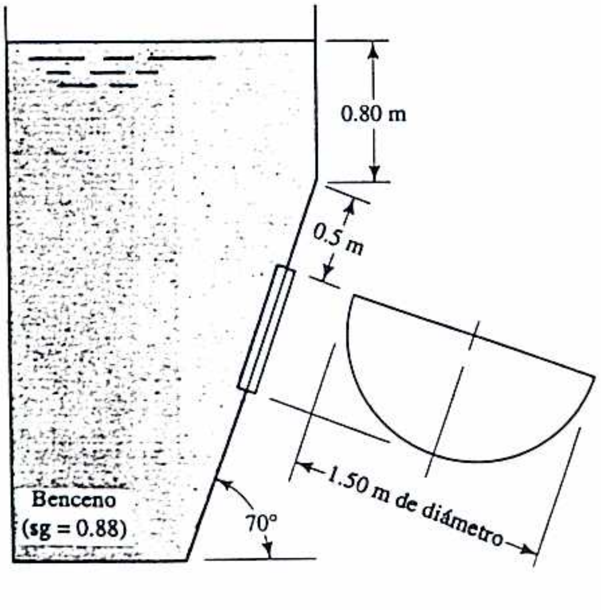
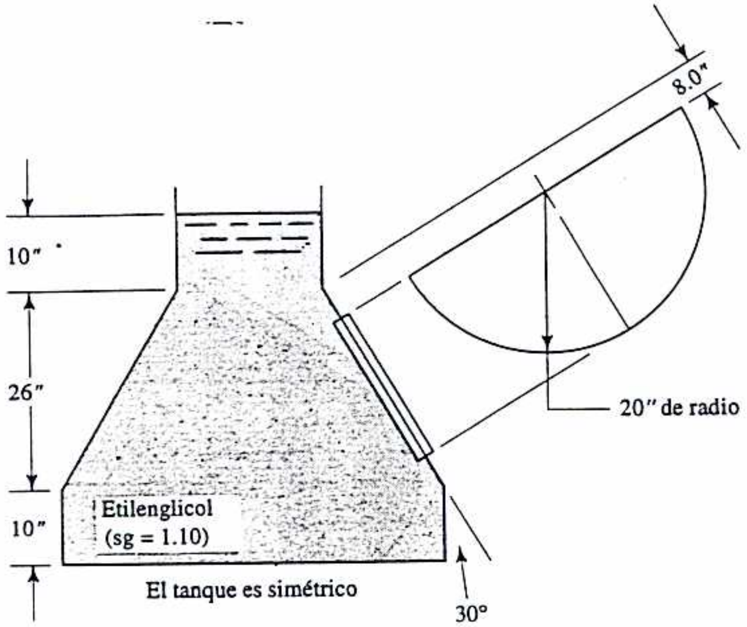


FIGURA 4.40 Problemas 4.28 y 4.46.



4.39M *Para el tanque que se presenta en la figura 4.35, calcule la magnitud y localización de la fuerza total sobre la pared vertical del fondo. El tanque tiene 1.2 m de largo.*

4.40E En la figura 4.44 se muestra una compuerta rectangular con agua detrás de ella. Si el agua tiene una profundidad de 6.00 pies, calcule la magnitud y localización de la fuerza resultante sobre la compuerta. Después, calcule las fuerzas sobre las bisagras que se encuentran en la parte superior y en el fondo.

4.41M *En la figura 4.45 se presenta una compuerta unida mediante bisagras por la parte inferior y mediante un*

FIGURA 4.41 Problema 4.29.

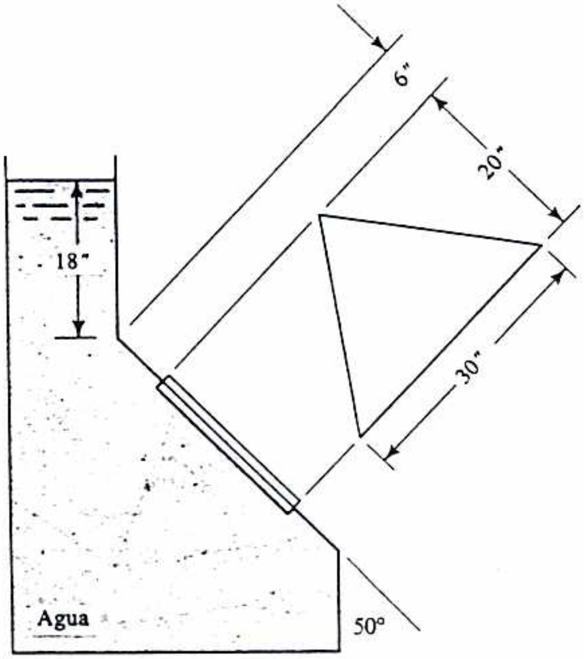
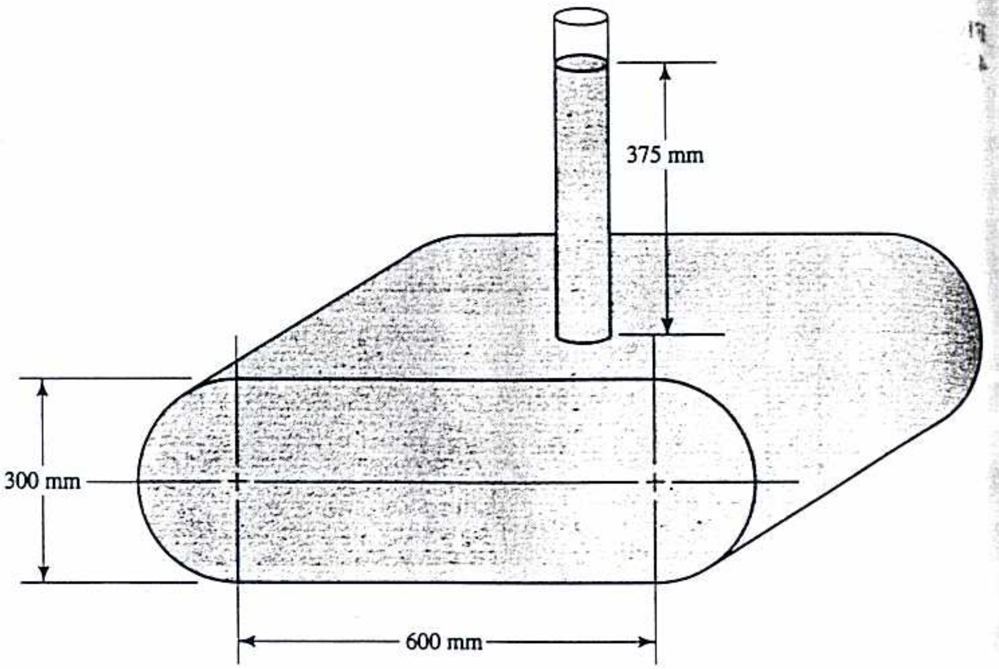


FIGURA 4.42 Problemas 4.30 a 4.32.



apoyo simple en la parte superior. La compuerta separa dos fluidos. Calcule la fuerza neta sobre la compuerta debida al fluido que se encuentra en cada lado. Después calcule la fuerza sobre la bisagra y el apoyo.

4.42E En la figura 4.46 se muestra un tanque de agua en el que hay un tubo circular conectado a la parte del fondo. Una compuerta circular sella la abertura del tubo para evitar que haya flujo. Para drenar el tanque, se abre la compuerta utilizando un torno. Calcule la cantidad de fuerza que debe ejercer el torno para abrir la compuerta.

Cabeza piezométrica

4.43M *Repita el problema 4.19M (figura 4.31), sólo que ahora el tanque está sellado en su parte superior a una presión de 13.8 kPa por encima del aceite.*

FIGURA 4.43 Problemas 4.33 a 4.35.

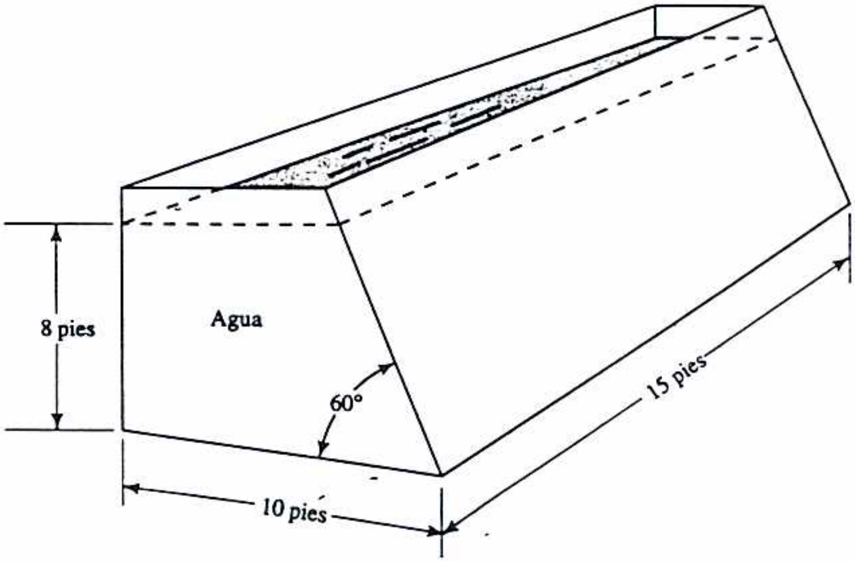
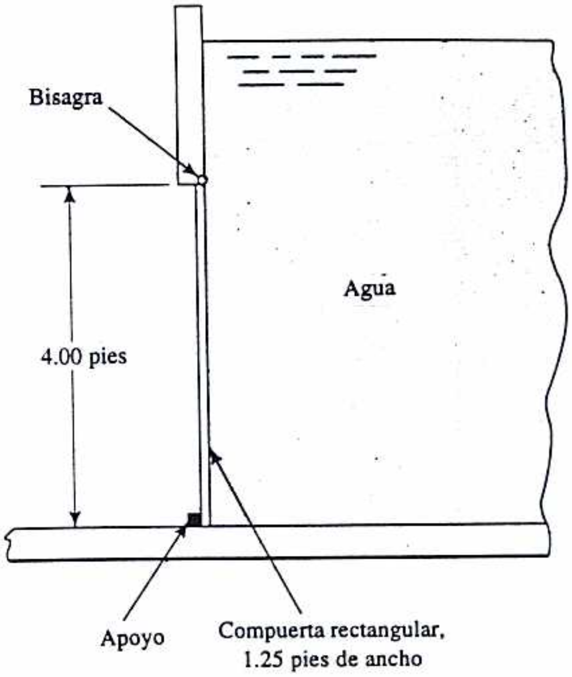


FIGURA 4.44 Problema 4.40.



4.44M *Repita el problema 4.20M (figura 4.32), sólo que ahora el tanque está sellado en su parte superior con una presión de 25.0 kPa por encima del fluido.*

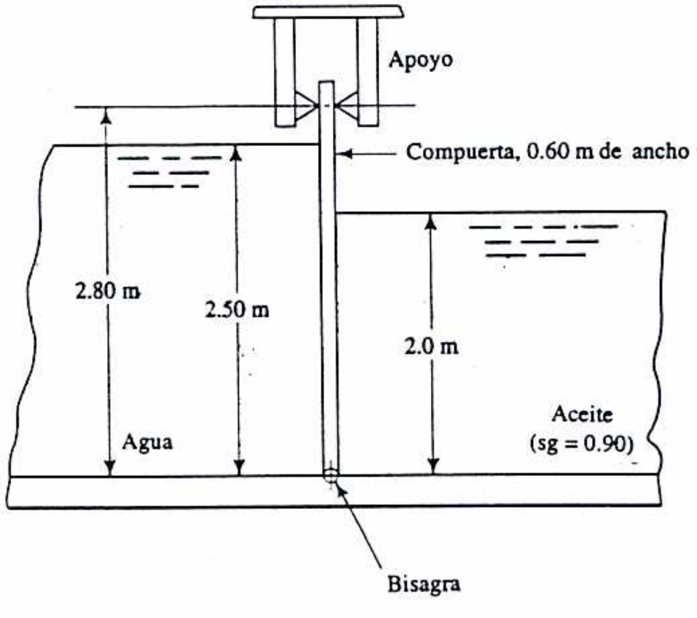
4.45E Repita el problema 4.26E (figura 4.38), sólo que ahora el tanque está sellado en su parte superior con una presión de 2.50 lb/pulg^2 relativa por encima del fluido.

4.46E Repita el problema 4.28E (figura 4.40), sólo que ahora el tanque está sellado en su parte superior con una presión de 4.0 lb/pulg^2 relativa por encima del fluido.

Fuerzas sobre superficies curvas

Nota general para los problemas 4.47 a 4.54. Para cada problema, se muestra una superficie curva que retiene un cuerpo de fluido estático. Calcule la magnitud de la componente hori-

FIGURA 4.45 Problema 4.41.



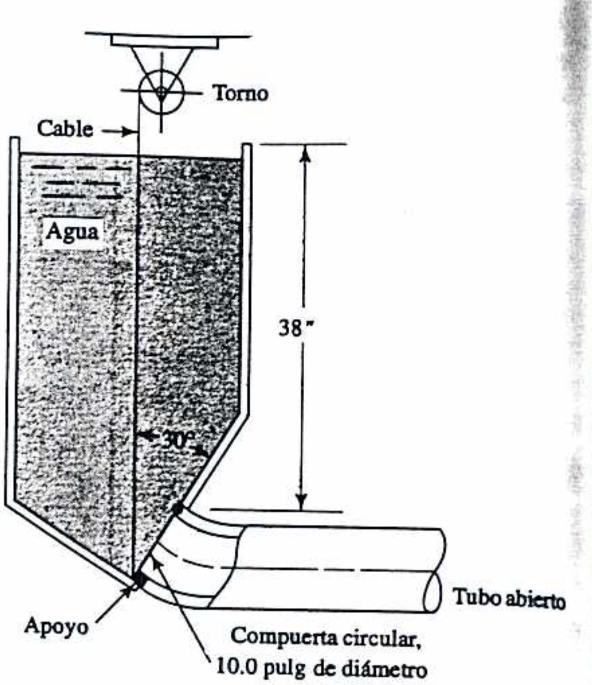


FIGURA 4.46 Problema 4.42.

zontal de la fuerza, y la componente vertical de la fuerza ejercida por el fluido en dicha superficie. Después, calcule la magnitud de la fuerza resultante y su dirección. Muestre la fuerza resultante que actúa sobre la superficie curva. En cada caso, la superficie de interés es una porción de un cilindro cuya longitud de superficie está dada en el planteamiento del problema.

4.47M *Utilice la figura 4.47. La superficie tiene 2.00 m de longitud.*

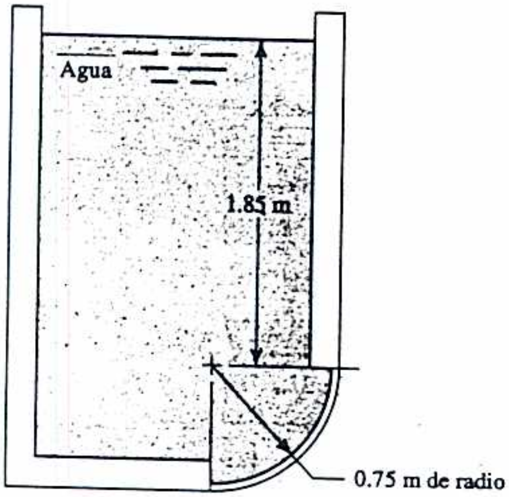


FIGURA 4.47 Problemas 4.47 y 4.55.

4.48M *Utilice la figura 4.48. La superficie tiene 2.50 m de largo.*

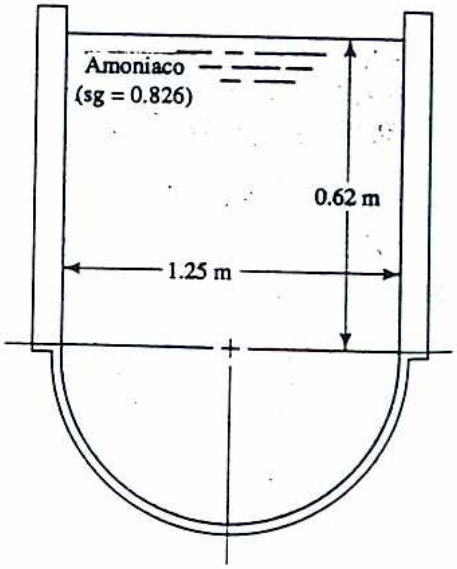


FIGURA 4.48 Problemas 4.48 y 4.56.

4.49E Utilice la figura 4.49. La superficie tiene 5.00 pies de largo.

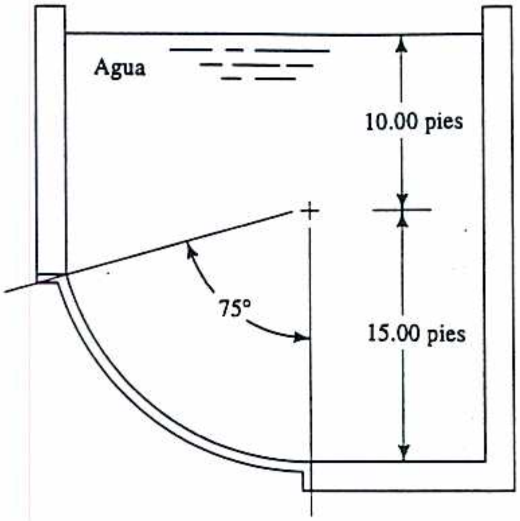


FIGURA 4.49 Problema 4.49.

4.50E Utilice la figura 4.50. La superficie es de 3.50 pies de largo.

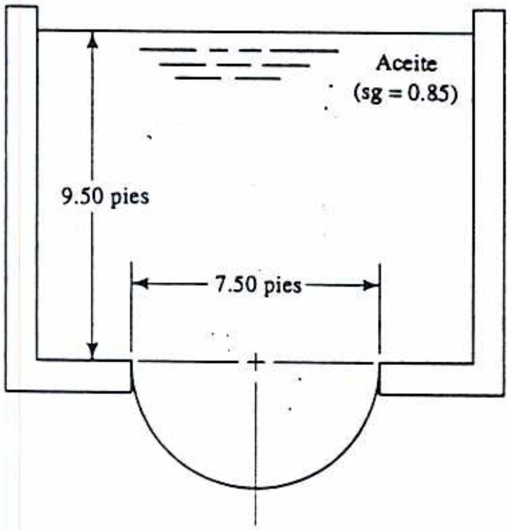


FIGURA 4.50 Problema 4.50.

4.51M *Utilice la figura 4.51. La superficie tiene 4.00 m de largo.*

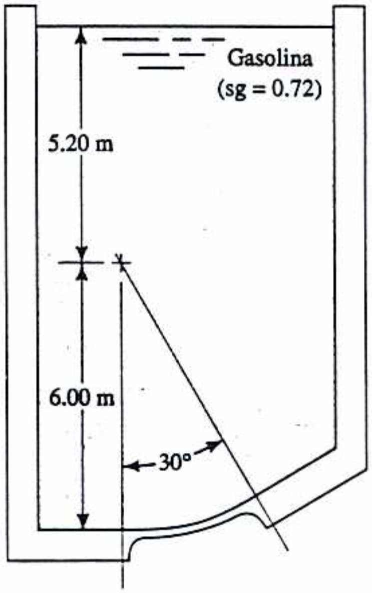


FIGURA 4.51 Problema 4.51.

4.52M *Utilice la figura 4.52. La superficie tiene 1.50 m de largo.*

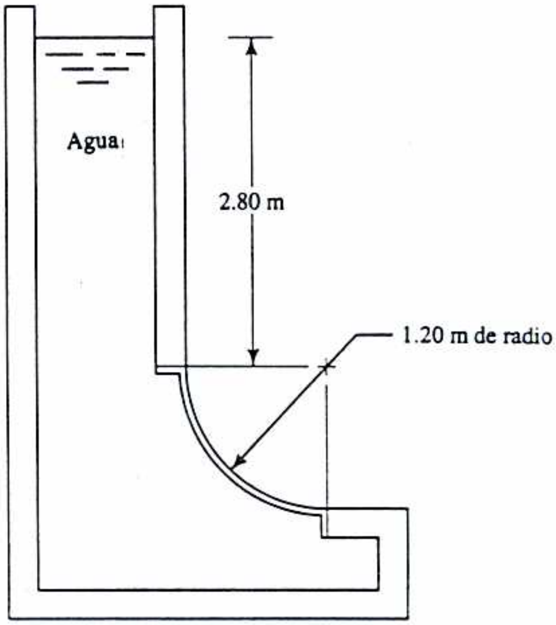


FIGURA 4.52 Problema 4.52.

4.53M *Utilice la figura 4.53. La superficie tiene 1.50 m de largo.*

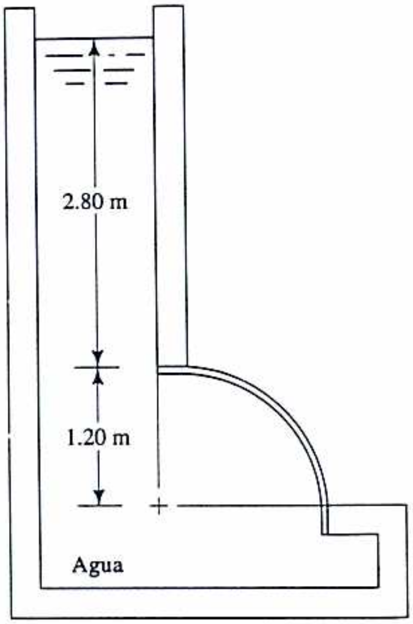


FIGURA 4.53 Problema 4.53.

4.54E Utilice la figura 4.54. La superficie tiene 60 pulg de largo.

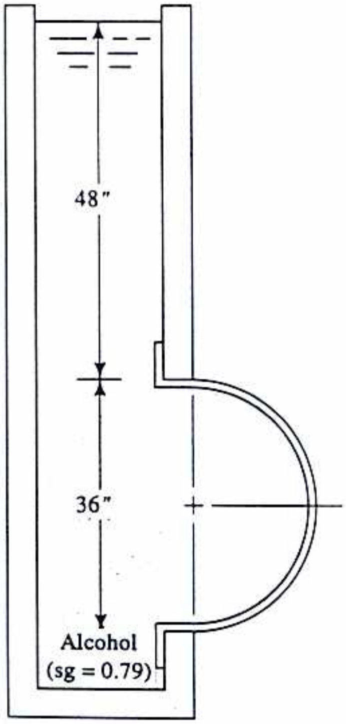
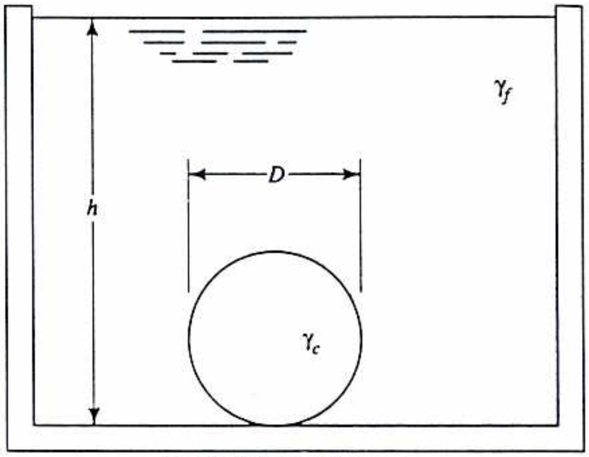


FIGURA 4.54 Problema 4.54.

4.55M *Repita el problema 4.47, utilizando la figura 4.47, sólo que ahora hay 7.50 kPa de presión de aire encima del fluido.*

4.56M *Repita el problema 4.48, utilizando la figura 4.48, sólo que ahora hay 4.65 kPa de presión de aire encima del fluido.*

4.57E En la figura 4.55 se muestra un cilindro sólido que descansa en el fondo de un tanque que contiene un volumen estático de agua. Calcule la fuerza ejercida por el cilindro sobre el fondo del tanque para los datos siguientes: $D = 6.00$ pulg; $L = 10.00$ pulg; $\gamma_c = 0.284$ lb/pulg^3 (acero); $\gamma_f = 62.4$ lb/pie^3 (agua); $h = 30$ pulg.



Longitud del cilindro = L

FIGURA 4.55 Problemas 4.57 a 4.63.

4.58E Repita el problema 4.57, sólo que ahora tome $\gamma_c = 0.100$ lb/pulg^3 (aluminio).

4.59E Repita el problema 4.57, sólo que ahora tome $\gamma_c = 30.00$ lb/pulg^3 (madera).

4.60 Para la situación descrita en el problema 4.57, especifique la relación requerida entre el peso específico del cilindro y el del fluido, de modo que no se ejerza ninguna fuerza sobre el fondo del tanque.

4.61E Repita el problema 4.57 para una profundidad $h = 10.00$ pulg.

4.62E Repita el problema 4.57 para una profundidad $h = 5.00$ pulg.

4.63E Para la situación descrita en el problema 4.57, calcule la fuerza ejercida sobre el fondo del tanque para diferentes profundidades de fluido desde $h = 30$ pulg hasta $h = 0$. Utilice cualquier incremento adecuado para el cambio de profundidad que produzca una curva bien definida de la fuerza contra la profundidad.

TAREAS DE PROGRAMACIÓN EN COMPUTADORA

1. Escriba un programa para resolver el problema 4.41 con cualquier combinación de datos para las variables de la figura 4.45, incluyendo la profundidad en ambos lados de la compuerta y la gravedad específica de los fluidos.
2. Escriba un programa para resolver el problema 4.42 (figura 4.46) con cualquier combinación de datos, incluyendo el tamaño de la compuerta, la profundidad del fluido, la gravedad específica del fluido y el ángulo de inclinación de la compuerta.
3. Escriba un programa para resolver los problemas de superficies curvas del tipo mostrado en las figuras 4.47 a 4.51, para cualquier combinación de variables, incluyendo la profundidad del fluido, el tamaño angular del segmento angular, la gravedad específica del fluido y el radio de la superficie.
4. Escriba un programa para resolver el problema 4.57 con cualquier combinación de datos para las variables mostradas en la figura 4.55.
5. Para el programa 1 de esta sección, haga que la variable *h* varíe en algún intervalo especificado, dando un resultado para cada valor.

5 Flotabilidad y estabilidad

5.1 OBJETIVOS

La flotabilidad es la tendencia de un fluido para ejercer una fuerza de apoyo sobre un cuerpo colocado en él. La *estabilidad* se refiere a la capacidad de un cuerpo de regresar a su posición original después de haber sido inclinado con respecto a un eje horizontal.

En la figura 5.1 se muestran varios dispositivos para los cuales debe hacerse un análisis de flotabilidad y de estabilidad. La boya (a) y el barco (e) deben diseñarse de modo que floten de manera estable. El paquete de instrumentos (b) debería tender a flotar si no se encuentra detenido por el cable de anclado. La campana de inmersión (c) debe estar atada a la grúa del barco para evitar que se hunda. Sin embargo, el submarino (d) tiene la capacidad de quedarse suspendido a cualquier profundidad, hundirse más en el agua o salir a la superficie y flotar.

Después de haber terminado el estudio de este capítulo, usted deberá ser capaz de:

1. Escribir la ecuación para la fuerza boyante.
2. Analizar el caso de cuerpos que flotan en un fluido.
3. Utilizar el principio del equilibrio estático para determinar las fuerzas involucradas en los problemas de flotabilidad.
4. Definir las condiciones que deben cumplirse para que un cuerpo esté estable cuando se encuentre completamente sumergido en un fluido.
5. Definir las condiciones que deben cumplirse para que un cuerpo esté estable cuando se encuentra flotando en un fluido.
6. Definir el término *metacentro* y calcular su localización.

5.2 FLOTABILIDAD

Un cuerpo que se encuentre en un fluido, ya sea flotando o sumergido, es empujado hacia arriba por una fuerza igual al peso del fluido desplazado. La fuerza boyante (o flotante) actúa verticalmente hacia arriba a través del centroide del volumen desplazado y se le puede definir de manera matemática mediante el principio de Arquímedes, según lo presentamos a continuación:

⇨ **FUERZA BOYANTE**

$$F_b = \gamma_f V_d \tag{5–1}$$

en la que

F_b = fuerza boyante
γ_f = peso específico del fluido
V_d = volumen desplazado del fluido

Cuando un cuerpo flota libremente, desplaza un volumen suficiente de fluido para equilibrar justo su propio peso.

El análisis de problemas que tratan sobre flotabilidad requiere la aplicación de la ecuación del equilibrio estático en la dirección vertical, $\Sigma F_v = 0$, suponiendo que

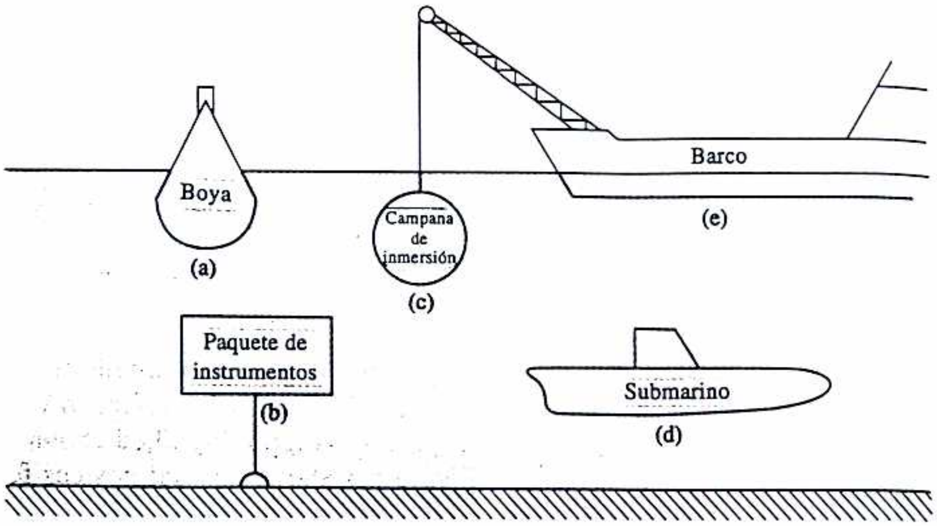


FIGURA 5.1 Ejemplos de tipos de problemas de flotabilidad.

el objeto está en reposo en el fluido. Se recomienda el siguiente procedimiento para resolver todos los problemas, ya sea que impliquen cuerpos flotantes o sumergidos.

PROCEDIMIENTO PARA RESOLVER PROBLEMAS DE FLOTABILIDAD

1. Determine el objetivo de la solución del problema. ¿Tiene que encontrar una fuerza, un peso, un volumen o un peso específico?
2. Dibuje un diagrama de cuerpo libre del objeto que se encuentre en el fluido. Muestre todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en la dirección vertical, incluyendo su peso, la fuerza boyante y las fuerzas externas. Si la dirección de alguna fuerza no se conoce, suponga la dirección más probable y muéstrela en el diagrama.
3. Escriba la ecuación del equilibrio estático en la dirección vertical, $\Sigma F_v = 0$, tomando la dirección positiva hacia arriba.
4. Resuelva la ecuación para la fuerza, peso, volumen o peso específico deseados, tomando en consideración los siguientes conceptos:
   - a. La fuerza boyante se calcula con la ecuación $F_b = \gamma_f V_d$.
   - b. El peso de un objeto sólido es el producto de su volumen total por su peso específico; es decir, $w = \gamma V$.
   - c. Un objeto con un peso específico promedio menor que el del fluido tenderá a flotar, debido a que $w < F_b$ con el objeto sumergido.
   - d. Un objeto con un peso específico promedio mayor que el del fluido tenderá a hundirse, debido a que $w > F_b$ con el objeto sumergido.
   - e. *La flotabilidad neutral* se presenta cuando un cuerpo permanece en una posición dada en dondequiera que esté sumergido en el fluido. Un objeto cuyo peso específico promedio sea igual al del fluido será neutralmente flotante.

EJEMPLOS ILUSTRATIVOS PROGRAMADOS

EJEMPLO ILUSTRATIVO 5.1 Un cubo de 0.50 m de lado está hecho de bronce, con un peso específico de 86.9 kN/m^3. Determine la magnitud y la dirección de la fuerza requerida para mantener el cubo en equilibrio cuando se encuentra completamente sumergido en (a) agua y en (b) mercurio. La gravedad específica del mercurio es de 13.54.

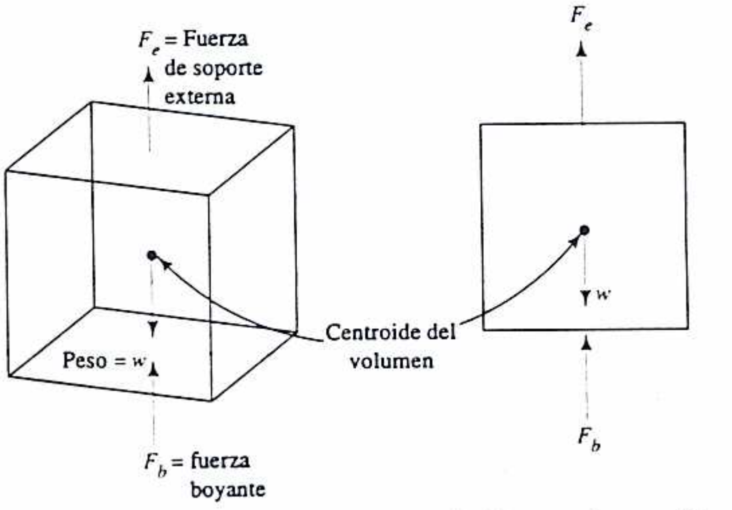
Considere primero la parte (a). Imagine el cubo de bronce sumergido en agua. Efectúe ahora el paso 1 del procedimiento.

Suponiendo que el cubo de bronce no se quedará en equilibrio por sí mismo, se requiere alguna fuerza externa. El objetivo es encontrar la magnitud de esta fuerza y la dirección en la que debería actuar, es decir, hacia arriba o hacia abajo.

Haga ahora el paso 2 del procedimiento observando el siguiente panel.

El cuerpo libre es sencillamente el cubo. Existen tres fuerzas que actúan sobre él en la dirección vertical, como se muestra en la figura 5.2: el peso del cubo, w, que actúa hacia abajo a través de su centro de gravedad; la fuerza boyante, F_b, que actúa hacia arriba a través del centroide del volumen desplazado; y la fuerza de soporte aplicada de manera externa, F_e.

FIGURA 5.2 Diagrama de cuerpo libre del cubo.



(a) Fuerzas que actúan sobre el cubo

(b) Diagrama de cuerpo libre en dos dimensiones

En la parte (a) de la figura 5.2 se muestra el cubo como un objeto en tres dimensiones con las tres fuerzas actuando a lo largo de una línea recta vertical que pasa por el centroide del volumen. Ésta es la visualización preferida del diagrama de cuerpo libre. Sin embargo, para la mayoría de los problemas resulta adecuado utilizar un diagrama simplificado en dos dimensiones, como se muestra en la parte (b).

¿Cómo sabemos que hay que dibujar la fuerza externa apuntando hacia arriba?

No lo sabemos con toda certeza. Sin embargo, la experiencia nos indica que sin una fuerza externa, el cubo de bronce sólido tendería a hundirse en el agua. Por consiguiente, parece que se requiere una fuerza hacia arriba para mantener el cubo en equilibrio. Si nuestra opción está equivocada, el resultado final nos lo indicará.

Ahora bien, suponiendo que las fuerzas están como se muestra en la figura 5.2, continúe con el paso 3.

La ecuación debería tener la siguiente forma (suponiendo que las fuerzas positivas apuntan hacia arriba).

$$\sum F_v = 0$$

$$F_b + F_e - w = 0 \qquad \textbf{(5–2)}$$

Como parte del paso 4, resuelva esta ecuación algebraicamente para el término deseado.

Deberá tener ahora:

$$F_e = w - F_b \qquad \textbf{(5–3)}$$

debido a que el objetivo es hallar la fuerza externa.

¿Cómo calculamos el peso, w, del cubo?

El inciso (b) del paso 4 del procedimiento indica que $w = \gamma_B V$, en la que γ_B es el peso específico del cubo de bronce y V es su volumen total. Para el cubo, como cada lado mide 0.50 m, tenemos:

$$V = (0.50 \text{ m})^3 = 0.125 \text{ m}^3$$

y:

$$w = \gamma_B V = (86.9 \text{ kN/m}^3)(0.125 \text{ m}^3) = 10.86 \text{ kN}$$

Existe otra incógnita en el lado derecho de la ecuación (5–3). ¿De qué manera calculamos F_b?

Verifique el inciso (a) del paso 4 del procedimiento si lo ha olvidado.

$$F_b = \gamma_f V_d$$

En este caso, γ_f es el peso específico del agua (9.81 kN/m^3), y el volumen desplazado, V_d, es igual al volumen total del cubo, que ya sabemos que es de 0.125 m^3. Entonces tenemos:

$$F_b = \gamma_f V_d = (9.81 \text{ kN/m}^3)(0.125 \text{ m}^3) = 1.23 \text{ kN}$$

Ahora ya podemos completar nuestra solución para F_e.

La solución es:

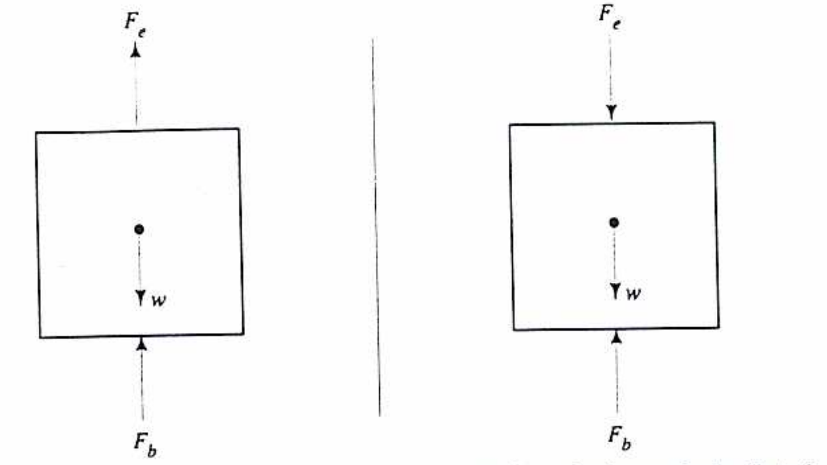
$$F_e = w - F_b = 10.86 \text{ kN} - 1.23 \text{ kN} = 9.63 \text{ kN}$$

Observe que el resultado es positivo. Esto significa que la dirección que supusimos para F_e era la correcta. Entonces la solución al problema es que se requiere una fuerza hacia arriba de 9.63 kN para mantener el bloque de bronce en equilibrio bajo el agua.

¿Qué sucede en la parte (b) del problema, en el cual el cubo está sumergido en mercurio? Nuestro objetivo es el mismo que antes: determinar la magnitud y la dirección de la fuerza requerida para mantener el cubo en equilibrio.

Ahora efectúe el paso 2 del procedimiento.

FIGURA 5.3 Dos posibles diagramas de cuerpo libre.



(a) Suponiendo que el cubo se hundirá **(b) Suponiendo que el cubo flotará**

Los dos diagramas son correctos, como se muestra en la figura 5.3, dependiendo de la dirección supuesta para la fuerza externa, F_e. La resolución de los dos diagramas se efectuará de manera simultánea, de modo que pueda verificar su trabajo, independientemente de cuál diagrama se parezca al que usted hizo, y para mostrar que cualquiera de los dos planteamientos conduce a la respuesta correcta.

Ahora lleve a cabo el paso 3 del procedimiento.

Éstas son las ecuaciones correctas del equilibrio. Observe la diferencia y relaciónelas con la figura correspondiente.

$$F_b + F_e - w = 0 \qquad\qquad F_b - F_e - w = 0$$

Ahora resuelva para F_e.

Ahora deberá tener:

$$F_e = w - F_b \qquad\qquad F_e = F_b - w$$

Puesto que la magnitud de w y de F_b son iguales en cada ecuación, ahora pueden ser calculadas.

Del mismo modo que en el inciso (a) del problema, el peso del cubo es:

$$w = \gamma_B V = (86.9\ \text{kN/m}^3)(0.125\ \text{m}^3) = 10.86\ \text{kN}$$

Para la fuerza boyante, F_b, usted debería tener:

$$F_b = \gamma_m V = (sg)_m(9.81\ \text{kN/m}^3)(V)$$

en donde el subíndice m se refiere al mercurio. Tenemos entonces:

$$F_b = (13.54)(9.81\ \text{kN/m}^3)(0.125\ \text{m}^3) = 16.60\ \text{kN}$$

Ahora continúe con la solución para F_e.

Las respuestas correctas son:

$$\begin{aligned} F_e &= w - F_b \\ &= 10.86\ \text{kN} - 16.60\ \text{kN} \\ &= -5.74\ \text{kN} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} F_e &= F_b - w \\ &= 16.60\ \text{kN} - 10.86\ \text{kN} \\ &= -5.74\ \text{kN} \end{aligned}$$

Observe que ambas soluciones producen el mismo valor numérico, pero tienen signo opuesto. El signo negativo de la solución de la izquierda significa que la dirección supuesta para F_e en la figura 5.3(a) es incorrecta. En consecuencia, ambos planteamientos dan el mismo resultado. La fuerza externa requerida es una fuerza hacia abajo de 5.74 kN.

¿De qué manera podría haber llegado a la conclusión, desde el principio, de que se requería una fuerza hacia abajo?

Los incisos (c) y (d) del paso 4 del procedimiento sugieren que se comparen el peso específico del cubo y del fluido. En este caso:

$$\text{Para el cubo de bronce: } \gamma_B = 86.9\ \text{kN/m}^3$$

$$\begin{aligned} \text{Para el fluido (mercurio): } \gamma_m &= (13.54)(9.81\ \text{kN/m}^3) \\ &= 132.8\ \text{kN/m}^3 \end{aligned}$$

Puesto que el peso específico del cubo es menor que el del mercurio, el primero tenderá a flotar sin que haya una fuerza externa. Por tanto, se requeriría una fuerza hacia abajo, como se muestra en la figura 5.3(b), para mantener el cubo en equilibrio bajo la superficie del mercurio.

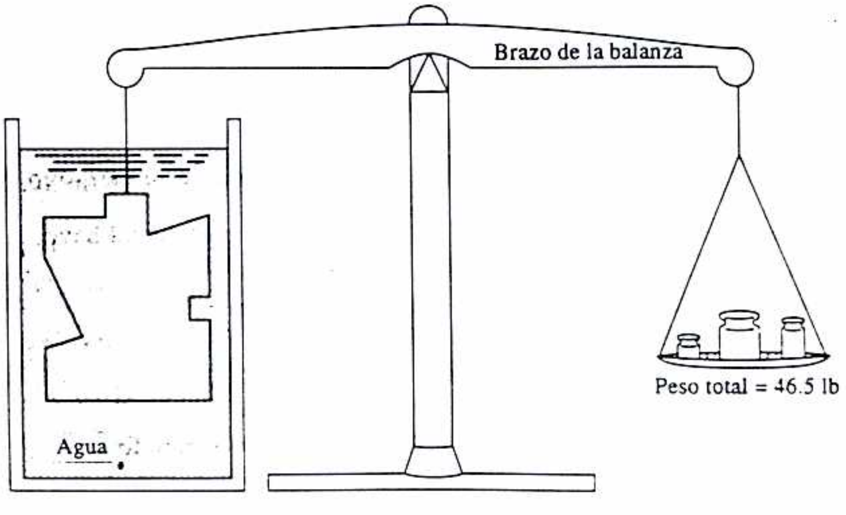
Este ejemplo ilustrativo está terminado.

EJEMPLO ILUSTRATIVO 5.2

Un cierto objeto de metal sólido tiene una forma tan irregular que resulta difícil calcular su volumen mediante geometría. Podemos utilizar el principio de la flotabilidad para obtener su volumen.

Primero, el peso del objeto se determina de la manera usual, éste es de 60 lb. Después, utilizando un aparato parecido al que se muestra en la figura 5.4, encontramos su peso aparente mientras está sumergido en agua, éste es de 46.5 lb. Con estos datos y siguiendo el procedimiento para análisis de problemas de flotabilidad, podemos encontrar el volumen del objeto.

FIGURA 5.4 Objeto de metal suspendido en un fluido.



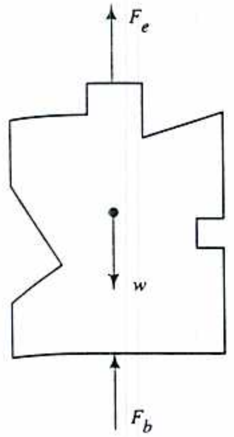


FIGURA 5.5 Diagrama de cuerpo libre.

Ahora trace el diagrama de cuerpo libre del objeto cuando éste está suspendido en el agua.

El diagrama de cuerpo libre del objeto mientras se encuentra suspendido en el agua se deberá ver como el que se presenta en la figura 5.5. En esta figura, ¿cuáles son las dos fuerzas F_e y w?

Del planteamiento del problema sabemos que $w = 60$ lb, el peso del objeto en el aire, y $F_e = 46.5$ lb, la fuerza de soporte ejercida por la balanza mostrada en la figura 5.4.

Lleve a cabo ahora el paso 3 del procedimiento.

Utilizando la ecuación $\Sigma F_v = 0$, obtenemos

$$F_b + F_e - w = 0$$

Nuestro objetivo es encontrar el volumen total V del objeto. ¿Cómo podemos encontrar V a partir de esta ecuación?

Hacemos uso de la siguiente ecuación:

$$F_b = \gamma_f V$$

en la que γ_f es el peso específico del agua, 62.4 lb/pies^3.

Sustituya esto en la ecuación anterior y resuelva para V.

Deberá tener ahora:

$$\begin{aligned} F_b + F_e - w &= 0 \\ \gamma_f V + F_e - w &= 0 \\ \gamma_f V &= w - F_e \\ V &= \frac{w - F_e}{\gamma_f} \end{aligned}$$

Ya podemos sustituir los valores conocidos y calcular V.

El resultado es $V = 0.216$ pies^3. Se hace de esta manera:

$$V = \frac{w - F_e}{\gamma_f} = (60 - 46.5)\text{lb}\left(\frac{\text{pies}^3}{62.4\ \text{lb}}\right) = \frac{13.5\ \text{pies}^3}{62.4} = 0.216\ \text{pies}^3$$

Ahora que ya conocemos el volumen del objeto, podemos encontrar el peso específico del material.

$$\gamma = \frac{w}{V} = \frac{60\ \text{lb}}{0.216\ \text{pies}^3} = 278\ \text{lb/pies}^3$$

Éste es aproximadamente el peso específico de una aleación de titanio.

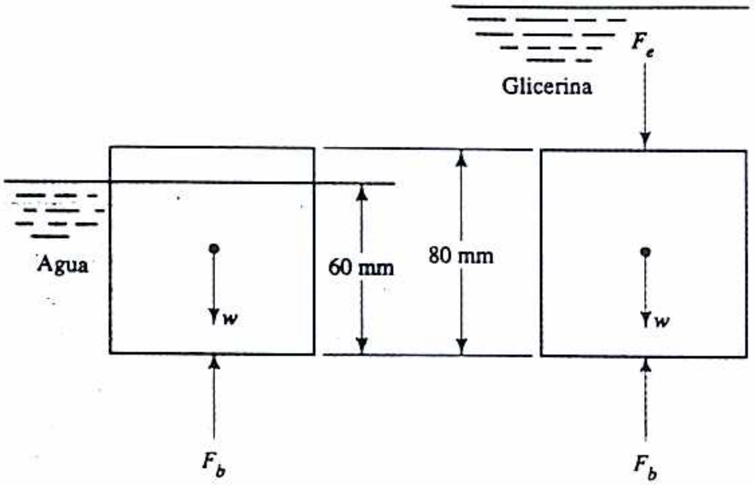
Los dos siguientes problemas se presentan con todo detalle y deberán servir para verificar su habilidad para resolver problemas de flotabilidad. Después de leer el enunciado del problema, deberá obtener la solución por sus propios medios antes de leer el panel en el cual se da la solución correcta. Asegúrese de leer el problema con cuidado y utilizar las unidades correctas en sus cálculos. A pesar de que existe más de una manera de resolver algunos problemas, es posible obtener la respuesta correcta mediante el método equivocado. Si el método que emplea es diferente del que se da en el panel, asegúrese de que el suyo esté basado en principios sólidos, antes de suponer que su respuesta es correcta.

☐ EJEMPLO ILUSTRATIVO 5.3 Un cubo de 80 mm de lado, está hecho con un material esponjoso rígido y flota en el agua con 60 mm por debajo de la superficie. Calcule la magnitud y la dirección de la fuerza requerida para mantenerlo completamente sumergido en glicerina, que tiene una gravedad específica de 1.26.

Trabaje el problema por cuenta propia antes de pasar al siguiente panel.

Solución Primero, calcule el peso del cubo; a continuación, determine la fuerza requerida para mantenerlo sumergido en glicerina. Utilice los diagramas de cuerpo libre de la figura 5.6: (a) el cubo flotando en agua y (b) el cubo sumergido en glicerina.

FIGURA 5.6 Diagramas de cuerpo libre.



(a) Flotando (b) Sumergido

De la fig. 5.6(a), tenemos:

$$\sum F_v = 0$$

$$F_b - w = 0$$

$$w = F_b = \gamma_f V_d$$

$$V_d = (80\text{ mm})(80\text{ mm})(60\text{ mm}) = 384 \times 10^3\text{ mm}^3$$

(volumen sumergido del cubo)

$$w = \left(\frac{9.81 \times 10^3\text{ N}}{\text{m}^3}\right)(384 \times 10^3\text{ mm}^3)\left(\frac{1\text{ m}^3}{(10^3\text{ mm})^3}\right)$$

$$= 3.77\text{ N}$$

De la figura 5.6(b), tenemos:

$$\sum F_v = 0$$

$$F_b - F_e - w = 0$$

$$F_e = F_b - w = \gamma_f V_d - 3.77 \text{ N}$$

$$V_d = (80 \text{ mm})^3 = 512 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

(volumen total del cubo)

$$\gamma_f = (1.26)(9.81 \text{ kN/m}^3) = 12.36 \text{ kN/m}^3$$

$$F_e = \gamma_f V_d - 3.77 \text{ N}$$

$$= \left(\frac{12.36 \times 10^3 \text{ N}}{\text{m}^3}\right)(512 \times 10^3 \text{ mm}^3)\left(\frac{1 \text{ m}^3}{(10^3 \text{ mm})^3}\right) - 3.77 \text{ N}$$

$$= 6.33 \text{ N} - 3.77 \text{ N} = 2.56 \text{ N}$$

Se requiere una fuerza hacia abajo de 2.56 N para mantener el cubo sumergido en glicerina.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 5.4** Un cubo de latón de 6 pulg de lado pesa 67 lb. Deseamos mantener este cubo en equilibrio bajo el agua atándole una boya ligera de hule espuma. Si el hule espuma pesa 4.5 lb/pies^3, ¿cuál es el volumen mínimo requerido para la boya?

Trabaje el problema usted solo antes de pasar al siguiente panel.

Solución Calcule el volumen mínimo de hule espuma para mantener el cubo de latón en equilibrio.

Observe que el hule espuma y el latón en la figura 5.7 son considerados como parte de un mismo sistema y que se tiene una fuerza boyante en cada uno. El subíndice F se refiere al hule espuma y el subíndice B se refiere al latón. No se requiere ninguna fuerza externa.

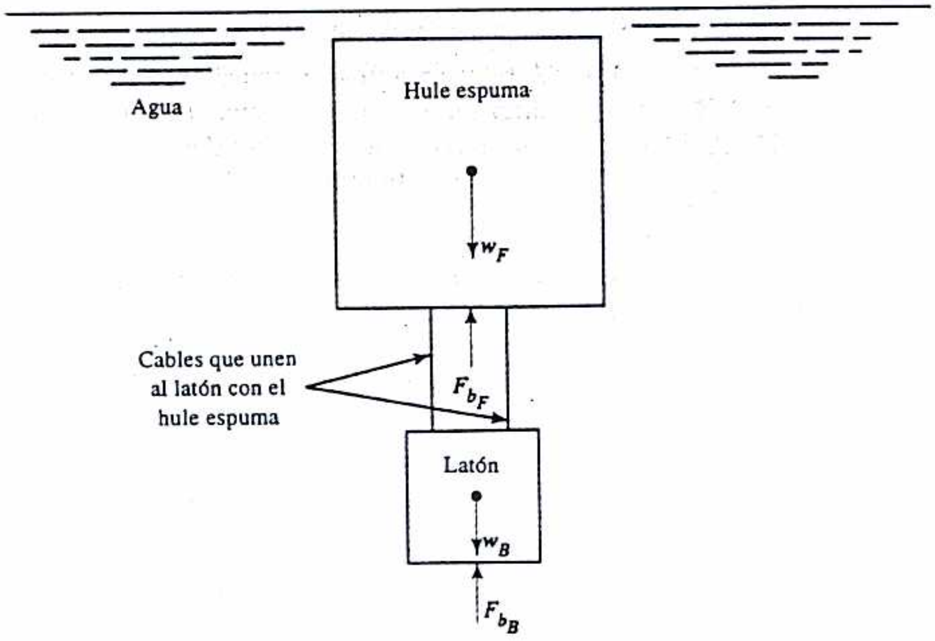


FIGURA 5.7 Diagrama de cuerpo libre para el latón y el hule espuma juntos.

La ecuación de equilibrio es:

$$\begin{aligned}
\sum F_v &= 0 \\
0 &= F_{b_B} + F_{b_F} - w_B - w_F \qquad (5\text{–}4) \\
w_B &= 67 \text{ lb} \qquad \text{(dado)} \\
F_{b_B} &= \gamma_f V_{d_B} = \left(\frac{62.4 \text{ lb}}{\text{pies}^3}\right)(6 \text{ pulg})^3\left(\frac{\text{pies}^3}{1728 \text{ pulg}^3}\right) = 7.8 \text{ lb} \\
w_F &= \gamma_F V_F \\
F_{b_F} &= \gamma_f V_F
\end{aligned}$$

Sustituya estos valores en la ecuación (5–4):

$$\begin{aligned}
F_{b_B} + F_{b_F} - w_B - w_F &= 0 \\
7.8 \text{ lb} + \gamma_f V_F - 67 \text{ lb} - \gamma_F V_F &= 0
\end{aligned}$$

Resuelva para V_F, utilizando $\gamma_f = 62.4$ lb/pies³ y $\gamma_F = 4.5$ lb/pies³:

$$\begin{aligned}
\gamma_f V_F - \gamma_F V_F &= 67 \text{ lb} - 7.8 \text{ lb} = 59.2 \text{ lb} \\
V_F(\gamma_f - \gamma_F) &= 59.2 \text{ lb} \\
V_F &= \frac{59.2 \text{ lb}}{\gamma_f - \gamma_F} = \frac{59.2 \text{ lb pies}^3}{(62.4 - 4.5) \text{ lb}} \\
&= 1.02 \text{ pies}^3
\end{aligned}$$

Esto significa que es necesario unir 1.02 pies³ de hule espuma al cubo de latón para que la combinación esté en equilibrio en agua sin que haya fuerza externa alguna. Sería neutralmente boyante o flotante.

Con éste terminamos los ejemplos ilustrativos programados.

■

5.3 ESTABILIDAD DE LOS CUERPOS EN UN FLUIDO

Un cuerpo en un fluido es considerado estable si regresa a su posición original después de habérsele girado un poco alrededor de un eje horizontal. Las condiciones para la estabilidad son diferentes, dependiendo de si el cuerpo está completamente sumergido o se encuentra flotando.

5.4 ESTABILIDAD DE CUERPOS COMPLETAMENTE SUMERGIDOS

Los submarinos y los globos climatológicos son dos ejemplos de cuerpos que se encuentran completamente sumergidos en un fluido. Es importante, para este tipo de objetos, permanecer en una orientación específica a pesar de la acción de las corrientes, de los vientos o de las fuerzas de maniobra.

CONDICIÓN DE ESTABILIDAD PARA CUERPOS SUMERGIDOS

La condición para la estabilidad de cuerpos completamente sumergidos en un fluido es que el centro de gravedad del cuerpo debe estar por debajo del centro de flotabilidad.

El centro de flotabilidad de un cuerpo se encuentra en el centroide del volumen del fluido desplazado, y es a través de este punto como actúa la fuerza boyante en dirección vertical. El peso del cuerpo actúa verticalmente hacia abajo a través del centro de gravedad.

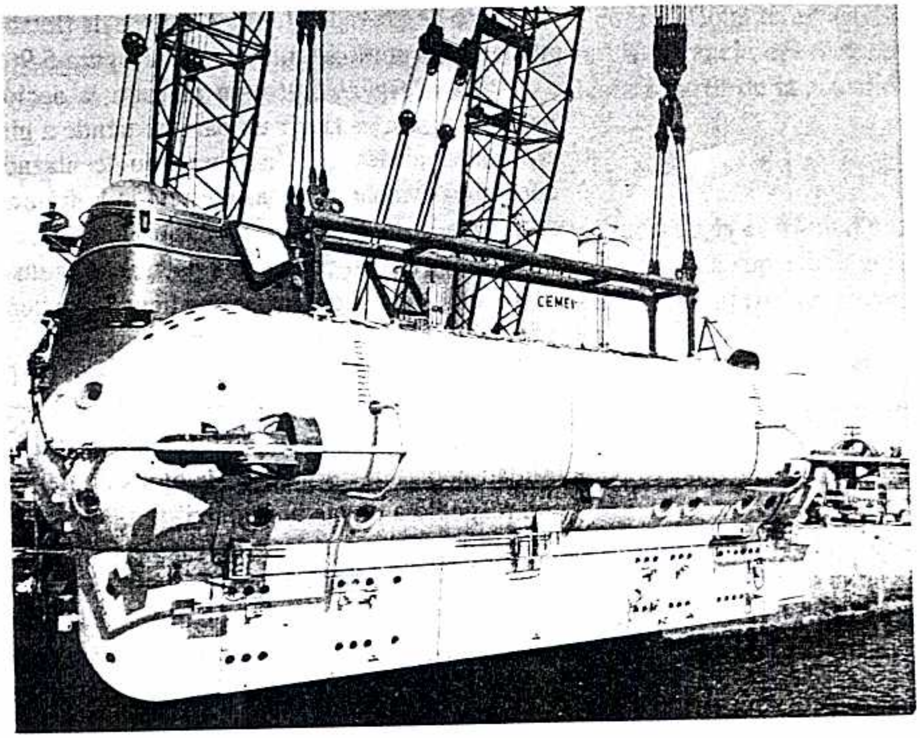
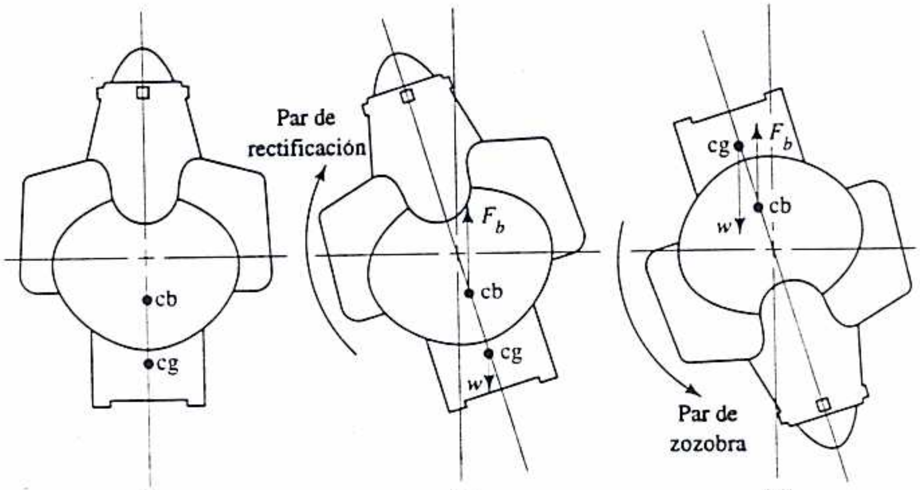


FIGURA 5.8 Grumman-BEN FRANKLIN, vehículo de investigación submarina. (Fuente de la fotografía: Grumman Aerospace Corp. Ocean Systems Department, Bethpage, NY.)

El vehículo de investigación submarina que se muestra en la figura 5.8 tiene una configuración estable debido a su forma y a la localización del equipo dentro del casco. En la figura 5.9 se presenta la forma aproximada de la sección transversal del vehículo. La sección circular es un cilindro hueco que sirve como cabina para la tripulación y como almacén para el instrumental delicado y los sistemas de apoyo vital. La sección rectangular que se encuentra en el fondo contiene baterías pesadas y otro tipo de equipo duradero. Con esta distribución de peso y volumen,

FIGURA 5.9 Estabilidad en un cuerpo sumergido.



(a) Posición original

(b) Posición ligeramente inclinada: orientación estable

(c) Posición invertida: orientación inestable el centro de gravedad (cg) y el centro de flotabilidad (cb) están localizados aproximadamente como se muestra en la figura 5.9(a).

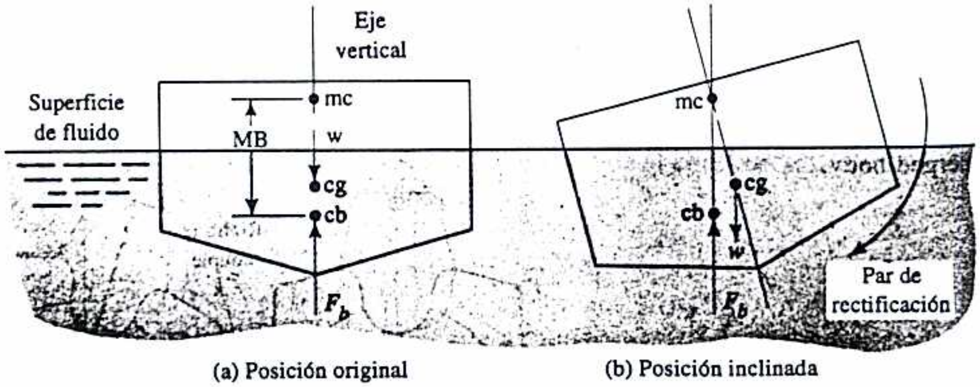
En la figura 5.9(b) se muestra la acción de la fuerza boyante y del peso necesaria para producir un par que tiende a girar el vehículo de regreso a su posición original después de haber sido desplazado ligeramente. En consecuencia, el cuerpo es estable. Contraste éste con la figura 5.9(c), en la que se muestra lo que sucedería si la configuración estuviera al contrario de lo que se presenta en la figura 5.9(a). Cuando se gira este cuerpo en una pequeña cantidad, el peso y la fuerza boyante producen un par que tiende a voltear el vehículo. En consecuencia, esta orientación del cuerpo es inestable.

Si el centro de gravedad y el centro de flotabilidad de un cuerpo coinciden, como en el caso de un cuerpo sólido, el peso y la fuerza boyante actúan a través del mismo punto, sin que se produzca el par. En este caso, el cuerpo tendría una estabilidad neutral y permanecería en cualquier orientación en la que se le colocara, con respecto a un eje horizontal.

5.5
ESTABILIDAD DE CUERPOS FLOTANTES

La condición para la estabilidad de cuerpos flotantes es diferente de la de los cuerpos que se encuentran completamente sumergidos; la razón se ilustra en la figura 5.10, en la que se muestra la sección transversal aproximada del casco de un barco. En la parte (a) de la figura, el cuerpo flotante está en su orientación de equilibrio, y el centro de gravedad (cg) se encuentra por encima del centro de flotabilidad (cb). A la recta vertical que pasa por estos dos puntos se le conoce como *eje vertical* del cuerpo. En la figura 5.10(b) se muestra que si se gira el cuerpo ligeramente con respecto a un eje horizontal, el centro de flotabilidad se desplaza a una nueva posición debido a que la geometría del volumen desplazado se ha modificado. La fuerza boyante y el peso, ahora, producen un par de rectificación que tiende a regresar al cuerpo a su orientación original. Así pues, el cuerpo es estable.

FIGURA 5.10 Método para encontrar el metacentro.



(a) Posición original (b) Posición inclinada

Con el fin de establecer la condición de estabilidad de un cuerpo flotante, debemos definir un nuevo término, el *metacentro*. El metacentro (mc) se define como el punto de intersección del eje vertical de un cuerpo cuando se encuentra en su posición de equilibrio y la recta vertical que pasa por la nueva posición del centro de flotabilidad cuando el cuerpo es girado ligeramente. Esto se ilustra en la figura 5.10(b).

CONDICIÓN DE ESTABILIDAD
PARA CUERPOS FLOTANTES

Un cuerpo flotante es estable si su centro de gravedad está por debajo del metacentro.

Es posible determinar analíticamente si un cuerpo flotante es estable, mediante el cálculo de la posición de su metacentro. La distancia del metacentro al centro de flotabilidad se denota con MB, y se calcula a partir de la ecuación

$$MB = I/V_d \tag{5–5}$$

En esta ecuación, V_d es el volumen desplazado de fluido e I es el *mínimo* momento de inercia de una sección horizontal del cuerpo, tomada en la superficie del fluido. *Si la distancia MB coloca al metacentro por encima del centro de gravedad, el cuerpo es estable.*

PROCEDIMIENTO PARA LA EVALUACIÓN DE LA ESTABILIDAD DE CUERPOS FLOTANTES

1. Determine la posición del cuerpo flotante, utilizando los principios de la flotabilidad.
2. Localice el centro de flotabilidad, cb, y calcule la distancia desde algún eje de referencia a cb, llámela y_{cb}. Normalmente, el fondo del objeto se toma como el eje de referencia.
3. Localice el centro de gravedad, cg, y calcule y_{cg} medida desde el mismo eje de referencia.
4. Determine la forma del área en la superficie del fluido y calcule el *menor* momento de inercia, I, para esa geometría.
5. Calcule el volumen desplazado, V_d.
6. Calcule $MB = I/V_d$.
7. Calcule $y_{mc} = y_{cb} + MB$.
8. Si $y_{mc} > y_{cg}$, el cuerpo es estable.
9. Si $y_{mc} < y_{cg}$, el cuerpo es inestable.

EJEMPLOS ILUSTRATIVOS PROGRAMADOS

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 5.5** En la figura 5.11(a) se presenta el casco de una chalana que, cuando está completamente llena, pesa 150 kN. En las partes (b), (c) y (d) se muestran las vistas superior, frontal y lateral del bote. Observe la localización del centro de gravedad, cg. Nos gustaría determinar si la chalana es estable en agua dulce.

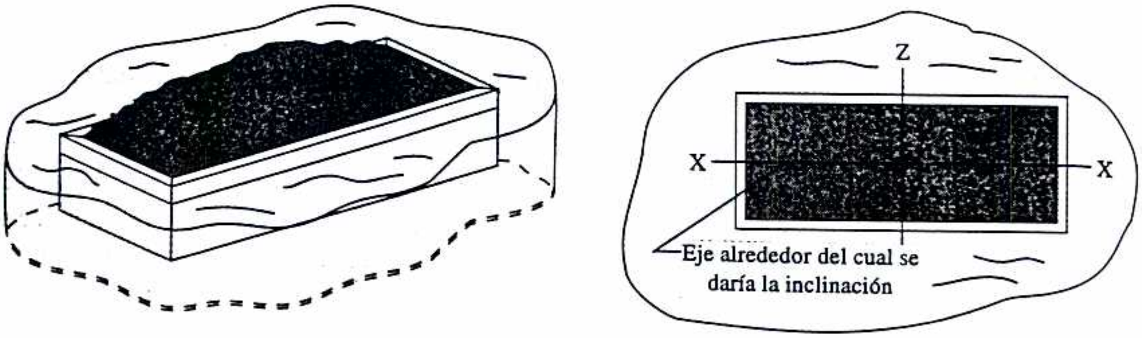
Determine si el bote flotará.

Esto se hace determinando qué tanto se hundirá el bote en el agua, utilizando los principios de la flotabilidad establecidos en la Sección 5.2. Haga dicho cálculo antes de pasar al siguiente panel.

La profundidad de inmersión o calado del bote es de 1.06 m, como se muestra en la figura 5.12, y fue encontrado con el método que se describe a continuación:

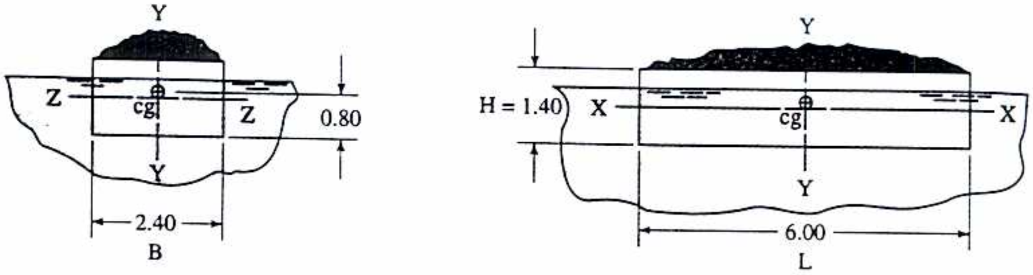
Ecuación de equilibrio: $\Sigma F_v = 0 = F_b - w$

$$w = F_b$$



(a) Chalana cargada

(b) Vista superior y sección transversal horizontal

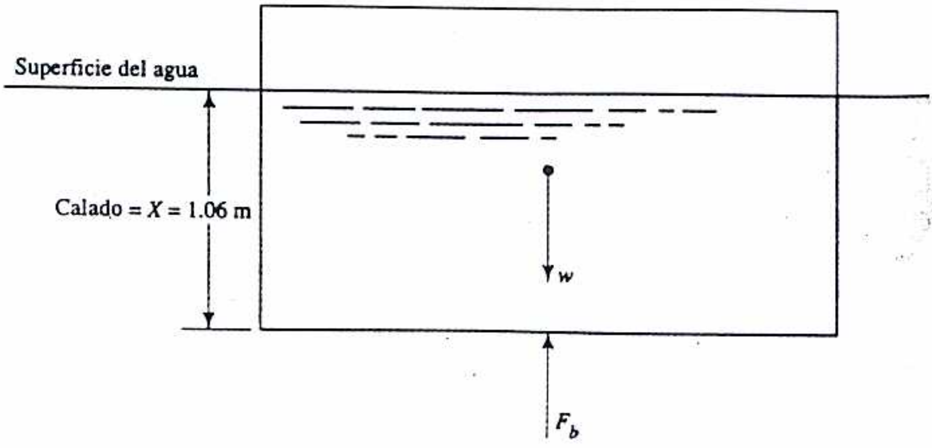


(c) Vista frontal y sección transversal vertical

(d) Vista lateral

FIGURA 5.11 Forma del casco.

FIGURA 5.12 Diagrama de cuerpo libre.



Volumen sumergido: $V_d = B \times L \times X$

Fuerza boyante: $F_b = \gamma_f V_d = \gamma_f \times B \times L \times X$

Entonces tenemos:

$$w = F_b = \gamma_f \times B \times L \times X$$

$$X = \frac{w}{B \times L \times \gamma_f} = \frac{150 \text{ kN}}{(2.4 \text{ m})(6.0 \text{ m})} \times \frac{\text{m}^3}{(9.81 \text{ kN})} = 1.06 \text{ m}$$

Flota con 1.06 m sumergidos. ¿En dónde se localiza el centro de flotabilidad?

Se encuentra en el centro del volumen desplazado de agua. En este caso, como se muestra en la figura 5.13, está sobre el eje vertical del bote, a una distancia de 0.53 m del fondo. Corresponde a la mitad del calado, X. Entonces $y_{cb} = 0.53$ m.

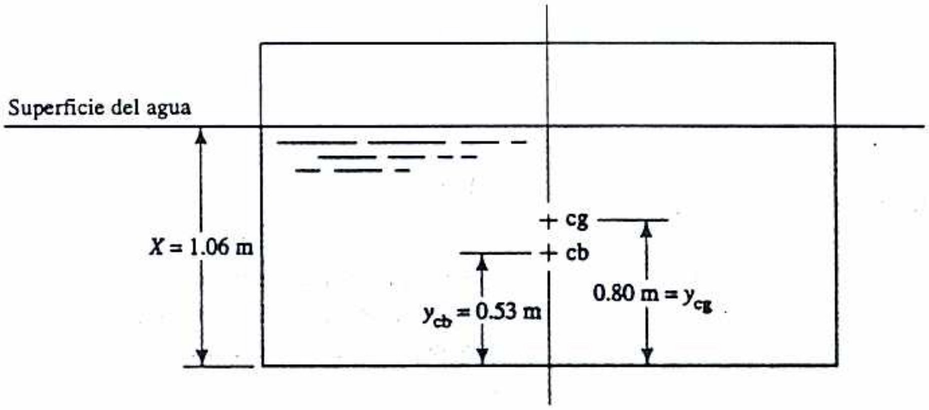


FIGURA 5.13 Localización del centro de flotabilidad y del centro de gravedad.

Como el centro de gravedad está por encima del centro de flotabilidad, debemos localizar el metacentro para determinar si el bote es estable. Utilizando la ecuación (5–5), calcule la distancia MB y represéntela en el diagrama.

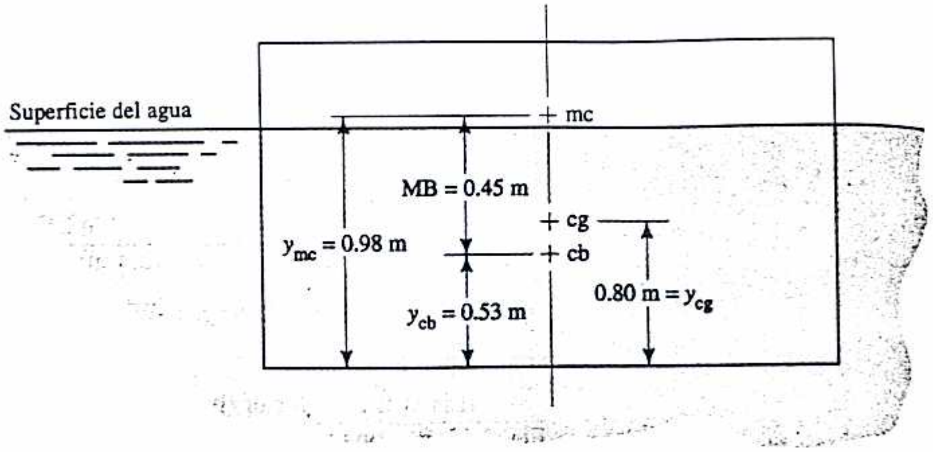
El resultado es MB = 0.45 m, como se muestra en la figura 5.14. A continuación presentamos la forma en que se hizo.

$$\text{MB} = I/V_d$$
$$V_d = L \times B \times X = (6.0 \text{ m})(2.4 \text{ m})(1.06 \text{ m}) = 15.26 \text{ m}^3$$

El momento de inercia, I, se determina alrededor del eje X-X de la figura 5.11(b), ya que éste producirá el menor valor de I:

$$I = \frac{LB^3}{12} = \frac{(6.0 \text{ m})(2.4 \text{ m})^3}{12} = 6.91 \text{ m}^4$$

FIGURA 5.14 Localización del metacentro.



Entonces, la distancia del centro de flotabilidad al metacentro es:

$$MB = I/V_d = 6.91\ \text{m}^4/15.26\ \text{m}^3 = 0.45\ \text{m}$$

y:

$$y_{mc} = y_{cb} + MB = 0.53\ \text{m} + 0.45\ \text{m} = 0.98\ \text{m}$$

¿El bote es estable?

Sí es estable. Puesto que el metacentro está por encima del centro de gravedad, como se muestra en la figura 5.14, la chalana es estable. Esto es, $y_{mc} > y_{cg}$.

Ahora, pase al siguiente panel en donde hay otro problema.

EJEMPLO ILUSTRATIVO 5.6 Un cilindro sólido tiene 3.0 pies de diámetro, 6.0 pies de alto y pesa 1550 lb. Si el cilindro está colocado en aceite (sg = 0.90), con su eje en posición vertical, ¿será estable?

La solución completa se muestra en el siguiente panel. Resuelva el problema y luego vea la solución.

Solución Posición del cilindro en el aceite (figura 5.15):

$$V_d = \text{volumen sumergido} = AX = \frac{\pi D^2}{4}(X)$$

Ecuación de equilibrio: $\sum F_v = 0$

$$w = F_b = \gamma_o V_d = \gamma_o \frac{\pi D^2}{4}(X)$$

$$X = \frac{4w}{\pi D^2 \gamma_o} = \frac{(4)(1550\ \text{lb})\ \text{pies}^3}{(\pi)(3.0\ \text{pies})^2(0.90)(62.4\ \text{lb})} = 3.90\ \text{pies}$$

El centro de flotabilidad, cb, está a una distancia $X/2$ del fondo del cilindro:

$$y_{cb} = X/2 = 3.90\ \text{pies}/2 = 1.95\ \text{pies}$$

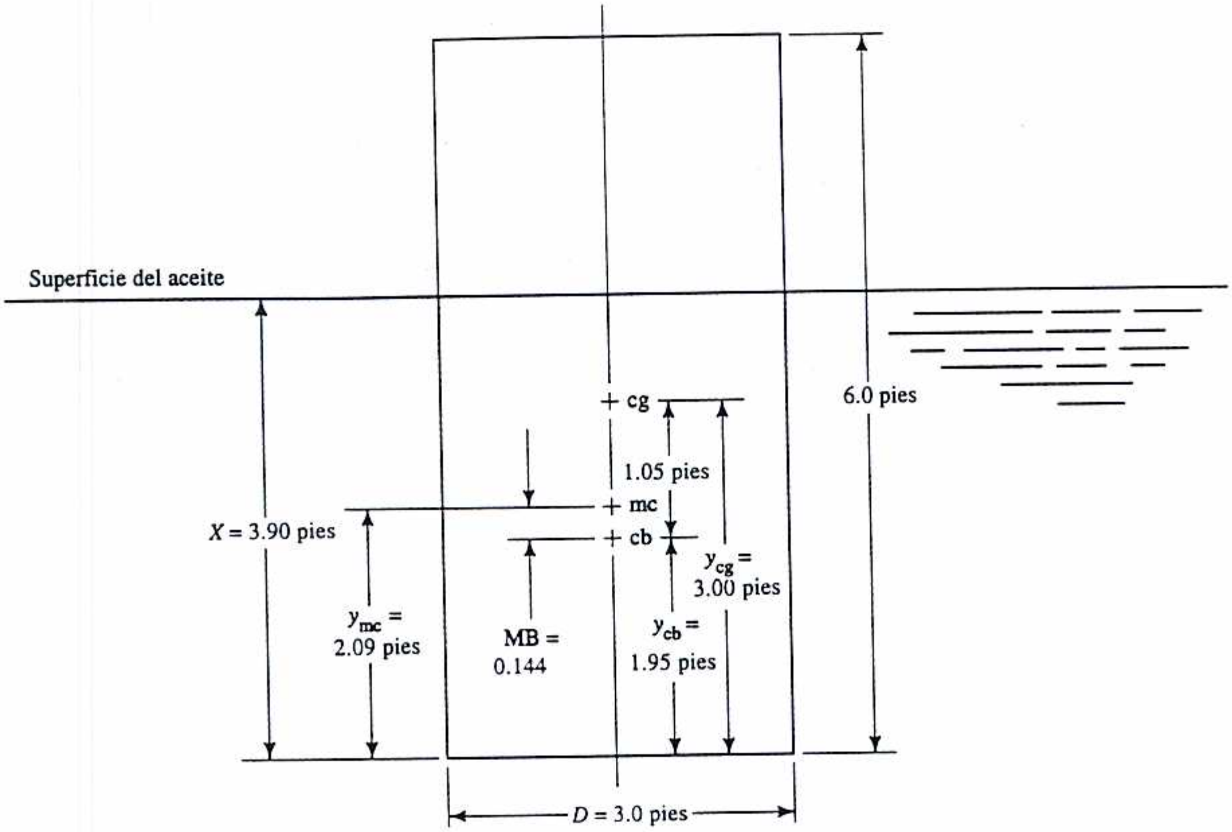


FIGURA 5.15 Solución completa del ejemplo ilustrativo 5.6.

El centro de gravedad, cg, está a $H/2 = 3$ pies del fondo del cilindro, suponiendo que el material con que está hecho tiene un peso específico uniforme. La posición del metacentro, mc, utilizando la ecuación (5–5), es:

$$\mathrm{MB} = I/V_d$$

$$I = \frac{\pi D^4}{64} = \frac{\pi(3\text{ pies})^4}{64} = 3.98\text{ pies}^4$$

$$V_d = AX = \frac{\pi D^2}{4}(X) = \frac{\pi(3\text{ pies})^2}{4}(3.90\text{ pies}) = 27.6\text{ pies}^3$$

$$\mathrm{MB} = I/V_d = 3.98\text{ pies}^4/27.6\text{ pies}^3 = 0.144\text{ pies}$$

$$y_{mc} = y_{cb} + \mathrm{MB} = 1.95\text{ pies} + 0.14\text{ pies} = 2.09\text{ pies}$$

Puesto que lo anterior coloca al metacentro por debajo del centro de gravedad, como se muestra en la figura 5.15, el cilindro no es estable. Es decir, $y_{mc} < y_{cg}$.

Con esto queda completa la instrucción programada.

■

Las condiciones para la estabilidad de cuerpos en un fluido pueden resumirse de la manera siguiente:

- *Los cuerpos completamente sumergidos son estables si el centro de gravedad está por debajo del centro de flotabilidad.*
- *Los cuerpos que se encuentran flotando son estables si el centro de gravedad está por debajo del metacentro.*

5.6 GRADO DE ESTABILIDAD

Aunque el caso límite de estabilidad ha sido establecido como cualquier diseño para el cual el metacentro se encuentra por arriba del centro de gravedad, algunos objetos pueden ser más estables que otros. Una medida de la estabilidad relativa se conoce como la *altura metacéntrica*, definida como la distancia al metacentro desde el centro de gravedad.

Remítase a la figura 5.16. La altura metacéntrica está señalada como MG. Utilizando los procedimientos analizados en este capítulo, podemos calcular MG con la ecuación:

$$MG = y_{mc} - y_{cg} \tag{5–6}$$

La referencia 1 establece que los vehículos marinos pequeños deberán tener un valor mínimo de MG de 1.5 pies (0.46 m). Los barcos grandes deberán tener MG > 1.07 m (5.5 pies). Pero, la altura metacéntrica no debe ser demasiado grande porque la nave, entonces, puede tener ese desagradable movimiento de balanceo que produce mareos.

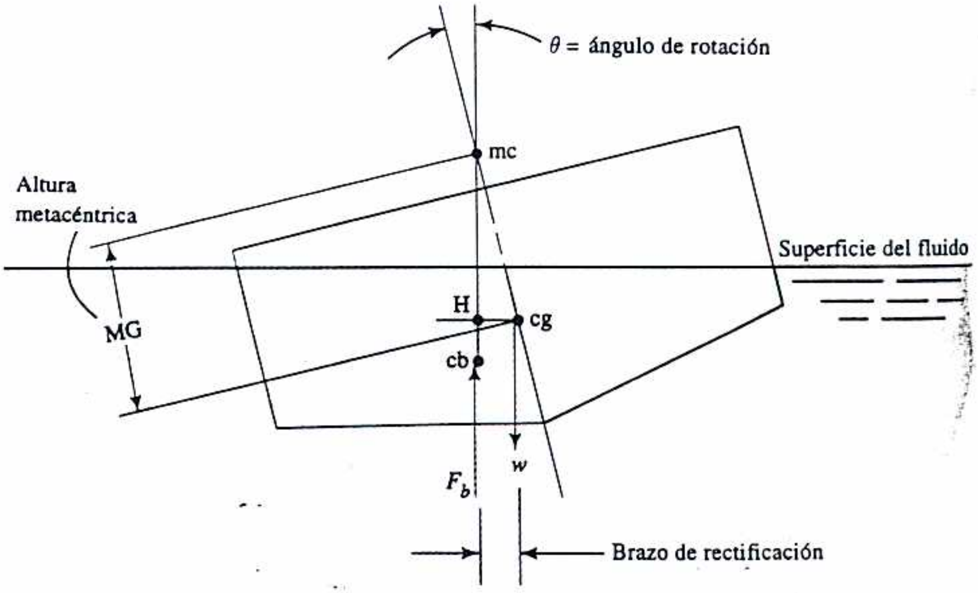


FIGURA 5.16 Grado de estabilidad indicado por la altura metacéntrica y por el brazo de rectificación.

EJEMPLO ILUSTRATIVO 5.7 Calcule la altura metacéntrica para el casco de la chalana descrito en el ejemplo ilustrativo 5.5.

Solución Del resultado del ejemplo ilustrativo 5.5,

$$y_{mc} = 0.98 \text{ m desde el fondo del casco}$$

$$y_{cg} = 0.80 \text{ m}$$

Entonces, la altura metacéntrica es:

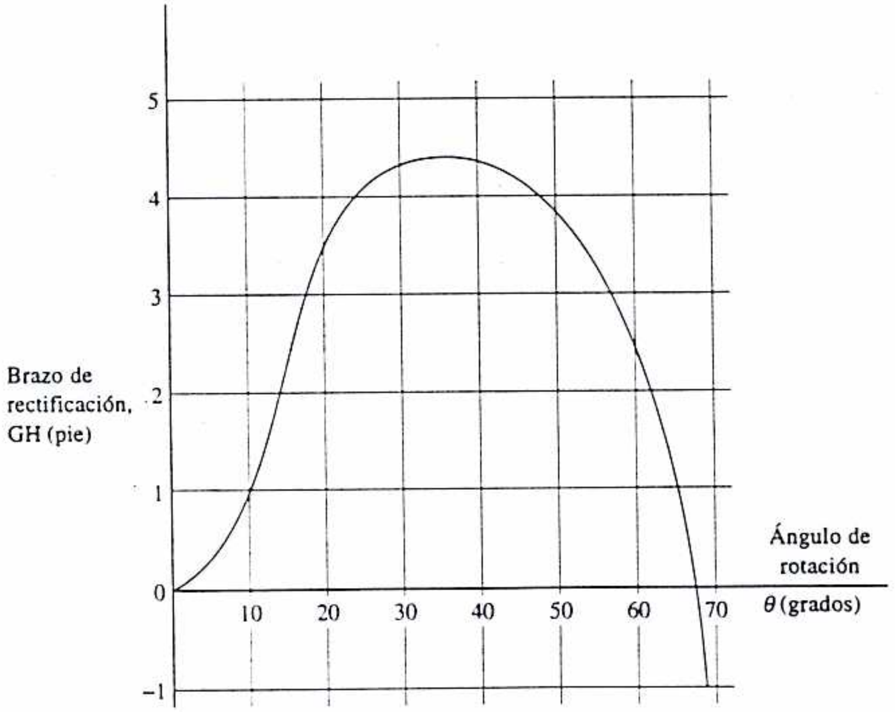
$$MG = y_{mc} - y_{cg} = 0.98\ \text{m} - 0.80\ \text{m} = 0.18\ \text{m}$$

5.6.1 Curva de estabilidad estática

Otra medida de la estabilidad de un objeto flotante es la cantidad de compensación entre la línea de acción del peso del objeto, que actúa a través del centro de gravedad, y la de la fuerza boyante, que actúa a través del centro de flotabilidad. Anteriormente, en la figura 5.10, se mostró que el producto de una de estas fuerzas por la cantidad de compensación produce el par de rectificación que ocasiona que el objeto regrese a su posición original y, en consecuencia, se estabilice.

En la figura 5.16 se muestra un diagrama del casco de un bote en posición girada, en ésta se representan el peso y la fuerza boyante. Una línea horizontal trazada a través del centro de gravedad intersecta a la línea de acción de la fuerza boyante en el punto H. La distancia horizontal, GH, se conoce como *brazo de rectificación* y es una medida de la magnitud del par de rectificación. La distancia GH varía conforme cambia el ángulo de rotación; en la figura 5.17 se muestra una gráfica característica del brazo de rectificación contra el ángulo de rotación del barco. A este tipo de gráficas se les llama *curva de estabilidad estática*. Siempre y cuando el valor de GH se mantenga positivo, la nave será estable. Al contrario, cuando GH se hace negativa, el barco es inestable y tenderá a voltearse.

FIGURA 5.17 Curva de estabilidad estática para un cuerpo flotante.



REFERENCIA

1. Avalone, Eugene A. y Theodore Baumeister III, editores. 1987. *Marks' Standard Handbook for Mechanical Engineers.* [Manual de normas de Mark para ingenieros mecánicos.] Nueva York: McGraw-Hill. 9ª ed.

PROBLEMAS DE PRÁCTICA

Flotabilidad

5.1M *El paquete de instrumentos que se presenta en la figura 5.18 pesa 258 N. Calcule la tensión en el cable si el paquete está completamente sumergido en el océano, cuya agua tiene un peso específico de 10.05 kN/m*^{3}.

5.2M *Una esfera hueca de 1.0 m de diámetro que pesa 200 N está atada a un bloque de concreto sólido que pesa 4.1 kN. Si el concreto tiene un peso específico de 23.6 kN/m*^{3}*, ¿los dos objetos se hundirán o flotarán en el agua?*

5.3M *Cierto tubo estándar de acero tiene un diámetro exterior de 168 mm, un tramo de 1 m del tubo pesa 277 N. ¿Flotará el tubo o se hundirá si se le coloca en glicerina (sg = 1.26), si sus extremos están sellados?*

5.4E Un flotador cilíndrico tiene un diámetro de 10 pulg y una longitud de 12 pulg. ¿Cuál deberá ser el peso específico del material del flotador si se pretende que tenga nueve décimos de su volumen por debajo de la superficie de un fluido cuya gravedad específica es de 1.10?

5.5M *Una boya consiste en un cilindro sólido de 0.3 m de diámetro y 1.2 m de largo. Está hecha de un material cuyo peso específico es de 7.9 kN/m*^{3}*. Si flota de manera vertical, ¿qué tanto de su longitud estará por encima del agua?*

5.6M *Se está diseñando un flotador que se va a utilizar como indicador de nivel, y se supone que debe flotar en aceite, cuya gravedad específica es de 0.90. El flotador tendrá la forma de un cubo de 100 mm de lado, y deberá tener 75 mm sumergidos en el aceite. Calcule el peso específico requerido para el material del flotador.*

5.7M *Un bloque de concreto con un peso específico de 23.6 kN/m*^{3} *está suspendido por una cuerda en una solución cuya gravedad específica es de 1.15. ¿Cuál es el volumen del bloque de concreto si la tensión en la cuerda es de 2.67 kN?*

5.8E En la figura 5.19 se muestra una bomba parcialmente sumergida en aceite (sg = 0.90), que está apoyada en resortes. Si el peso total de la bomba es de 14.6 lb y el volumen sumergido es de 40 pulg^3, calcule la fuerza de apoyo que se ejerce sobre los resortes.

5.9M *Un cubo de acero de 100 mm de lado pesa 80 N. Deseamos mantener el cubo en equilibrio bajo el agua, atándole una boya de hule espuma ligero. Si el hule espuma pesa 470 N/m*^{3}*, ¿cuál es el volumen mínimo requerido para la boya?*

5.10E Un tambor cilíndrico tiene 2 pies de diámetro y 3 pies de longitud; pesa 30 lb cuando está vacío. Al tambor se le van a agregar pesas de aluminio con el propósito de volverlo neutralmente flotable en agua dulce. ¿Qué volumen de aluminio se requerirá si su peso es de 0.100 lb/pulg^3?

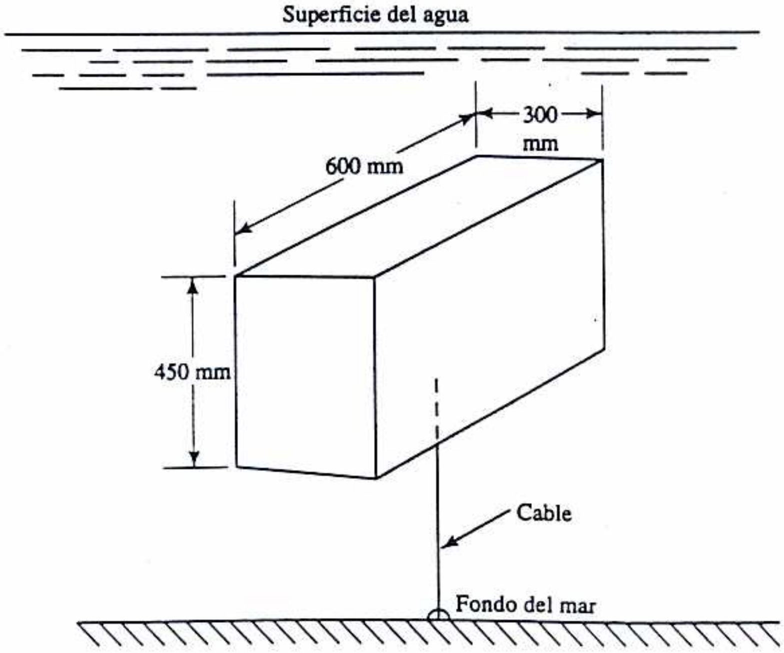


FIGURA 5.18 Problema 5.1.

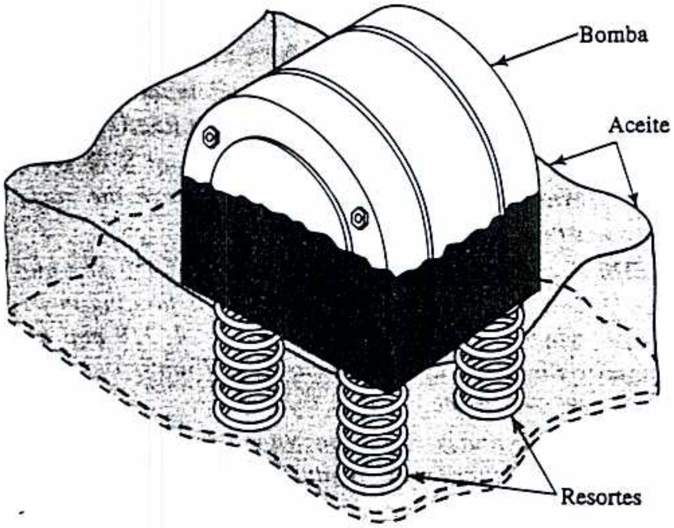


FIGURA 5.19 Problema 5.8.

5.11E Si las pesas de aluminio descritas en el problema 5.10 son colocadas fuera del tambor, ¿qué volumen se requerirá?

5.12 En la figura 5.20 se presenta un cubo que flota en un fluido. Derive una expresión que relacione la profundidad sumergida X, el peso específico del cubo y el peso específico del fluido.

5.13E Un hidrómetro es un dispositivo que se utiliza para indicar la gravedad específica de los líquidos. En la figura 5.21 se muestra el diseño de un hidrómetro en el cual la parte del fondo consiste en un cilindro hueco con un diámetro de 1.00 pulg, y la parte superior consiste en un tubo de 0.25 pulg de diámetro. El hidrómetro vacío pesa 0.020 lb. ¿Qué peso de balines de acero deberá agregársele para hacer que el hidrómetro flote en agua dulce en la posición indicada en la figura? (Observe que esto es para una gravedad específica de 1.00.)

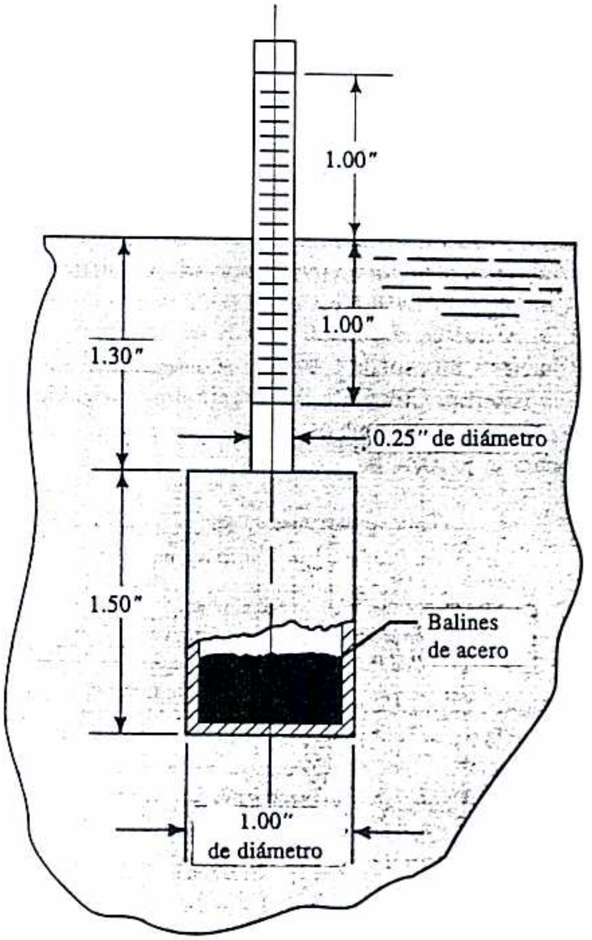
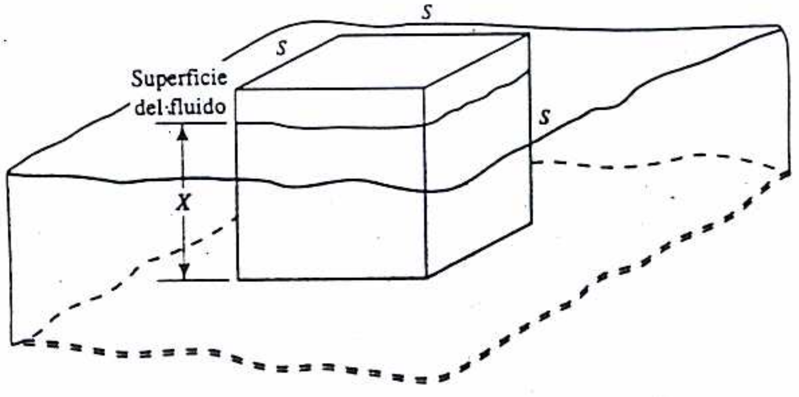


FIGURA 5.21 Hidrómetro para los problemas 5.13, 5.14 y 5.15.

FIGURA 5.20 Problemas 5.12 y 5.60.



5.14E Para el hidrómetro diseñado en el problema 5.13, ¿cuál será la gravedad específica del fluido en el que el hidrómetro flotará hasta la marca superior?

5.15E Para el hidrómetro diseñado en el problema 5.13, ¿cuál será la gravedad específica del fluido en el que el hidrómetro flotará hasta la marca inferior?

5.16E Una boya debe soportar un paquete de instrumentos en forma de cono, de la manera en que se muestra en la figura 5.22. La boya está hecha con un material uniforme que tiene un peso específico de 8.00 lb/pies^3. Al menos 1.50 pies de la boya debe estar por encima de la superficie del agua del océano para que sea segura y se pueda ver. Calcule el máximo peso permitido para el paquete de instrumentos.

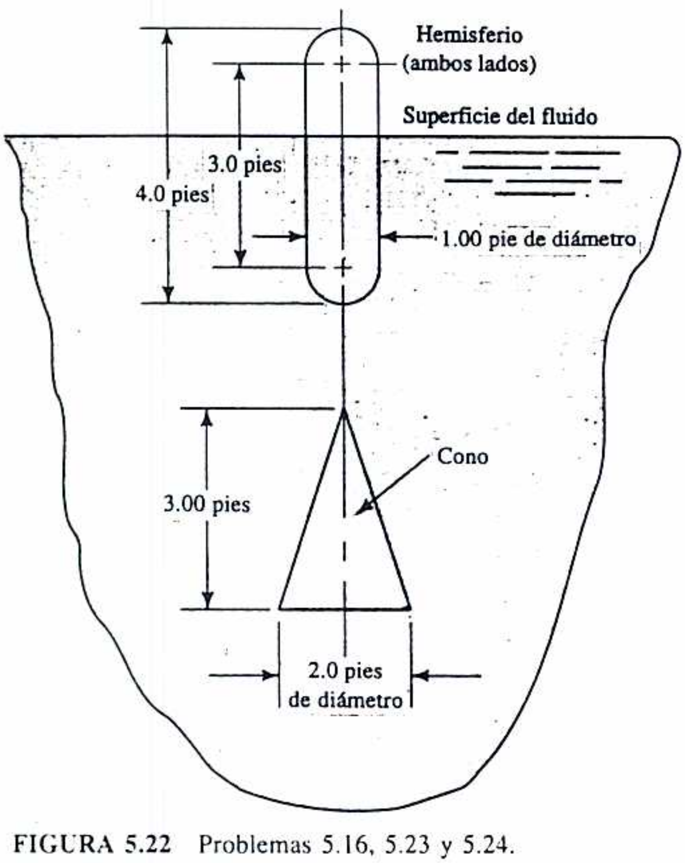


FIGURA 5.22 Problemas 5.16, 5.23 y 5.24.

5.17E Un cubo tiene 18.00 pulg de lado. Está hecho de acero cuyo peso específico es de 491 lb/pies^3. ¿Qué fuerza se requiere para mantenerlo en equilibrio bajo agua dulce?

5.18E Un cubo tiene 18.00 pulg de lado. Está hecho de acero cuyo peso específico es de 491 lb/pies^3. ¿Qué fuerza se requiere para mantenerlo en equilibrio bajo mercurio?

5.19M *Un barco tiene una masa de 292 Mg. Calcule el volumen de agua de mar que desplazará cuando está flotando.*

5.20M *Un témpano de hielo tiene un peso específico de 8.72 kN/m^3. ¿Qué porción de su volumen está por encima de la superficie cuando se encuentra en el océano?*

5.21M *Un tronco cilíndrico tiene un diámetro de 450 mm y una longitud de 6.75 m. Cuando el tronco está flotando en agua dulce con su eje más largo horizontal, 110 mm de su diámetro están por encima de la superficie. ¿Cuál es el peso específico de la madera del tronco?*

5.22M *El cilindro que se muestra en la figura 5.23 está hecho con un material uniforme. ¿Cuál es su peso específico?*

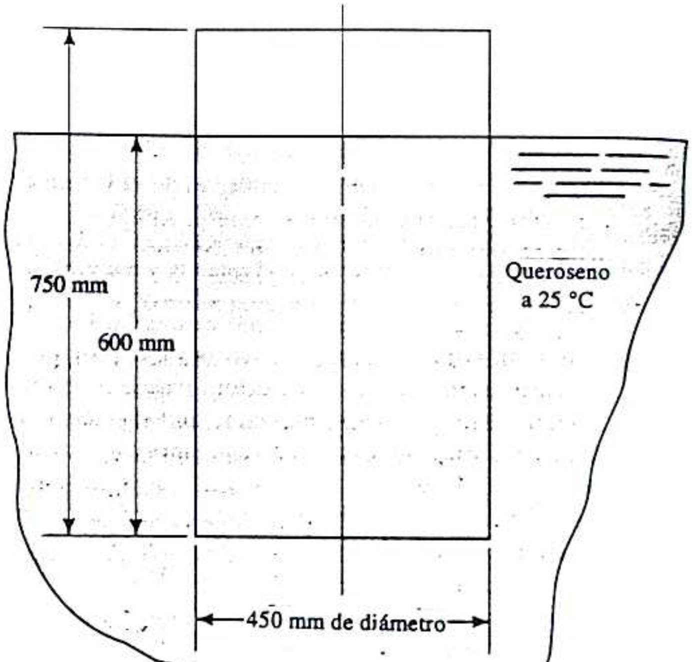
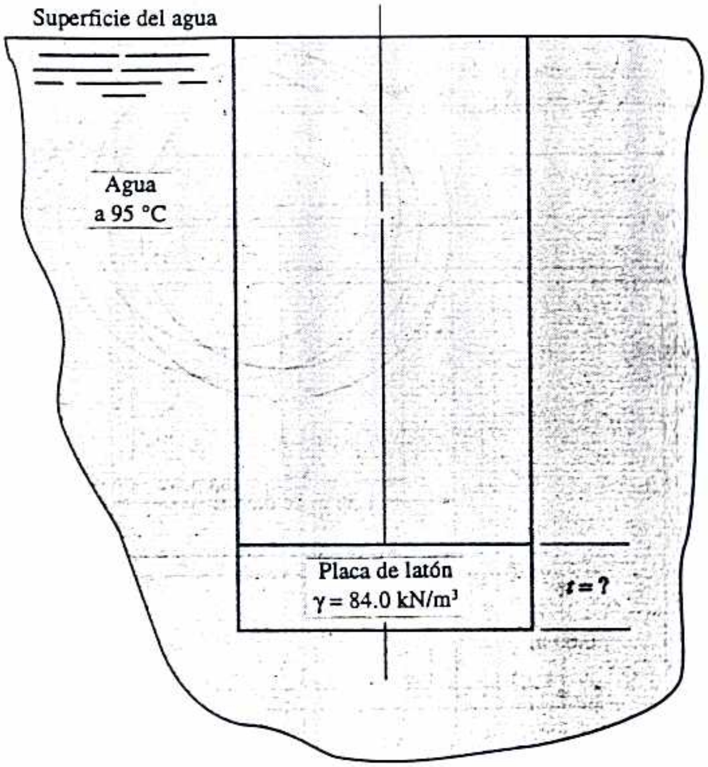


FIGURA 5.23 Problemas 5.22, 5.24 y 5.52.

5.23M *Si el cilindro del problema 5.22 está colocado en agua dulce a 95 °C, ¿qué tanto de su altura estaría por encima de la superficie?*

5.24M *Un peso de latón va a ser colocado en el fondo del cilindro descrito en los problemas 5.22 y 5.23, de modo que el cilindro quede completamente sumergido y neutralmente flotante en agua a 95 °C. El latón*

FIGURA 5.24 Problemas 5.24 y 5.25.



deberá ser un cilindro con el mismo diámetro que el cilindro original mostrado en la figura 5.24. ¿Cuál es el grueso requerido del latón?

5.25M *Para el cilindro con la placa de latón (descrito en el problema 5.24), ¿qué sucederá si el agua fuera enfriada a 15 °C?*

5.26M *Para el cilindro compuesto que se muestra en la figura 5.25, ¿qué grosor de latón se requiere para ocasionar que el cilindro flote en la posición deseada en tetracloruro de carbono a 25 °C?*

5.27M *Un recipiente diseñado para un experimento especial tiene un cilindro hueco en su parte superior y un hemisferio sólido en su parte inferior, como se muestra en la figura 5.26. ¿Cuál deberá ser el peso total del recipiente si deberá colocarse derecho, sumergido hasta una profundidad de 0.75 m, en un fluido cuya gravedad específica es de 1.16?*

5.28M *Una taza de hule espuma ligero, parecida a las tazas desechables de café, tiene un peso de 0.05 N, un diámetro uniforme de 82.0 mm y una longitud de 150 mm. ¿Cuánto de su altura estará sumergida si se le coloca en agua?*

5.29M *Una taza de hule espuma ligero parecida a las tazas desechables de café, tiene un peso de 0.05 N. Se coloca una barra de acero dentro de la taza. La barra tiene un peso específico de 76.8 kN/m^3, un diámetro de 38.0 mm y una longitud de 80.0 mm. ¿Cuánto de la*

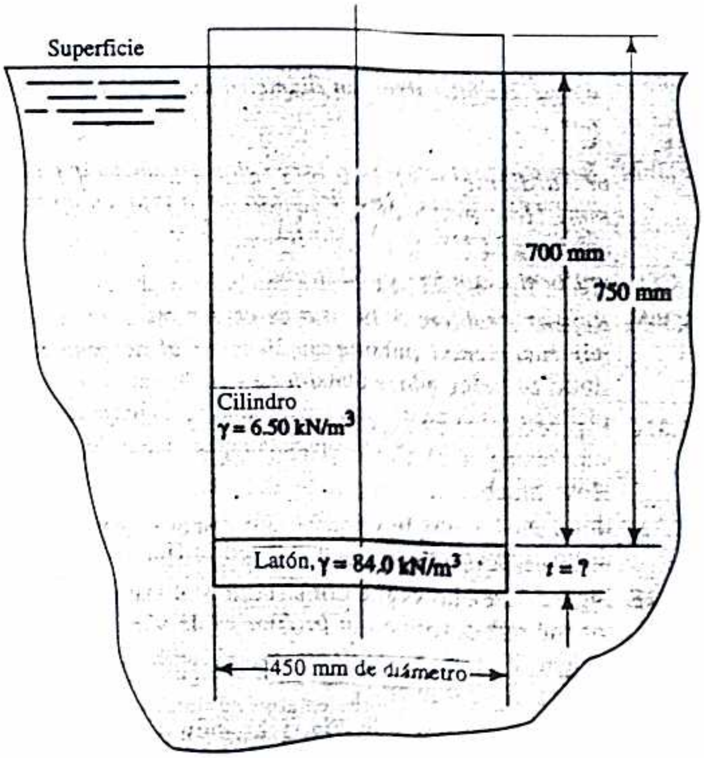
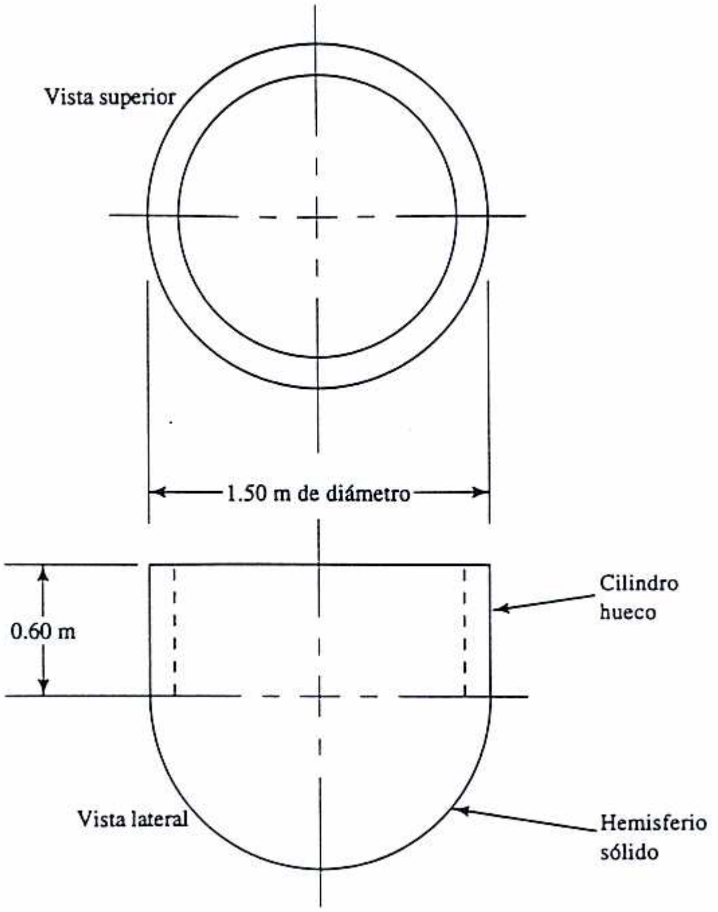


FIGURA 5.25 Problemas 5.26 y [illegible]

FIGURA 5.26 Problemas 5.27 5.48.



altura de la taza estará sumergida si se le coloca en agua? La taza tiene un diámetro uniforme de 82.0 mm.

5.30M *Repita el problema 5.29, pero considere ahora que la barra está atada fuera del fondo de la taza, en lugar de encontrarse dentro de ella.*

5.31E En la figura 5.27 se muestra una balsa hecha con cuatro tambores vacíos que sirven de soporte a una plataforma. Cada tambor pesa 30 lb. ¿Cuánto peso en total, considerando la plataforma y cualquier otro peso colocado encima de ella, puede soportar la balsa cuando los tambores están completamente sumergidos en agua dulce?

5.32E En la figura 5.28 se presentan los planos de construcción de la plataforma de la balsa descrita en el problema 5.31. Calcule su peso si se le construye con una madera cuyo peso específico es de 40.0 lb/pies^3.

5.33E Para la balsa que se muestra en la figura 5.27, ¿qué porción de los tambores estarán sumergidos cuando solamente soportan a la plataforma? Remítase a los problemas 5.31 y 5.32 para la obtención de los datos necesarios.

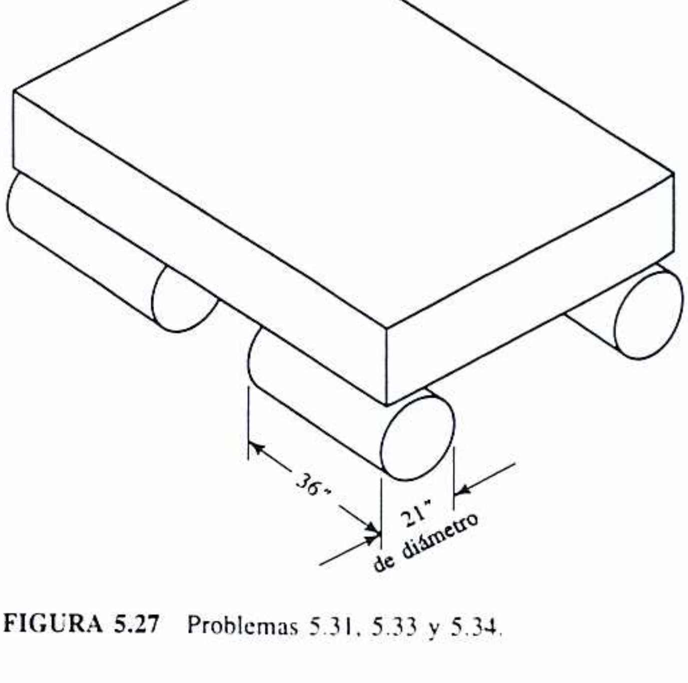


FIGURA 5.27 Problemas 5.31, 5.33 y 5.34.

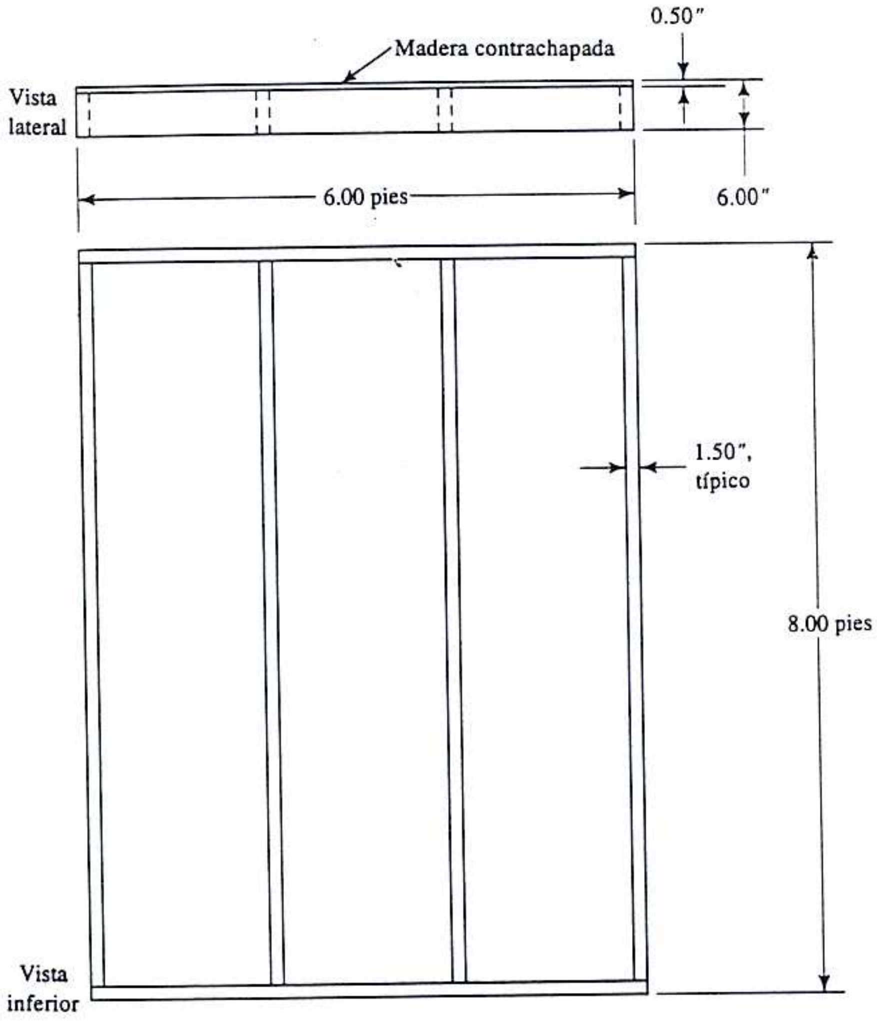
FIGU
balsa d

5.34E

5.35E

5.36E D

FIGURA 5.28 Construcción de la balsa de los problemas 5.32 y 5.34.



5.34E Para la balsa y la plataforma mostradas en las figuras 5.27 y 5.28 y descritas en los problemas 5.31 y 5.32, ¿qué peso extra hará que los tambores y la plataforma estén sumergidos? Suponga que no queda aire atrapado debajo de la plataforma.

5.35E Un flotador colocado en una bahía está hecho de hule espuma uniforme cuyo peso específico es de 12.00 lb/pies^3. Tiene la forma de un sólido rectangular de 18 pulgadas cuadradas y 40 pulgadas de largo. Un bloque de concreto (peso específico de 150 lb/pies^3) que pesa 600 lb en el aire es atado al flotador mediante un cable. La longitud del cable se ajusta de modo que 14.00 pulg de la altura del flotador esté por encima de la superficie del agua, con el eje mayor situado verticalmente. Calcule la tensión en el cable.

5.36E Describa cómo la situación presentada en el problema 5.35 cambiaría si el nivel del agua aumenta en 18 pulg durante la marea alta.

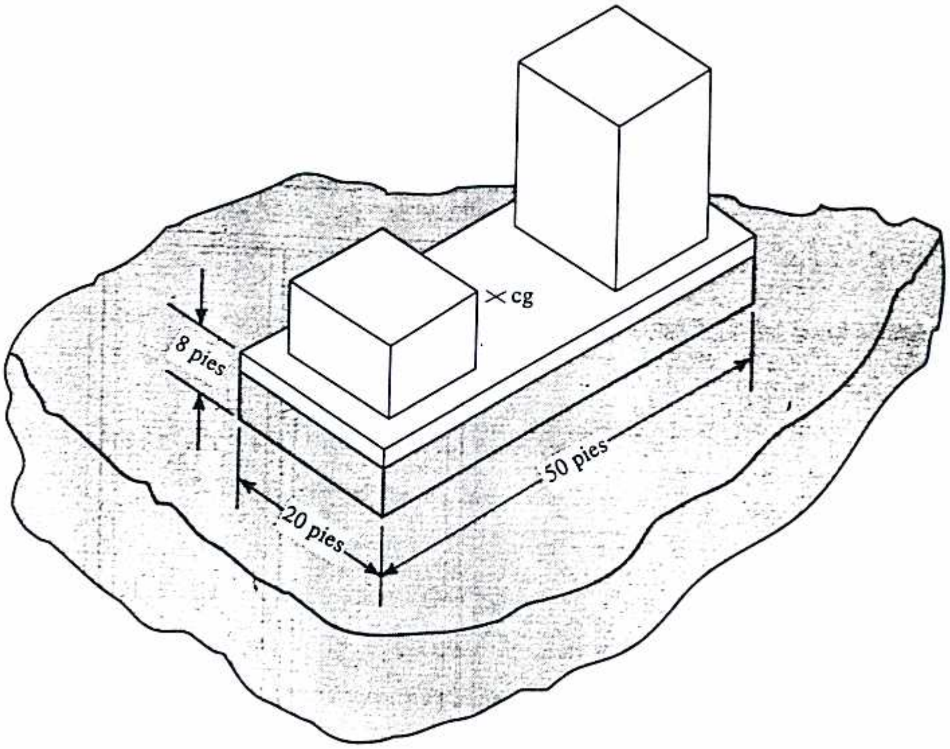
5.37E Un cubo de 6.00 pulg por lado está hecho de aluminio, con un peso específico de 0.100 lb/pies^3. Si el cubo está suspendido de un cable con la mitad de su volumen en agua y la otra mitad en aceite (sg = 0.85), ¿cuál es la tensión en el cable?

5.38E En la figura 4.55 (capítulo 4) se muestra un cilindro sólido asentado en el fondo de un tanque que contiene un volumen estático de fluido. Calcule la fuerza ejercida por el cilindro sobre el fondo del tanque para los datos siguientes: $D = 6.00$ pulg; $L = 10.00$ pulg; $\gamma_c =$ 0.284 lb/pulg^3 (acero); $\gamma_f = 62.4$ lb/pies^3; $h = 30.00$ pulg.

Estabilidad

5.39M *Un bloque cilíndrico de madera tiene 1.00 m de diámetro y 1.00 m de longitud, y posee un peso específico de 8.00 kN/m^3. ¿Flotará de manera estable en agua con su eje vertical?*

FIGURA 5.29 Problema 5.41.



5.40E Un contenedor para un faro de emergencia tiene forma rectangular de 30.0 pulg de ancho, 40.0 pulg de largo y 22.0 pulg de altura. Su centro de gravedad está 10.50 pulg por encima de su base. El contenedor pesa 250 lb. ¿Será estable la caja si tiene el lado de 30 × 40 pulg paralelo a la superficie? Suponga que el líquido es agua dulce.

5.41E La gran plataforma que se muestra en la figura 5.29 lleva equipo y suministros a las instalaciones que se encuentran mar adentro. El peso total del sistema es de 450 000 lb, y su centro de gravedad está al mismo nivel que la parte superior de la plataforma, a 8.00 pies del fondo. ¿Estará estable la plataforma en el océano si tiene la posición mostrada en la figura?

5.42E ¿El flotador cilíndrico mostrado en el problema 5.4 será estable si se le coloca en el fluido con su eje vertical?

5.43M *¿La boya descrita en el problema 5.5 será estable si se le coloca en el agua con su eje vertical?*

5.44M *¿El flotador descrito en el problema 5.6 será estable si se le coloca en el aceite con su superficie superior de manera horizontal?*

5.45E Un tambor hueco y cerrado que se encuentra vacío tiene un diámetro de 24.0 pulg, una longitud de 48.0 pulg y un peso de 70.0 lb. ¿Flotará de manera estable si se le coloca derecho en agua?

5.46E En la figura 5.30 se presenta una chalana de río que se utiliza para llevar materiales voluminosos. Supon-

ga q
tra c
merg
su e.

5.47E Rep
se a
sum
de g
ne e

5.48M *Par
to en
hem
grav
table*

5.49M *Par
prob
le c*

5.50M *Refi
de a
mayo
nera*

5.51M *Refir
de a
mayo
mane*

5.52M *El cil
prob
le pr*

5.53M *El ci
en la
estab*

5.54E Un d
cons
cuya

FIGURA 5.32

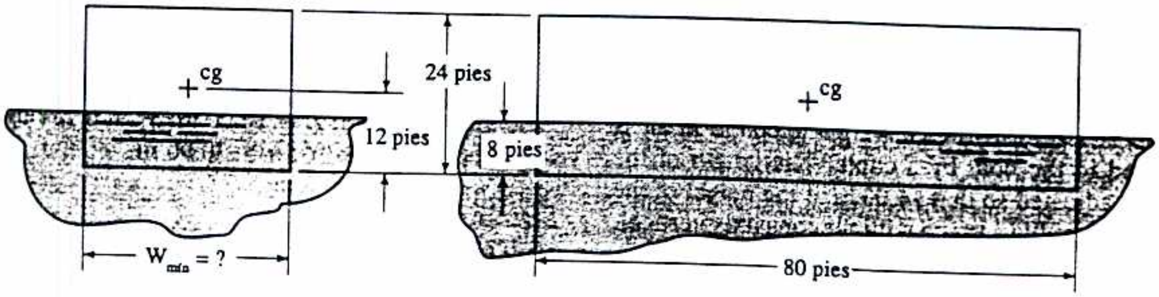


FIGURA 5.30 Problemas 5.46 y 5.47.

ga que el centro de gravedad de la chalana se encuentra en su centroide y que ésta flota con 8.00 pies sumergidos. Determine el ancho mínimo que asegurará su estabilidad en agua dulce.

5.47E Repita el problema 5.46, sólo que ahora suponga que se agrega carbón en trozo a la chalana, de modo que se sumerge a una profundidad de 16.0 pies y su centro de gravedad se eleva a 13.50 pies del fondo. Determine el grueso mínimo para que haya estabilidad.

5.48M *Para el vehículo mostrado en la figura 5.26 y descrito en el problema 5.27, suponga que flota justo con el hemisferio completo sumergido, y que su centro de gravedad está a 0.65 m de la parte superior. ¿Es estable en la posición en que se le presenta?*

5.49M *Para la taza de hule espuma que se describe en el problema 5.28, ¿flotará ésta de manera estable si se le coloca en el agua con su eje vertical?*

5.50M *Refiriéndose al problema 5.29, suponga que la barra de acero está colocada dentro de la copa con su eje mayor en posición vertical. ¿Flotará la copa de manera estable?*

5.51M *Refiriéndose al problema 5.30, suponga que la barra de acero está unida al fondo de la taza con su eje mayor en posición horizontal. ¿Flotará la copa de manera estable?*

5.52M *El cilindro mostrado en la figura 5.23 y descrito en el problema 5.22, ¿será estable en la posición en que se le presenta?*

5.53M *El cilindro junto con la placa de latón que se muestra en la figura 5.25 y descrito en el problema 5.26, ¿será estable en la posición en la que se le presenta?*

5.54E Un diseño propuesto como parte de un dique marino consiste en un sólido rectangular que pesa 3840 lb. y cuyas dimensiones son 8.00 pies por 4.00 pies por

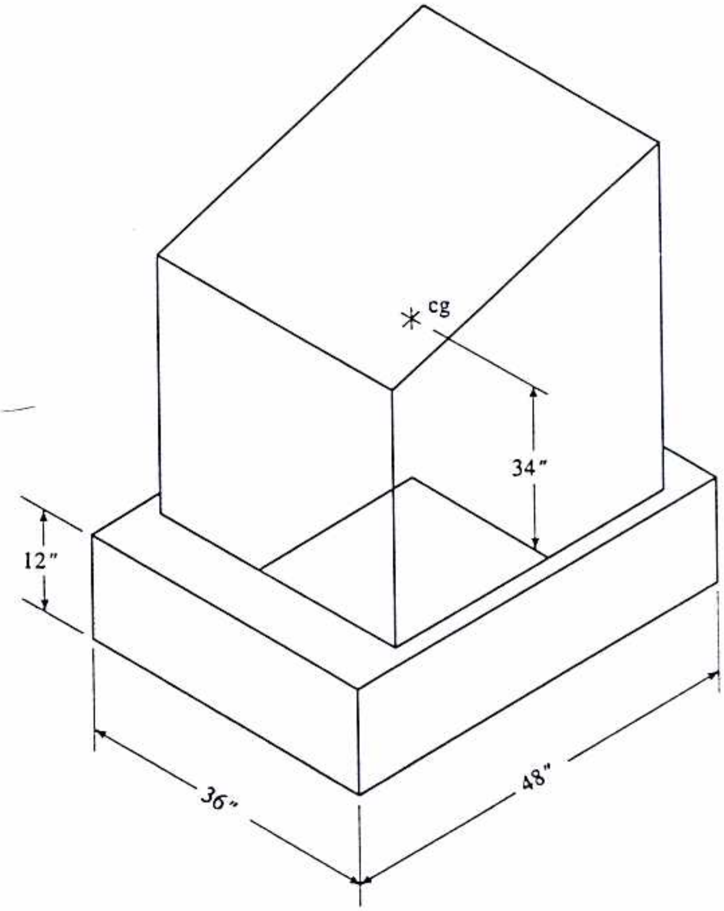


FIGURA 5.31 Problema 5.55.

FIGURA 5.32 Problema 5.59.

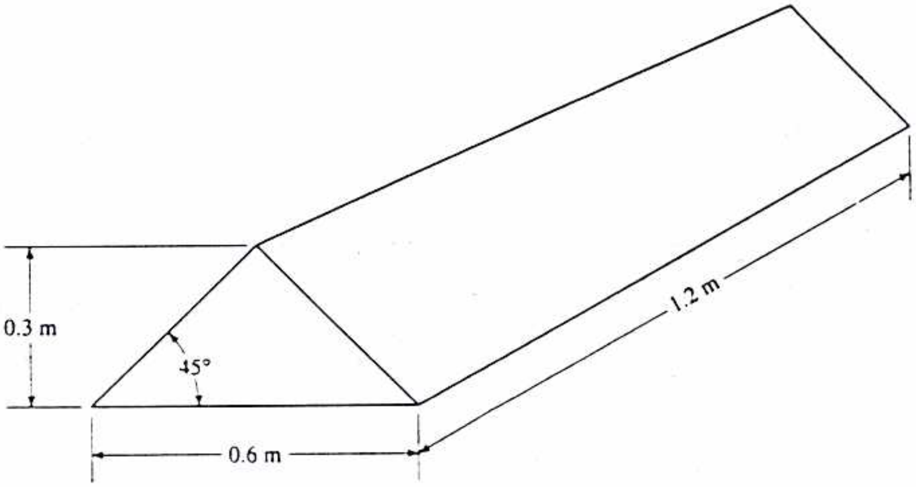
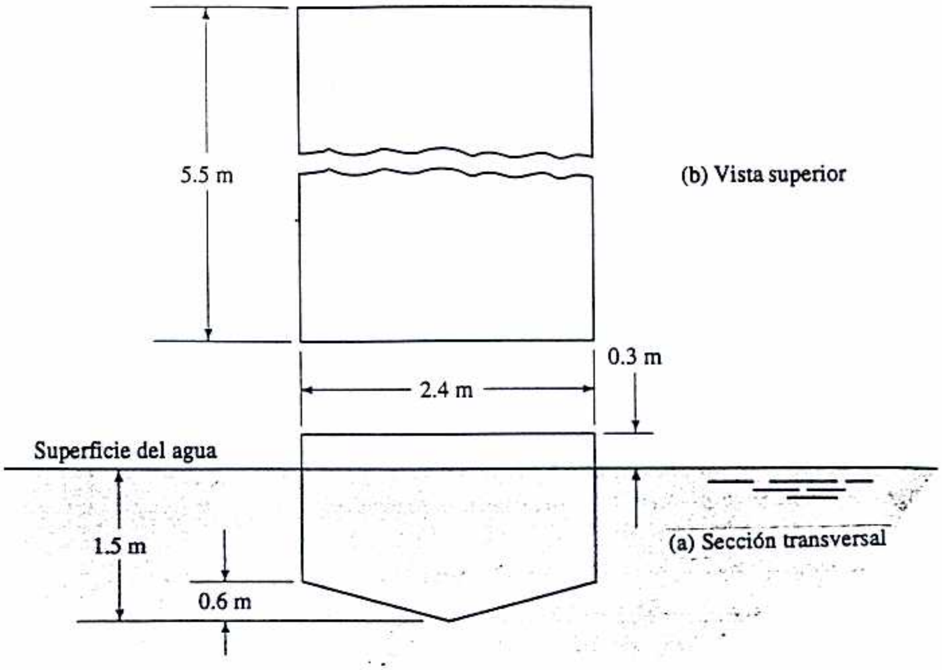


FIGURA 5.33 Problema 5.61.



2.00 pies. El lado correspondiente a los 8.00 pies debe estar en posición vertical. ¿Este objeto flotará en agua marina?

5.55E Se está diseñando una plataforma como soporte de equipo para combatir la contaminación del agua. Como se muestra en la figura 5.31, su base tiene 36.00 pulg de ancho, 48.00 pulg de largo y 12.00 pulg de altura. El sistema completo pesa 130 lb, y su centro de gravedad está a 34.0 pulg por encima de la superficie superior de la plataforma. ¿Será el sistema propuesto estable cuando flote en agua marina?

5.56E Un bloque de madera con un peso específico de 32 lb/pies^3 tiene dimensiones de 6 por 6 por 12 pulgadas. Si se le coloca en aceite (sg = 0.90) con la superficie de 6 por 12 pulgadas paralela a la superficie, ¿será estable?

5.57E Una barcaza tiene 60 pies de largo, 20 pies de ancho y 8 pies de profundidad. Cuando se encuentra vacía, su peso es de 210 000 lb y su centro de gravedad está 1.5 pies por encima del fondo. ¿Es estable cuando flota en agua?

5.58E Si la barcaza del problema 5.57 está cargada con 240 000 lb de carbón suelto que posee una densidad promedio de 45 lb/pies^3 ¿cuánto de la barcaza estará por debajo del agua? ¿Es estable?

5.59M *Una pieza de corcho cuyo peso específico es de 2.36 kN/m^3 tiene la forma que se muestra en la figura 5.32. (a) ¿A qué profundidad se hundirá en trementina (sg = 0.87) si se le coloca con la orientación de la figura? (b) ¿Es estable en esta posición?*

5.60M *En la figura 5.20 se muestra un cubo que flota en un fluido. (a) Derive una expresión para la profundidad de inmersión X que asegurará que el cubo es estable en la posición mostrada. (b) Utilizando la expresión derivada en el inciso (a), determine la distancia, X, requerida para un cubo de 75 mm por lado.*

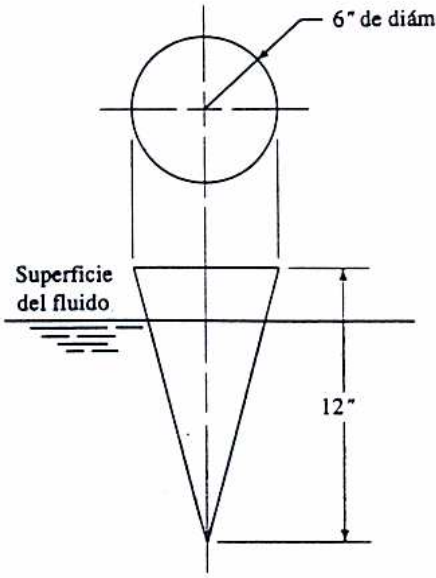


FIGURA 5.34 Problema 5.62.

5.61M *Un bote tiene la sección transversal que se muestra en la figura 5.33(a). Su geometría en la línea del agua se muestra en la figura 5.33(b). El casco es sólido. ¿Es el bote estable?*

5.62E (a) Si el cono que se presenta en la figura 5.34 está hecho de madera de pino, cuyo peso específico es de 30 lb/pies^3 ¿será estable si flota en agua en la posición mostrada? (b) ¿Sería estable si estuviera hecho de madera de teca, cuyo peso específico es de 55 lb/pies^3?

TAREAS DE PROGRAMACIÓN EN COMPUTADORA

1. Escriba un programa para evaluar la estabilidad de un cilindro circular colocado en un fluido con su eje en posición vertical. Haga que el programa pida los datos de entrada: diámetro, longitud y peso (o peso específico) del cilindro; localización del centro de gravedad, y peso específico del fluido. Obtenga, para la posición del cilindro cuando está flotando, la localización del centro de flotabilidad y del metacentro. Compare la localización del metacentro con la del centro de gravedad para evaluar la estabilidad.
2. Para cualquier cilindro de densidad uniforme, que se encuentre flotando en cualquier fluido y que contenga un volumen específico, varíe el diámetro desde un valor pequeño a uno grande en incrementos elegidos de antemano. Luego calcule la altura requerida del cilindro para obtener el volumen especificado. Finalmente, evalúe la estabilidad del cilindro si se encuentra colocado con su eje en posición vertical.
3. Para los resultados obtenidos en la Tarea de programación 2, calcule la altura metacéntrica (como se le describió en la Sección 5.6). Grafique la altura metacéntrica contra el diámetro del cilindro.
4. Escriba un programa para evaluar la estabilidad de un bloque rectangular colocado en un fluido en una orientación específica. Haga que el programa pida los datos de entrada: longitud, ancho, altura, peso (o peso específico) del bloque; localización del centro de gravedad y peso específico del fluido. Obtenga, para la posición del bloque cuando está flotando, la localización del centro de flotabilidad y del metacentro. Compare la localización del metacentro con la del centro de gravedad para evaluar su estabilidad.
5. Escriba un programa para determinar la estabilidad de un bloque rectangular con longitud y altura dadas, conforme varía el ancho. Haga que el programa le pida como datos de entrada la longitud, la altura, el peso (o peso específico) del bloque y el peso específico del fluido. Varíe el ancho en incrementos seleccionados de antemano desde valores pequeños hasta grandes, y calcule el intervalo de anchos para los cuales la altura metacéntrica es positiva, es decir, cuyo diseño sería estable. Trace una gráfica de la altura metacéntrica contra el ancho.

6 Flujo de fluidos y la ecuación de Bernoulli

6.1 OBJETIVOS

El material que presentamos en los capítulos 6 a 12 tiene que ver, principalmente, con el flujo de fluidos en conductos y tubos circulares cerrados y con los dispositivos utilizados para controlar el flujo. Analizaremos aplicaciones que implican sistemas de potencia de fluido, sistemas de distribución de fluidos, bombas, turbinas, válvulas, codos y otros conectores. Las técnicas de análisis de muchas situaciones diferentes se presentan primero. Después, en los capítulos 11 y 12, estas técnicas se combinan para obtener la solución de problemas de líneas de tubería más complejas.

Cuando tratamos el flujo en conductos y en tubos, supondremos que el fluido llena completamente el área de flujo disponible, a menos que se diga lo contrario. El análisis del flujo de canal abierto se presenta en el capítulo 13.

La mayoría de los problemas concernientes al flujo de fluidos en conductos y tubos implican la predicción de las condiciones en una sección de un sistema, cuando se conocen las condiciones de alguna otra sección. Esto se ilustra en la figura 6.1, en la que se muestra una parte de un sistema de distribución de fluido con el flujo corriendo de la sección 1, en el fondo, a la sección 2, en la parte superior. En cualquier sección de dicho sistema, por lo general estamos preocupados por la presión del fluido, la velocidad del flujo y la elevación de la sección. Recuerde, *elevación* es el término utilizado para definir la distancia vertical desde algún nivel de referencia a un punto de interés, y se le representa con la letra z. Cuando tratamos con conductos y tubos, medimos la elevación a la línea central de la sección de interés.

Después de haber terminado el estudio de este capítulo, usted deberá ser capaz de:

1. Definir *rapidez de flujo de volumen* y sus unidades.
2. Definir *rapidez de flujo de peso* y sus unidades.
3. Definir *rapidez de flujo de masa* y sus unidades.
4. Definir *flujo estable*.
5. Definir el *principio de continuidad*.
6. Escribir la ecuación de continuidad y utilizarla para relacionar la masa, el área y la velocidad de flujo entre dos puntos de un sistema de flujo de fluido.
7. Describir cuatro tipos de conductos y tuberías disponibles comercialmente: tubo de acero, tubo de hierro dúctil, tubería de acero y tubería de cobre.
8. Especificar el tamaño deseable del tubo o de la tubería para que conduzca una cantidad de flujo de fluido a una velocidad específica.
9. Establecer velocidades recomendadas de flujo y tasas de flujo de volumen típicas para varios tipos de sistemas.
10. Establecer el principio de conservación de energía de la forma en que se aplica a los sistemas de flujo de fluidos.

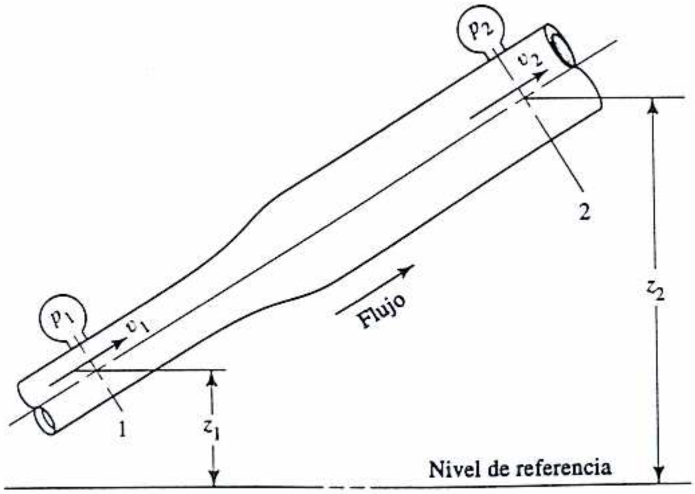


FIGURA 6.1 Parte de un sistema de distribución de fluido.

11. Definir *energía potencial, energía cinética* y *energía de flujo* y la forma en que se relacionan con los sistemas de flujo de fluido.
12. Aplicar el principio de conservación de la energía para desarrollar la *ecuación de Bernoulli.*
13. Definir los términos *cabeza de presión, cabeza de elevación, cabeza de velocidad* y *cabeza total.*
14. Establecer las restricciones en el uso de la ecuación de Bernoulli.
15. Aplicar la ecuación de Bernoulli a sistemas de flujo de fluidos.
16. Definir el *teorema de Torricelli.*
17. Calcular la rapidez de flujo de un fluido bajo una cabeza en caída.

6.2 RAPIDEZ DE FLUJO DE FLUIDO

La cantidad de flujo que fluye en un sistema por unidad de tiempo, se puede expresar mediante los tres términos que definimos a continuación.

Q	La *rapidez de flujo de volumen* es el volumen del flujo de fluido que pasa por una sección por unidad de tiempo.
W	La *rapidez de flujo de peso* es el peso de fluido que fluye por una sección por unidad de tiempo.
M	La *rapidez de flujo de masa* es la masa de fluido que fluye por una sección por unidad de tiempo.

El más importante de estos tres términos es la rapidez de flujo de volumen, Q, que se calcula con la ecuación:

RAPIDEZ DE FLUJO DE VOLUMEN

$$Q = Av \qquad (6–1)$$

en donde A es el área de la sección y v es la velocidad promedio del flujo. La unidades de Q se pueden derivar de la manera siguiente, utilizando unidades S como ejemplo:

$$Q = Av = \text{m}^2 \times \text{m/s} = \text{m}^3\text{/s}$$

La rapidez de flujo de peso, W, está relacionada con Q mediante la ecuación

RAPIDEZ DE FLUJO DE PESO

$$W = \gamma Q \tag{6–2}$$

en la que γ es el peso específico del fluido. Las unidades de W son entonces:

$$W = \gamma Q = \text{N/m}^3 \times \text{m}^3\text{/s} = \text{N/s}$$

La rapidez de flujo de masa, M, está relacionada con Q mediante la ecuación:

RAPIDEZ DE FLUJO DE MASA

$$M = \rho Q \tag{6–3}$$

en la que ρ es la densidad del fluido. Las unidades de M son, entonces:

$$M = \rho Q = \text{kg/m}^3 \times \text{m}^3\text{/s} = \text{kg/s}$$

TABLA 6.1 Rapidez de flujo.

Símbolo	Nombre	Definición	Unidades SI	Sistema Británico de Unidades
Q	Rapidez de flujo de volumen	$Q = Av$	$\text{m}^3\text{/s}$	$\text{pie}^3\text{/s}$
W	Rapidez de flujo de peso	$W = \gamma Q$ $W = \gamma A v$	N/s	lb/s
M	Rapidez de flujo de masa	$M = \rho Q$ $M = \rho A v$	kg/s	slugs/s

En la tabla 6.1 se resumen estos tres tipos de rapidez de flujo de fluido y en ella se dan las unidades estándar tanto en el Sistema Internacional como en el Británico de Unidades. Debido a que los metros cúbicos por segundo y los pies cúbicos por segundo son cantidades muy grandes para la rapidez de flujo, con frecuencia se utilizan otras unidades, como los litros por minuto (L/min)* y galones por minuto (gal/min o gpm; en este texto utilizaremos gal/min). Algunas conversiones de utilidad son:

$$\begin{aligned}
1.0\ \text{L/min} &= 16.67 \times 10^{-6}\ \text{m}^3\text{/s} \\
1.0\ \text{m}^3\text{/s} &= 60\,000\ \text{L/min} \\
1.0\ \text{gal/min} &= 3.785\ \text{L/min} \\
1.0\ \text{gal/min} &= 6.309 \times 10^{-5}\ \text{m}^3\text{/s} \\
1.0\ \text{pie}^3\text{/s} &= 449\ \text{gal/min}
\end{aligned}$$

En la tabla 6.2 se da una lista de la rapidez de flujo de volumen típica para diferentes tipos de sistemas.

---

* El símbolo internacional para litros es la letra minúscula "l", que puede ser confundida fácilmente con el número "1". El Consejo Métrico Nacional Norteamericano, con base en una recomendación del Departamento de Comercio de Estados Unidos, ha sugerido el símbolo "L" para su uso en dicho país.

TABLA 6.2 Rapidez de flujo de volumen típicas.

Rapidez de flujo (L/min)		Rapidez de flujo (gal/min)
10–100	Sistemas hidráulicos de aceite industrial	3–30
100–600	Sistemas hidráulicos para equipo móvil	30–150
40–4 500	Bombas centrífugas en procesos químicos	10–1 200
15–125	Bombas alternativas para el manejo de fluidos y lechadas pesadas	4–33
200–4 000	Bombas de control de flujo y de drenaje	50–1 000
40–15 000	Bombas centrífugas para manejo de desperdicios mineros	10–4 000
1 800–9 500	Bombas centrífugas para combate de fuego	500–2 500

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 6.1** Convierta una rapidez de flujo de 30 gal/min a pie³/s.

Solución La rapidez de flujo es:

$$Q = 30 \text{ gal/min} \left(\frac{1.0 \text{ pies}^3\text{/s}}{449 \text{ gal/min}}\right) = 6.68 \times 10^{-2} \text{ pies}^3\text{/s}$$

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 6.2** Convierta una rapidez de flujo de 600 L/min a m³/s.

Solución

$$Q = 600 \text{ L/min} \left(\frac{1.0 \text{ m}^3\text{/s}}{60\,000 \text{ L/min}}\right) = 0.010 \text{ m}^3\text{/s}$$

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 6.3** Convierta una rapidez de flujo de volumen de 30 gal/min a L/min.

Solución

$$Q = 30 \text{ gal/min} \left(\frac{3.785 \text{ L/min}}{1.0 \text{ gal/min}}\right) = 113.6 \text{ L/min}$$

6.3
ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

El método para calcular la velocidad de flujo de un fluido en un sistema de conductos cerrado, depende del principio de continuidad. Considere el tubo de la figura 6.1. Un fluido fluye de la sección 1 a la sección 2 con una rapidez constante. Esto es, la cantidad de fluido que pasa por cualquier sección en un cierto tiempo dado es constante. En este caso decimos que se tiene un *flujo constante*. Ahora bien, si no se agrega fluido, se almacena o se retira entre la sección 1 y la sección 2, entonces la masa de fluido que pasa por la sección 2 en un tiempo dado, debe ser la misma que la que fluye por la sección 1, en el mismo tiempo. Lo anterior se puede expresar en términos de la rapidez de flujo de masa como:

$$M_1 = M_2$$

o, puesto que $M = \rho A \upsilon$, tenemos:

ECUACIÓN DE CONTINUIDAD PARA CUALQUIER FLUIDO

$$\rho_1 A_1 \upsilon_1 = \rho_2 A_2 \upsilon_2 \qquad (6\text{–}4)$$

La ecuación (6–4) es un planteamiento matemático del principio de continuidad y se le conoce como *ecuación de continuidad*. Se utiliza para relacionar la densidad del fluido, el área de flujo y la velocidad de flujo en dos secciones de un sistema en el que existe un flujo estable. Es válida para todos los fluidos, ya sean gases o líquidos.

Si el fluido que se encuentra en el tubo de la figura 6.1 es un líquido que puede ser considerado incompresible, entonces los términos ρ_1 y ρ_2 de la ecuación (6–4) son iguales. La ecuación, entonces, queda:

ECUACIÓN DE CONTINUIDAD PARA LÍQUIDOS

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \tag{6–5}$$

o, puesto que $Q = A v$, tenemos:

$$Q_1 = Q_2$$

La ecuación (6–5) es la ecuación de continuidad aplicada a líquidos; establece que para un flujo estable, la rapidez de flujo de volumen es la misma en cualquier sección. También se le puede utilizar, con un error pequeño, para gases a baja velocidad, es decir, menor que 100 m/s.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 6.4** En la figura 6.1 el diámetro interior del tubo en las secciones 1 y 2 es de 50 mm y 100 mm respectivamente. Está fluyendo agua a 70 °C con una velocidad promedio de 8 m/s en la sección 1. Calcule lo siguiente:

(a) La velocidad en la sección 2
(b) La rapidez de flujo de volumen
(c) La rapidez de flujo de peso
(d) La rapidez de flujo de masa

Solución **(a)** Velocidad en la sección 2

De la ecuación (6–5) tenemos:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$v_2 = v_1 \left(\frac{A_1}{A_2}\right)$$

$$A_1 = \frac{\pi D_1^2}{4} = \frac{\pi (50\ \text{mm})^2}{4} = 1963\ \text{mm}^2$$

$$A_2 = \frac{\pi D_2^2}{4} = \frac{\pi (100\ \text{mm})^2}{4} = 7854\ \text{mm}^2$$

Entonces la velocidad en la sección 2 es:

$$v_2 = v_1 \left(\frac{A_1}{A_2}\right) = \frac{8.0\ \text{m}}{\text{s}} \times \frac{1963\ \text{mm}^2}{7854\ \text{mm}^2} = 2.0\ \text{m/s}$$

Observe que para el flujo estable de un líquido, a medida que aumenta el área de flujo, la velocidad disminuye. Esto es independiente de la presión y de la elevación.

(b) Rapidez de flujo de volumen, Q

De la tabla 6.1, $Q = A v$. Debido al principio de continuidad, podríamos utilizar las condiciones en la sección 1 o en la sección 2 para calcular Q. En la sección 1 tenemos

$$Q = A_1 v_1 = 1963\ \text{mm}^2 \times \frac{8.0\ \text{m}}{\text{s}} \times \frac{1\ \text{m}^2}{(10^3\ \text{mm})^2} = 0.0157\ \text{m}^3/\text{s}$$

(c) Rapidez de flujo de peso, W
De acuerdo con la tabla 6.1, $W = \gamma Q$. A 70 °C el peso específico del agua es de 9.59 kN/m^3. Entonces, la rapidez de flujo de peso es:

$$W = \gamma Q = \frac{9.59\ \text{kN}}{\text{m}^3} \times \frac{0.0157\ \text{m}^3}{\text{s}} = 0.151\ \text{kN/s}$$

(d) Rapidez de flujo de masa, M
De acuerdo con la tabla 6.1, $M = \rho Q$. A 70 °C la densidad del agua es de 978 kg/m^3. Entonces la rapidez de flujo de masa es:

$$M = \rho Q = \frac{978\ \text{kg}}{\text{m}^3} \times \frac{0.0157\ \text{m}^3}{\text{s}} = 15.36\ \text{kg/s}$$

EJEMPLO ILUSTRATIVO 6.5 En una sección de un sistema de distribución de aire, el conducto tiene un área cuadrada de 12 pulgadas cuadradas, y el aire, a 14.7 lb/pulg^2 absoluta y 100 °F, tiene una velocidad promedio de 1200 pies/min. En otra sección del mismo sistema, el conducto es redondo y tiene un diámetro de 18 pulg, y la velocidad se mide en 900 pies/min. Calcule la densidad del aire en la sección redonda y la rapidez de flujo de peso del aire en libras por hora. A 14.7 lb/pulg^2 absoluta y 100 °F, la densidad del aire es de 2.20×10^{-3} slugs/pie^3 y su peso específico es de 7.09×10^{-2} lb/pie^3.

Solución De acuerdo con la ecuación de continuidad para los gases, ecuación (6–4), tenemos:

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

Así pues, podemos calcular el área de las dos secciones y resolver para ρ_2:

$$\rho_2 = \rho_1 \left(\frac{A_1}{A_2}\right)\left(\frac{v_1}{v_2}\right)$$

$$A_1 = (12\ \text{pulg})(12\ \text{pulg}) = 144\ \text{pulg}^2$$

$$A_2 = \frac{\pi D_2^2}{4} = \frac{\pi (18\ \text{pulg})^2}{4} = 254\ \text{pulg}^2$$

Entonces, la densidad del aire en la sección redonda es:

$$\rho_2 = (2.20 \times 10^{-3}\ \text{slugs/pie}^3)\left(\frac{144\ \text{pulg}^2}{254\ \text{pulg}^2}\right)\left(\frac{1200\ \text{pie/min}}{900\ \text{pie/min}}\right)$$

$$\rho_2 = 1.66 \times 10^{-3}\ \text{slugs/pie}^3$$

La rapidez de flujo de peso se puede encontrar en la sección 1, de la ecuación $W = \gamma_1 A_1 v_1$. Por consiguiente, la rapidez de flujo de peso es:

$$W = \gamma_1 A_1 v_1$$

$$W = (7.09 \times 10^{-2}\ \text{lb/pie}^3)(144\ \text{pulg}^2)\left(\frac{2100\ \text{pie}}{\text{min}}\right)\left(\frac{1\ \text{pie}^2}{144\ \text{pulg}^2}\right)\left(\frac{60\ \text{min}}{\text{h}}\right)$$

$$W = 5100\ \text{lb/h}$$

6.4 CONDUCTOS Y TUBERÍAS COMERCIALMENTE DISPONIBLES

Los diámetros reales internos y externos de conductos y tubos estándar disponibles comercialmente, pueden ser bastante diferentes del tamaño nominal dado. En esta sección describiremos varios tipos de conductos y tubos utilizados ampliamente. En los apéndices se dan los datos correspondientes al diámetro exterior, diámetro interior, grueso de pared y área de flujo para algunos de tales tipos. Los tamaños nominales para los conductos comercialmente disponibles todavía están en unidades de pulgadas, a pesar de que la adopción del SI es una tendencia internacional. Puesto que el tamaño nominal se utiliza solamente para el diseño de ciertos conductos o tuberías, en el presente libro se utilizará el tamaño estándar convencional. Sin embargo, como se puede apreciar en los apéndices F, G, H e I, las dimensiones están dadas en milímetros (mm) para los diámetros interior y exterior y para el grueso de las paredes. El área de flujo está dada en metros cuadrados (m^2) para ayudarle a mantener la consistencia de unidades en los cálculos. Los datos también se dan en el Sistema Británico de Unidades.

6.4.1
Conducto de acero

Las líneas de conductos para propósitos generales, a menudo, están construidas de acero. Los tamaños estándar de los conductos de acero están diseñados de acuerdo con el tamaño nominal y el número de calibre. Los números de calibre están relacionados con la presión de operación permisible y con la tensión permitida del acero en el conducto. El intervalo de números de calibre va de 10 a 160, y los números más grandes indican un grosor mayor en las paredes del conducto. Como todos los calibres de conductos de un tamaño nominal dado tienen el mismo diámetro externo, los calibres más grandes tienen un diámetro interno más pequeño. La serie más completa de conductos de acero disponibles son los Calibres 40 y 80. En el apéndice F se dan los datos correspondientes a estos dos calibres tanto en unidades SI como en las del Sistema Británico de Unidades.

Remítase a la Norma ANSI/ASME 31.1-1992, *Power Pipping* (Conductos de Potencia), en donde se da un método para calcular el mínimo grueso de pared aceptable para conductos. Consulte la referencia 1.

6.4.2
Tubos de acero

Los tubos estándar de acero se utilizan en sistemas hidráulicos, condensadores, intercambiadores de calor, sistemas de combustible de motores y en sistemas industriales de procesamiento de fluidos. Los tamaños están diseñados según el diámetro externo y el grueso de las paredes. En el apéndice G se presentan los tamaños estándar desde $^1/_8$ de pulgada hasta 2 pulgadas, para varios gruesos de pared. Existen disponibles otros grosores de pared.

6.4.3
Tubos de cobre

Las líneas de plomería doméstica, para refrigeración y de aire comprimido, con frecuencia utilizan tuberías de cobre manufacturadas como del Tipo K o del Tipo L. El Tipo K tiene un mayor grosor de pared y es recomendable para instalaciones subterráneas. El Tipo L es adecuado para tuberías domésticas de propósito general. El tamaño nominal de los tubos de cobre es de $^1/_8$ de pulgada, menos el diámetro exterior real del tubo. En el apéndice H se presentan los datos correspondientes al grueso de pared, diámetro interior y área de flujo, para tubos del Tipo K.

6.4.4
Conductos de hierro dúctil

A menudo, las líneas de conducto de agua, gas y drenaje se hacen con hierro dúctil, debido a su resistencia, ductilidad y relativa facilidad de manejo. Ha sustituido al hierro forjado en muchas aplicaciones. Junto con los tubos, se proporcionan conectores estándar para la instalación adecuada de la tubería, ya sea subterránea o no. Varias clases de conductos de hierro dúctil están disponibles para su uso en sistemas que manejan un intervalo de presiones. En el apéndice I se presentan las dimensiones del conducto Clase 150, para operar a 150 lb/pulg^2 (1.03 MPa) en tamaños nominales que van de 3 a 24 pulgadas. Los diámetros reales interno y externo son mayores que los tamaños nominales.

6.4.5

Otros tipos de conductos y tuberías

Los conductos de latón se utilizan con fluidos corrosivos, al igual que el acero inoxidable. Otros materiales utilizados son el aluminio, el plomo, el estaño, arcilla vitrificada, concreto y muchos tipos de plástico, como el polietileno, el nailon y el cloruro de polivinil (PVC).

6.4.6

Áreas de círculos de tamaño estándar

Cuando los problemas del presente libro identifican un tamaño y tipo particular de conducto o tubería, busque en la tabla apéndice correspondiente los diámetros y áreas de flujo necesarios. Cuando se dan los diámetros reales, usted puede calcular el área con la fórmula $A = \pi D^2/4$. Por conveniencia, en el apéndice J se dan las áreas en pies^2 para círculos que van desde 0.25 pulg hasta 24 pulg. Los diámetros en unidades SI también se presentan desde 6 mm hasta 600 mm, y las áreas se dan en m^2.

6.5

VELOCIDAD DE FLUJO RECOMENDADA EN CONDUCTOS Y TUBERÍAS

Los factores que afectan la elección de una velocidad de flujo satisfactoria en los sistemas de fluidos son numerosos. Algunos de los más importantes son el tipo de fluido, la longitud del sistema de flujo, el tipo de conducto o de tubo, la caída de presión que se puede tolerar, los dispositivos (como bombas, válvulas, etc.), que se pueden conectar al conducto o a la tubería, la temperatura, la presión y el ruido.

Cuando analizamos la ecuación de continuidad en la Sección 6.3, aprendimos que la velocidad de flujo aumenta a medida que disminuye el área de la trayectoria de flujo. Por consiguiente, los tubos más pequeños producirán altas velocidades, y, al contrario, los tubos más grandes proporcionarán bajas velocidades. Más adelante explicaremos que las pérdidas de energía y las correspondientes caídas de presión aumentan drásticamente a medida que aumenta la velocidad de flujo. Es por esta razón que se hace deseable mantener las velocidades bajas. Pero, debido a que los tubos y los conductos grandes son más costosos, es necesario establecer algunas limitaciones.

Una velocidad de flujo razonable para sistemas de distribución de fluido es de aproximadamente 3.0 m/s (alrededor de 10 pies/s). Esto se puede aplicar a agua, aceite y otros líquidos de uso común en conductos, fuera de las salidas de las bombas. Un desempeño apropiado de una bomba requiere velocidades más bajas en su entrada, aproximadamente 1.0 m/s (alrededor de 3 pies/s). En la tabla 6.3 se presentan lineamientos generales para las velocidades de flujo en sistemas hidráulicos de aceite de potencia de fluido. En el capítulo 15 se presenta un tratamiento más extenso sobre velocidades de flujo y tamaños de conducto recomendados.

TABLA 6.3 Velocidades de flujo recomendadas en sistemas de potencia de fluido.

	Unidades SI	**Unidades del Sistema Británico**
Entradas a bombas: (Líneas de succión)	0.6 a 2.2 m/s	2.0 a 7.0 pies/s
Salidas de bombas: (Líneas de descarga o de presión)	2.4 a 7.5 m/s	8.0 a 25.0 pies/s
Líneas de retorno:	0.6 a 2.6 m/s	2.0 a 8.5 pies/s

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 6.6**

Determine la rapidez de flujo máxima permitida, en L/min, que puede producirse en un tubo de acero estándar que tiene un diámetro externo de 1.25 pulg y 0.065 pulg de grosor en las paredes, si la velocidad máxima debe ser 3.0 m/s.

Solución Utilizando la definición de rapidez de flujo de volumen, tenemos:

$$Q = Av$$

$$A = 6.356 \times 10^{-4}\ \text{m}^2 \qquad \text{(del apéndice G)}$$

Entonces encontramos la rapidez de flujo:

$$Q = (6.356 \times 10^{-4}\ \text{m}^2)(3.0\ \text{m/s}) = 1.907 \times 10^{-3}\ \text{m}^3/\text{s}$$

Convirtiendo a L/min, tenemos:

$$Q = 1.907 \times 10^{-3}\ \text{m}^3/\text{s}\left(\frac{60\,000\ \text{L/min}}{1.0\ \text{m}^3/\text{s}}\right) = 114\ \text{L/min}$$

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 6.7** Determine el tamaño requerido de conducto de acero Calibre 40 estándar que lleve 3200 L/min de agua con una velocidad máxima de 6.0 m/s.

Solución Como Q y v son conocidas, el área requerida se puede hallar de:

$$Q = Av$$

$$A = Q/v$$

Primero debemos convertir la rapidez de flujo de volumen a unidades de m³/s:

$$Q = 3200\ \text{L/min}\left(\frac{1.0\ \text{m}^3/\text{s}}{60\,000\ \text{L/min}}\right) = 0.0533\ \text{m}^3/\text{s}$$

Entonces tenemos:

$$A = \frac{Q}{v} = \frac{0.0533\ \text{m}^3/\text{s}}{6.0\ \text{m/s}} = 0.008\,88\ \text{m}^2 = 8.88 \times 10^{-3}\ \text{m}^2$$

Esto se debe interpretar como el área *mínima* disponible, puesto que cualquier área menor produciría una velocidad mayor que 6.0 m/s. Por consiguiente, debemos buscar en el apéndice F un conducto estándar con un área de flujo justo mayor que $8.88 \times 10^{-3}\ \text{m}^2$. Se requiere un conducto de acero Calibre 40 estándar de 5 pulg, con área de flujo de $1.291 \times 10^{-2}\ \text{m}^2$. La velocidad real de flujo cuando este conducto lleva 0.0533 m³/s de agua es:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{0.0533\ \text{m}^3/\text{s}}{1.291 \times 10^{-2}\ \text{m}^2} = 4.13\ \text{m/s}$$

Si se utilizara el conducto siguiente más pequeño (un conducto Calibre 40 de 4 pulg), la velocidad producida sería:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{0.0533\ \text{m}^3/\text{s}}{8.213 \times 10^{-3}\ \text{m}^2} = 6.49\ \text{m/s} \qquad \text{(muy alta)}$$

6.6 FLUJO EN SECCIONES NO CIRCULARES

La ecuación de continuidad se aplica igualmente al flujo en secciones transversales no circulares, del mismo modo que en conductos y tubos circulares. En la fórmula para la rapidez de flujo, $Q = Av$, el área, A, es el *área de flujo neta* y v es la velocidad promedio del flujo cuando lleva la rapidez de flujo de volumen Q.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 6.8** En la figura 6.2 se muestra un intercambiador de calor que se utiliza para transferir calor desde el fluido que fluye dentro del tubo interior al que fluye en el espacio comprendido entre la parte exterior del tubo y la parte interior del casco cuadrado que rodea al tubo. Este dispositivo se conoce, a menudo, como *intercambiador de calor de casco y tubo*. Calcule la rapidez de flujo de volumen en gal/min que produciría una velocidad de 8.0 pies/s, tanto dentro del tubo como en el casco.

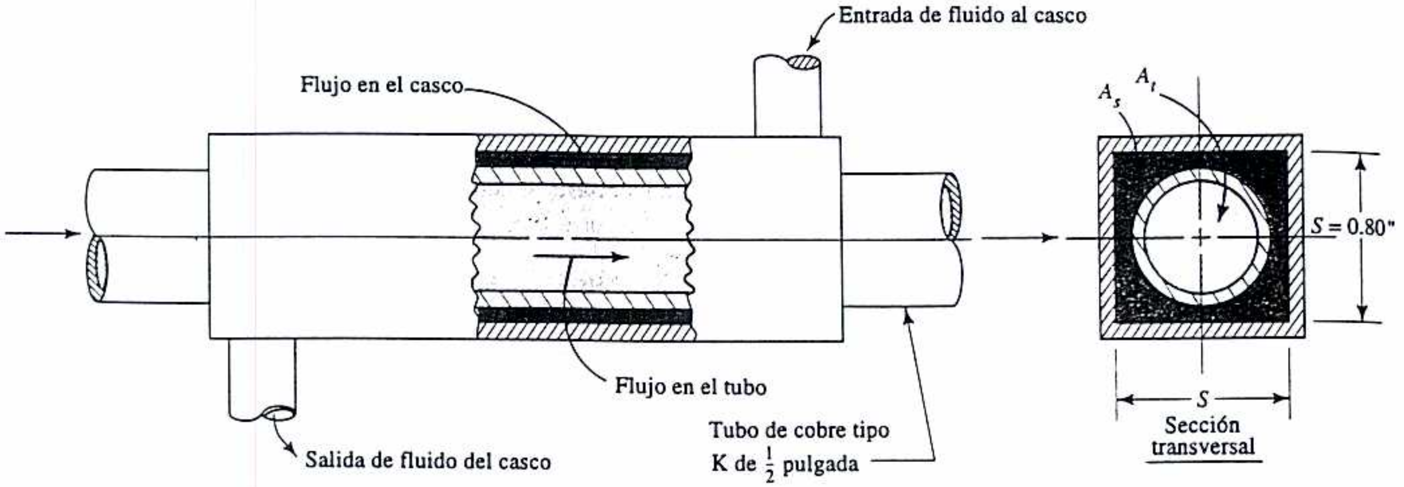

Entrada de fluido al casco
Flujo en el casco
A_s
A_t
$S = 0.80"$
Flujo en el tubo
Tubo de cobre tipo K de $\frac{1}{2}$ pulgada
Salida de fluido del casco
S
Sección transversal

FIGURA 6.2 Intercambiador de calor de casco y tubo para el ejemplo ilustrativo 6.8.

Solución Utilizamos la fórmula para la rapidez de flujo de volumen, $Q = Av$, para cada parte.

(a) Dentro del tubo de cobre tipo K de $^1/_2$ pulg:

Del apéndice H, podemos ver que:

$$OD = 0.625 \text{ pulg}$$

$$ID = 0.527 \text{ pulg}$$

$$\text{Grueso de pared} = 0.049 \text{ pulg}$$

$$A_t = 1.515 \times 10^{-3} \text{ pies}^2$$

Entonces, la rapidez de flujo de volumen dentro del tubo es:

$$Q_t = A_t v = (1.515 \times 10^{-3} \text{ pies}^2)(8.0 \text{ pies/s}) = 0.01212 \text{ pies}^3/\text{s}$$

Convirtiendo a gal/min se obtiene:

$$Q_t = 0.01212 \text{ pies}^3/\text{s}\,\frac{449 \text{ gal/min}}{1.0 \text{ pies}^3/\text{s}} = 5.44 \text{ gal/min}$$

(b) Dentro del casco:

El área de flujo neta es la diferencia entre el área *dentro* del casco cuadrado y la *parte externa* del tubo. Entonces,

$$\begin{aligned} A_s &= S^2 - \pi OD^2/4 \\ &= (0.80 \text{ pulg})^2 - \pi(0.625 \text{ pulg})^2/4 = 0.3332 \text{ pulg}^2 \end{aligned}$$

Convirtiendo a pies² se tiene:

$$A_s = 0.3332\ \text{pulg}^2\ \frac{1.0\ \text{pie}^2}{144\ \text{pulg}^2} = 2.314 \times 10^{-3}\ \text{pie}^2$$

La rapidez de flujo requerida es entonces,

$$Q_s = A_s \upsilon = (2.314 \times 10^{-3}\ \text{pies}^2)(8.0\ \text{pies/s}) = 0.01851\ \text{pies}^3/\text{s}$$

$$Q_s = 0.01851\ \text{pies}^3/\text{s}\ \frac{449\ \text{gal/min}}{1.0\ \text{pie}^3/\text{s}} = 8.31\ \text{gal/min}$$

El cociente del flujo en el casco entre el flujo en el tubo es:

$$\text{Cociente} = Q_s/Q_t = 8.31/5.44 = 1.53$$

6.7 CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA—ECUACIÓN DE BERNOULLI

El análisis de un problema de línea de conductos, como el que se ilustra en la figura 6.1, toma en cuenta toda la energía del sistema. En física usted aprendió que la energía no puede ser creada ni destruida, sino que puede ser transformada de un tipo a otro. Éste es el enunciado de la ley de *conservación de la energía*.

Cuando se analizan problemas de flujo en conductos, existen tres formas de energía que siempre hay que tomar en consideración. Tome un elemento de fluido, como el que se muestra en la figura 6.3, que puede estar dentro de un conducto de un sistema de flujo. Puede estar localizado a una cierta elevación z, tener una cierta velocidad υ y una presión p. El elemento de fluido tendrá las siguientes formas de energía:

1. *Energía potencial.* Debido a su elevación, la energía potencial del elemento con respecto de algún nivel de referencia es:

$$PE = wz \tag{6–6}$$

en la que w es el peso del elemento.

2. *Energía cinética.* Debido a su velocidad, la energía cinética del elemento es:

$$KE = w\upsilon^2/2g \tag{6–7}$$

3. *Energía de flujo.* En ocasiones conocida como *energía de presión* o *trabajo de flujo*, ésta representa la cantidad de trabajo necesario para mover el elemento de fluido a través de una cierta sección en contra de la presión p. La energía de flujo se abrevia FE (Flow Energy) y se calcula a partir de la ecuación:

$$FE = wp/\gamma \tag{6–8}$$

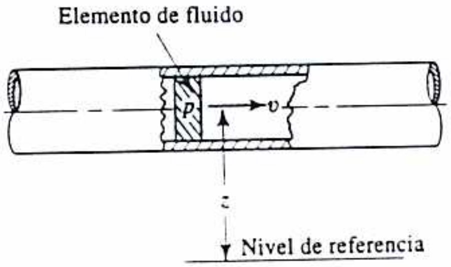


FIGURA 6.3 Elemento de fluido en un conducto.

La ecuación (6–8) puede ser derivada de la manera siguiente. En la figura 6.4 se muestra el elemento de fluido en el conducto que se traslada a través de una sección. La fuerza que actúa sobre el elemento es pA, en la que p es la presión en la sección y A es su área. Al trasladar el elemento a través de la sección, la fuerza se mueve una distancia L igual a la longitud del elemento. En consecuencia, el trabajo hecho es

$$\text{Trabajo} = pAL = pV$$

en donde V es el volumen del elemento. El peso del elemento, w, es:

$$w = \gamma V$$

en la que γ es el peso específico del fluido. Entonces, el volumen del elemento es:

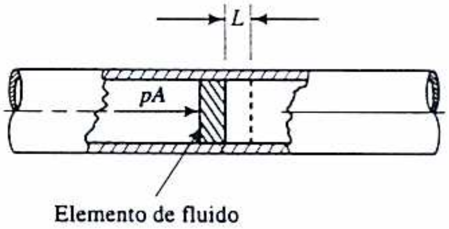
$$V = w/\gamma$$

y tenemos:

$$\text{Trabajo} = pV = pw/\gamma$$

al cual se le llama energía de flujo en la ecuación (6–8).

FIGURA 6.4 Energía de flujo.



La cantidad total de energía de estas tres formas que posee el elemento de fluido será la suma, representada con E:

$$\begin{aligned} E &= \mathrm{FE} + \mathrm{PE} + \mathrm{KE} \\ &= wp/\gamma + wz + wv^2/2g \end{aligned}$$

Cada uno de estos términos se expresa en unidades de energía, newton-metro (N· m) en el Sistema Internacional o en pies-libra (pie/lb) en el Sistema Británico de Unidades.

Considere ahora el elemento de fluido de la figura 6.5, que se mueve de la sección 1 a la sección 2. Los valores de p, z y v son diferentes en las dos secciones. En la sección 1, la energía total es:

$$E_1 = \frac{wp_1}{\gamma} + wz_1 + \frac{wv_1^2}{2g}$$

En la sección 2, la energía total es:

$$E_2 = \frac{wp_2}{\gamma} + wz_2 + \frac{wv_2^2}{2g}$$

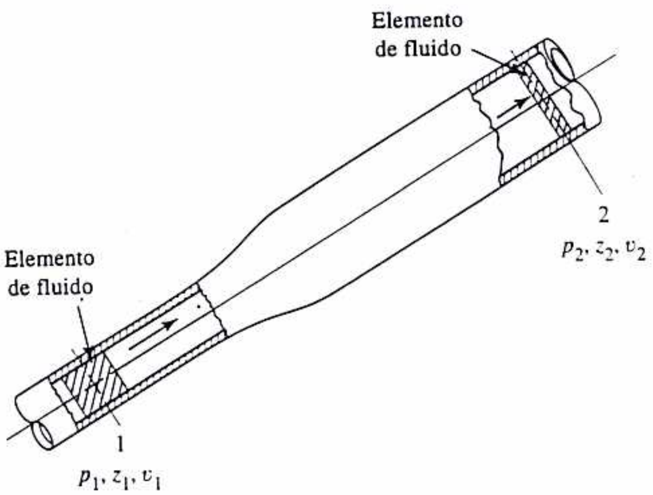


FIGURA 6.5 Elementos de fluido utilizados en la ecuación de Bernoulli.

Si no se agrega energía al fluido o se pierde entre las secciones 1 y 2, entonces el principio de conservación de la energía requiere que:

$$E_1 = E_2$$

$$\frac{wp_1}{\gamma} + wz_1 + \frac{wv_1^2}{2g} = \frac{wp_2}{\gamma} + wz_2 + \frac{wv_2^2}{2g}$$

El peso del elemento, *w*, es común a todos los términos y se le puede cancelar. La ecuación, entonces, se convierte en:

ECUACIÓN DE BERNOULLI

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g} \tag{6–9}$$

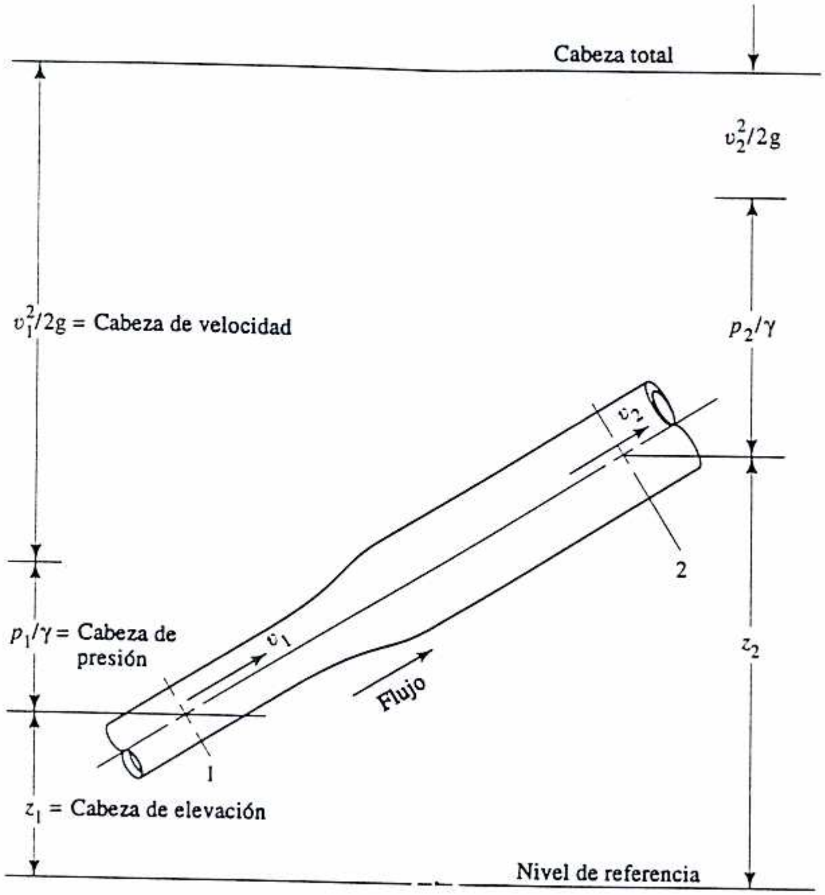
A ésta se le conoce como *ecuación de Bernoulli*.

6.8 INTERPRETACIÓN DE LA ECUACIÓN DE BERNOULLI

Cada término de la ecuación de Bernoulli (6–9) es el resultado de dividir una expresión de la energía entre el peso de un elemento del fluido. Por consiguiente, es apropiado referirse a las formas resultantes como la *energía poseída por el fluido por unidad de peso de fluido que fluye en el sistema*. Las unidades de cada término pueden ser newton-metro por newton (N · m/N) en el Sistema Internacional y libras-pies por libra (lb · pie/lb) en el Sistema Británico de Unidades.

Pero la unidad de peso, el newton (N) o la libra (lb), pueden cancelarse, dejando solamente una unidad de longitud, el metro (m) o el pie. Por tanto, los términos de la ecuación de Bernoulli se conocen, a menudo, como "cabezas", refiriéndose a una altura por encima de un nivel de referencia. El término p/γ se conoce como *cabeza de presión*; a z se le llama *cabeza de elevación*; y al término $v^2/2g$ se le conoce como *cabeza de velocidad*. La suma de las tres se conoce como *cabeza total*. Debido a que cada término representa una altura, un diagrama parecido al que se presenta en la figura 6.6 es de utilidad para visualizar la relación entre los tres tipos de energía. Observe que, debido a la suposición de que no se pierde o se agrega energía, la cabeza total permanece a un nivel constante. Entonces, la altura relativa de cada término de cabeza varía según lo establecido por la ecuación de Bernoulli.

FIGURA 6.6 Cabeza de presión, cabeza de elevación, cabeza de velocidad y cabeza total.


Cabeza total
$v_2^2/2g$
$v_1^2/2g$ = Cabeza de velocidad
p_2/γ
v_2
2
p_1/γ = Cabeza de presión
v_1
Flujo
z_2
1
z_1 = Cabeza de elevación
Nivel de referencia

En la figura 6.6 usted verá que la cabeza de velocidad en la sección 2 será menor que en la sección 1. Esto se puede mostrar mediante la ecuación de continuidad,

$$A_1v_1 = A_2v_2$$
$$v_2 = v_1\ (A_1/A_2)$$

Puesto que $A_1 < A_2$, v_2 debe ser menor que v_1. Y como la velocidad está al cuadrado en el término correspondiente a la cabeza de velocidad, $v_2^2/2g$ es mucho menor que $v_1^2/2g$.

Típicamente, cuando el tamaño de la sección se expande como lo hace en la figura 6.6, la cabeza de presión aumenta debido a que disminuye la cabeza de velocidad. Ésta es la forma en que se construyó la figura 6.6. Sin embargo, el cambio real también se ve afectado por el cambio en la cabeza de elevación.

En suma, la ecuación de Bernoulli explica el cambio en las cabezas de elevación, de presión y de velocidad entre dos puntos en un sistema de flujo de fluido. Se supone que no existen pérdidas o ganancias de energía entre los dos puntos, de modo que la cabeza total permanece constante.

Cuando se escribe la ecuación de Bernoulli, es esencial que la presión en los dos puntos de referencia se expresen ambas como presiones absolutas o como presiones manométricas. Es decir, deben tener las dos la misma presión de referencia. En la mayoría de los problemas será conveniente utilizar la presión manométrica, pues partes del sistema de fluido expuestas a la atmósfera tendrán entonces presión cero. Se tiene también que la mayoría de las presiones son medidas con un manómetro con respecto a la presión atmosférica local.

6.9
RESTRICCIONES A LA ECUACIÓN DE BERNOULLI

Aunque la ecuación de Bernoulli es aplicable a una gran cantidad de problemas prácticos, existen algunas limitaciones que deben tenerse en cuenta con el fin de aplicar la ecuación de manera correcta.

1. Es válida solamente para fluidos incompresibles, puesto que el peso específico del fluido se tomó como el mismo en las dos secciones de interés.
2. No puede haber dispositivos mecánicos entre las dos secciones de interés que pudieran agregar o eliminar energía del sistema, ya que la ecuación establece que la energía total del fluido es constante.
3. No puede haber transferencias de calor hacia dentro o fuera del fluido.
4. No puede haber pérdidas de energía debido a la fricción.

En realidad, ningún sistema satisface todas estas restricciones. Sin embargo, existen muchos sistemas para los cuales solamente se tendrá un error despreciable cuando se les aplica la ecuación de Bernoulli. Por otro lado, el uso de tal ecuación puede permitir una rápida estimación de un resultado, cuando eso es todo lo que se necesita. En el capítulo 7, las limitaciones 2 y 4 serán eliminadas al expandir la ecuación de Bernoulli a la *ecuación general de energía*.

6.10
APLICACIONES DE LA ECUACIÓN DE BERNOULLI

Presentaremos varios ejemplos ilustrativos programados para mostrar el uso de la ecuación de Bernoulli. A pesar de que no es posible cubrir todos los tipos de problemas con un cierto método de solución, el planteamiento general de los problemas de flujo de fluido se describe a continuación.

PROCEDIMIENTO PARA LA APLICACIÓN DE LA ECUACIÓN DE BERNOULLI

1. Determine qué elementos son conocidos y qué se va a encontrar.
2. Decida cuáles dos secciones del sistema se utilizarán cuando se escriba la ecuación de Bernoulli. Se escoge una sección de la cual se conocen muchos datos. La segunda es, por lo general, la sección en la cual se debe calcular algo.
3. Escriba la ecuación de Bernoulli para las dos secciones elegidas en el sistema. Es importante que la ecuación se escriba en la *dirección del flujo*. Es decir, el flujo debe ir de la sección de la parte izquierda de la ecuación a la de la parte derecha.
4. Simplifique la ecuación, si es posible, mediante la cancelación de los términos cuyo valor es cero o de aquellos que son los mismos en ambos lados de la ecuación.
5. Resuelva la ecuación algebraicamente para el término deseado.
6. Sustituya las cantidades conocidas y calcule el resultado, tome la precaución de asegurar el uso de unidades consistentes a lo largo del cálculo.

EJEMPLO ILUSTRATIVO PROGRAMADO

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 6.9** En la figura 5.6 está fluyendo agua a 10 °C de la sección 1 a la sección 2. En la sección 1, que tiene 25 mm de diámetro, la presión manométrica es de 345 kPa y la velocidad de flujo es de 3.0 m/s. La sección 2, que tiene 50 mm de diámetro, está a 2.0 m sobre la sección 1. Suponiendo que no hay pérdidas de energía en el sistema, calcule la presión p_2.

Haga una lista de los elementos que se conocen del texto del problema antes de pasar al siguiente panel.

$D_1 = 25$ mm $\quad v_1 = 3.0$ m/s $\quad z_2 - z_1 = 2.0$ m

$D_2 = 50$ mm $\quad p_1 = 345$ kPa(gage)

Debe encontrarse la presión p_2. En otras palabras, se nos pide que calculemos la presión en la sección 2, que es diferente de la presión en la sección 1, pues hay un cambio en elevación y de área de flujo entre las dos secciones.

Vamos a utilizar la ecuación de Bernoulli para resolver el problema. ¿Cuáles dos secciones deberemos utilizar cuando se escriba la ecuación?

En este caso, las secciones 1 y 2 son las más obvias. En la sección 1, conocemos p_1, v_1 y z_1. La presión desconocida, p_2, se encuentra en la sección 2.

Escriba ahora la ecuación de Bernoulli. [Véase la ecuación (6–9).]

Deberá verse de esta forma:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Los tres términos del lado izquierdo se refieren a la sección 1, mientras que los tres del lado derecho se refieren a la sección 2.

Resuelva para p_2 en términos de las otras variables.

La solución algebraica para p_2 se podría ver de esta forma:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$\frac{p_2}{\gamma} = \frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} - z_2 - \frac{v_2^2}{2g}$$

$$p_2 = \gamma\left(\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} - z_2 - \frac{v_2^2}{2g}\right)$$

Esto es correcto. Sin embargo, es conveniente agrupar las cabezas de elevación y las cabezas de velocidad. También, como $\gamma(p_1/\gamma) = p_1$, la solución final para p_2 deberá ser:

$$p_2 = p_1 + \gamma\left(z_1 - z_2 + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g}\right) \qquad \textbf{(6–10)}$$

¿Se conocen los valores de todos los términos del lado derecho de esta ecuación?

Todos fueron dados, con excepción de γ, v_2 y g. Desde luego, $g = 9.81$ m/s^2. Puesto que está fluyendo agua a 10 °C en el sistema, $\gamma = 9.81$ kN/m^3. ¿De qué manera se puede determinar v_2?

Se utiliza la ecuación de continuidad:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$
$$v_2 = v_1(A_1/A_2)$$

Calcule ahora v_2.

Deberá tener $v_2 = 0.75$ m/s. Esto se encuentra con:

$$A_1 = \pi D_1^2/4 = \pi(25\text{ mm})^2/4 = 491\text{ mm}^2$$
$$A_2 = \pi D_2^2/4 = \pi(50\text{ mm})^2/4 = 1963\text{ mm}^2$$
$$v_2 = v_1(A_1/A_2) = 3.0\text{ m/s}(491\text{ mm}^2/1963\text{ mm}^2) = 0.75\text{ m/s}$$

Ahora sustituya los valores conocidos en la ecuación (6–10).

$$p_2 = 345\text{ kPa} + \frac{9.81\text{ kN}}{\text{m}^3}\left(-2.0\text{ m} + \frac{(3.0\text{ m/s})^2 - (0.75\text{ m/s})^2}{2(9.81\text{ m/s}^2)}\right)$$

Observe que $z_l - z_2 = -2.0$ m. Ni z_1 ni z_2 se conocen, pero sí se sabe que z_2 es 2.0 m mayor que z_1. Por consiguiente, la diferencia, $z_l - z_2$ debe ser negativa.

Termine, ahora, el cálculo de p_2.

La respuesta final es $p_2 = 329.6$ kPa. Ésta es 15.4 kPa menor que p_l. Los detalles de la solución son:

$$p_2 = 345\text{ kPa} + \frac{9.81\text{ kN}}{\text{m}^3}\left(-2.0\text{ m} + \frac{(9.0 - 0.563)\text{m}^2/\text{s}^2}{2(9.81)\text{m/s}^2}\right)$$

$$p_2 = 345\text{ kPa} + \frac{9.81\text{ kN}}{\text{m}^3}(-2.0\text{ m} + 0.43\text{ m})$$

$$p_2 = 345\text{ kPa} - 15.4\text{ kN/m}^2 = 345\text{ kPa} - 15.4\text{ kPa}$$

$$p_2 = 329.6\text{ kPa}$$

La presión p_2 es manométrica debido a que fue calculada con respecto de p_l, que también es una presión manométrica. En la resolución de problemas, más adelante, supondremos que las presiones son manométricas, a menos que se diga otra cosa.

■

6.10.1 Tanques, recipientes y boquillas expuestas a la atmósfera

En la figura 6.7 se muestra un sistema de flujo de fluido en el que un sifón saca fluido de un tanque o recipiente y lo arroja a través de una boquilla colocada al final del conducto. Observe que la superficie del tanque (punto A) y la corriente libre del fluido que sale por la boquilla (sección F) no están confinadas por fronteras sólidas, sino que están expuestas a la atmósfera prevaleciente. Por consiguiente, la presión manométrica en estas partes es cero. Cuando estos puntos se utilizan como puntos de referencia en la ecuación de Bernoulli, los términos correspondientes a la cabeza de presión serán cero y se pueden cancelar.

Se puede suponer que el tanque del cual se saca fluido es bastante grande comparado con el tamaño del área de flujo dentro del conducto. Ahora bien, debi-

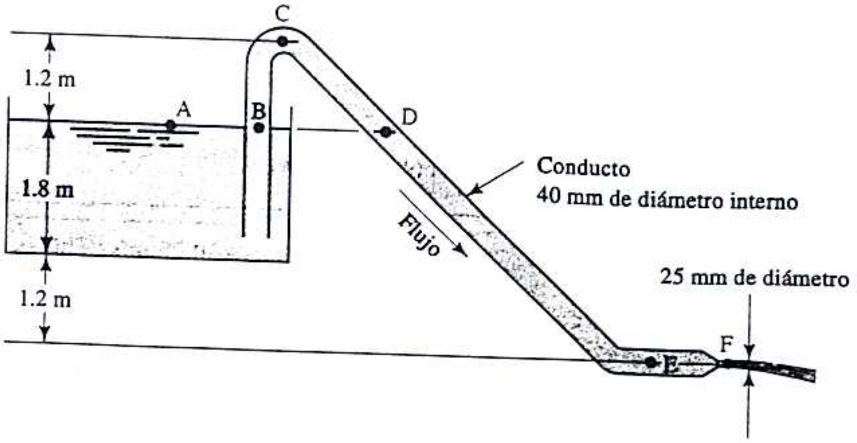


FIGURA 6.7 Sifón para el ejemplo ilustrativo 6.10.

do a que $v = Q/A$, la velocidad en la superficie de dicho tanque será muy pequeña. Además, cuando utilizamos la velocidad para calcular la cabeza de velocidad, $v^2/2g$, *elevamos al cuadrado* la velocidad. Por estas razones, consideramos que la cabeza de velocidad en la superficie del tanque o recipiente es muy cercana a cero, y la eliminamos de la ecuación.

6.10.2 Cuando ambos puntos de referencia están en el mismo conducto

Observe también en la figura 6.7, que varios puntos de interés (puntos B, C, D y E) se encuentran dentro del conducto, que posee un área de flujo uniforme. En las condiciones de flujo estable supuestas para estos problemas, la velocidad será la misma a lo largo de todo el conducto. Entonces, si los dos puntos de referencia necesarios para aplicar la ecuación de Bernoulli estuvieran dentro del conducto, los términos correspondientes a la cabeza de velocidad en ambos lados de la ecuación serían iguales y se cancelarían.

6.10.3 Cuando la elevación es la misma en ambos puntos de referencia

Si la elevación en los dos puntos de referencia usados en la ecuación de Bernoulli es la misma, estos términos se cancelan.

Las cuatro observaciones hechas en las secciones 6.10.1–3 permiten la simplificación de la ecuación de Bernoulli y hacen que la manipulación algebraica sea más fácil. El ejemplo ilustrativo 6.10 utiliza estas observaciones.

EJEMPLO ILUSTRATIVO PROGRAMADO

EJEMPLO ILUSTRATIVO 6.10

En la figura 6.7 se muestra un sifón que se utiliza para sacar agua de una alberca. El conducto que conforma el sifón tiene un diámetro interior de 40 mm y termina con una boquilla de 25 mm de diámetro. Suponiendo que no hay pérdidas de energía en el sistema, calcule la rapidez de flujo de volumen a través del sifón y la presión en los puntos B, C, D y E.

El primer paso en la solución de este problema consiste en calcular la rapidez de flujo de volumen, Q, utilizando la ecuación de Bernoulli. Los puntos más convenientes para aplicar la ecuación son A y F. ¿Qué se conoce del punto A?

El punto A está en la superficie libre del agua en la piscina. Por consiguiente, $p_A = 0$ Pa. Tenemos también, puesto que el área superficial de la piscina es muy grande, que la velocidad del agua en este punto es muy cercana a cero. Por tanto, supondremos que $v_A = 0$.

¿Qué sabemos del punto F?

El punto F está en la corriente libre del agua, fuera de la boquilla. Puesto que la corriente está expuesta a la presión atmosférica, la presión $p_F = 0$ Pa. Sabemos también que el punto F está a 3.0 m por debajo del punto A.

Escriba ahora la ecuación de Bernoulli para los puntos A y F.

Deberá tener:

$$\frac{p_A}{\gamma} + z_A + \frac{v_A^2}{2g} = \frac{p_F}{\gamma} + z_F + \frac{v_F^2}{2g}$$

Tomando en cuenta la información de los dos paneles anteriores, ¿de qué manera podemos simplificar esta ecuación?

Como $p_A = 0$ Pa, $p_F = 0$ Pa y v_A es aproximadamente cero, podemos eliminar de la ecuación los términos que las contienen. Lo que queda es lo siguiente:

$$z_A = z_F + \frac{v_F^2}{2g}$$

El objetivo es calcular la rapidez de flujo de volumen, que depende de la velocidad, v_F. Resuelva para v_F ahora.

Deberá tener:

$$v_F = \sqrt{(z_A - z_F)2g}$$

¿Cuánto vale $z_A - z_F$?

De la figura 6.7 nos damos cuenta que $z_A - z_F = 3.0$ m. Observe que la diferencia es positiva, ya que z_A es mayor que z_F. Ahora ya podemos resolver para el valor de v_F.

El resultado es:

$$v_F = \sqrt{(3.0\text{ m})(2)(9.81\text{ m/s}^2)} = \sqrt{58.9}\text{ m/s} = 7.67\text{ m/s}$$

Ahora bien, ¿de qué manera se puede calcular Q?

Utilizando la ecuación de continuidad, $Q = Av$, calcule la rapidez de flujo de volumen.

El resultado es:

$$Q = A_F v_F$$
$$v_F = 7.67\ \text{m/s}$$
$$A_F = \pi(25\ \text{mm})^2/4 = 491\ \text{mm}^2$$
$$Q = 491\ \text{mm}^2\left(\frac{7.67\ \text{m}}{\text{s}}\right)\left(\frac{1\ \text{m}^2}{10^6\ \text{mm}^2}\right) = 3.77 \times 10^{-3}\ \text{m}^3/\text{s}$$

La primera parte del problema ya está completa. Ahora utilice la ecuación de Bernoulli para determinar p_B. ¿Cuáles dos puntos se deben usar?

Los puntos A y B son los mejores. Como se mostró en los paneles anteriores, el uso del punto A permite simplificar grandemente la ecuación. Y puesto que estamos buscando p_B, debemos escoger el punto B.

Escriba la ecuación de Bernoulli para los puntos A y B, simplifíquela como se hizo anteriormente y resuelva para p_B.

A continuación presentamos un procedimiento posible de solución:

$$\frac{p_A}{\gamma} + z_A + \frac{v_A^2}{2g} = \frac{p_B}{\gamma} + z_B + \frac{v_B^2}{2g}$$

Como $p_A = 0$ Pa y $v_A = 0$, tenemos:

$$z_A = \frac{p_B}{\gamma} + z_B + \frac{v_B^2}{2g}$$
$$p_B = \gamma[(z_A - z_B) - v_B^2/2g] \tag{6–11}$$

¿Qué valor tiene $z_A - z_B$?

Es cero. Puesto que los dos puntos están en el mismo nivel, su elevación es la misma. ¿Puede encontrar v_B?

Podemos calcular v_B mediante el uso de la ecuación de continuidad:

$$Q = A_B v_B$$
$$v_B = Q/A_B$$

En el apéndice J se puede encontrar un conducto con un área de 40 mm de diámetro. Termine el cálculo de v_B.

El resultado es:

$$v_B = Q/A_B$$
$$Q = 3.77 \times 10^{-3}\ \text{m}^3/\text{s}$$

$$A_B = 1.257 \times 10^{-3}\ \text{m}^2$$

$$\upsilon_B = \frac{3.77 \times 10^{-3}\ \text{m}^3}{\text{s}} \times \frac{1}{1.257 \times 10^{-3}\ \text{m}^2} = 3.00\ \text{m/s}$$

Ahora tenemos todos los datos que necesitamos para calcular p_B con la ecuación (6–11).

La presión en el punto B es:

$$p_B = \gamma[(z_A - z_B) - \upsilon_B^2/2g]$$

$$\frac{\upsilon_B^2}{2g} = \frac{(3.00)^2\ \text{m}^2}{\text{s}^2} \times \frac{\text{s}^2}{(2)(9.81)\ \text{m}} = 0.459\ \text{m}$$

$$p_B = (9.81\ \text{kN/m}^3)(0 - 0.459\ \text{m})$$

$$p_B = -4.50\ \text{kN/m}^2$$

$$p_B = \quad 4.50\ \text{kPa}$$

El signo negativo indica que p_B es de 4.50 kPa por debajo de la presión atmosférica. Observe que cuando tratamos con fluidos en movimiento, el concepto de qué puntos en el mismo nivel tienen la misma presión *no* se aplica como con los fluidos en reposo.

Los siguientes tres paneles presentan las soluciones para las presiones p_C, p_D y p_E, que pueden hallarse de manera muy parecida a la forma en que se encontró p_B. Determine la solución para p_C usted mismo antes de ver el siguiente panel.

La respuesta es $p_C = -16.27$ kPa. Utilizamos la ecuación de Bernoulli:

$$\frac{p_A}{\gamma} + z_A + \frac{\upsilon_A^2}{2g} = \frac{p_C}{\gamma} + z_C + \frac{\upsilon_C^2}{2g}$$

Como $p_A = 0$ y $\upsilon_A = 0$, la presión en el punto C es

$$z_A = \frac{p_C}{\gamma} + z_C + \frac{\upsilon_C^2}{2g}$$

$$p_C = \gamma[(z_A - z_C) - \upsilon_C^2/2g]$$

$$z_A - z_C = -1.2\ \text{m} \qquad \text{(negativo, puesto que } z_C \text{ es mayor que } z_A\text{)}$$

$$\upsilon_C = \upsilon_B = 3.00\ \text{m/s} \qquad \text{(ya que } A_C = A_B\text{)}$$

$$\frac{\upsilon_C^2}{2g} = \frac{\upsilon_B^2}{2g} = 0.459\ \text{m}$$

$$p_C = (9.81\ \text{kN/m}^3)(-\ 1.2\ \text{m} - 0.459\ \text{m})$$

$$p_C = -16.27\ \text{kN/m}^2$$

$$p_C = -16.27\ \text{kPa}$$

Termine el cálculo para p_D antes de pasar al siguiente panel.

La respuesta es $p_D = -4.50$ kPa. Ésta es la misma que p_B debido a que la elevación y la velocidad en los puntos B y D son iguales. La solución mediante la ecuación de Bernoulli probaría lo anterior.

Encuentre ahora p_E.

La presión en el punto E es 24.93 kPa. Utilizamos la ecuación de Bernoulli:

$$\frac{p_A}{\gamma} + z_A + \frac{v_A^2}{2g} = \frac{p_E}{\gamma} + z_E + \frac{v_E^2}{2g}$$

Como $p_A = 0$ y $v_A = 0$, tenemos:

$$z_A = \frac{p_E}{\gamma} + z_E + \frac{v_E^2}{2g}$$

$$p_E = \gamma[(z_A - z_E) - v_E^2/2g]$$

$$z_A - z_E = +3.0 \text{ m}$$

$$v_E = v_B = 3.00 \text{ m/s}$$

$$\frac{v_E^2}{2g} = \frac{v_B^2}{2g} = 0.459 \text{ m}$$

$$p_E = (9.81 \text{ kN/m}^3)(3.0 \text{ m} - 0.459 \text{ m})$$

$$p_E = 24.93 \text{ kN/m}^2$$

$$p_E = 24.93 \text{ kPa}$$

RESUMEN DE LOS RESULTADOS DEL EJEMPLO ILUSTRATIVO 6.10

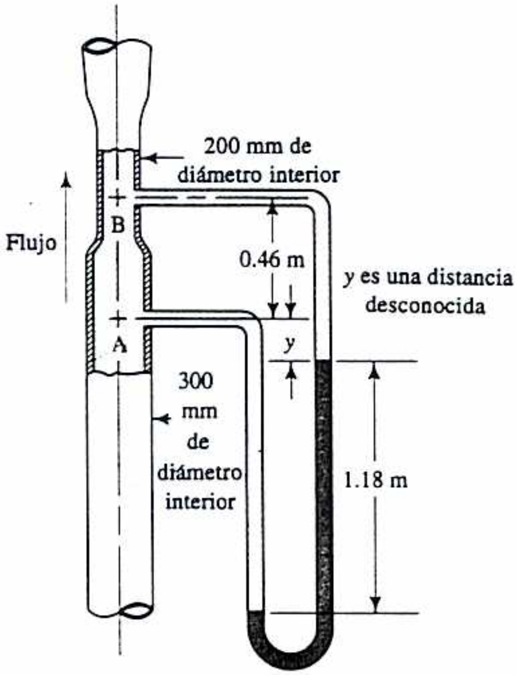
1. La velocidad de flujo en la boquilla y, por consiguiente, la rapidez de flujo de volumen proporcionada por el sifón, dependen de la diferencia de elevación entre la superficie libre del fluido y la salida de la boquilla.
2. La presión en el punto B está por debajo de la presión atmosférica, incluso a pesar de que está en el mismo nivel que el punto A, expuesto a la atmósfera. En la ecuación (6–11), la ecuación de Bernoulli muestra que la cabeza de presión en B ha disminuido en la misma proporción que el valor de la cabeza de velocidad. Esto es, algo de energía se convierte en energía cinética, lo que trae como resultado una presión más baja en B.
3. La velocidad de flujo es la misma en todos los puntos en donde el tamaño del conducto es el mismo, cuando existe un flujo estable.
4. La presión en el punto C es la más baja del sistema, debido a que éste se ubica en el sitio más elevado.
5. La presión en el punto D es la misma que la del punto B, debido a que ambos están a la misma altura y la cabeza de velocidad en ambos puntos es la misma.
6. La presión en el punto E es la mayor del sistema debido a que este punto se encuentra en el sitio más bajo.

■

6.10.4 Medidores venturi y otros sistemas cerrados con velocidades desconocidas

En la figura 6.8 se muestra un dispositivo conocido como *medidor venturi*, que puede utilizarse para medir la velocidad de flujo en un sistema de flujo de fluido. En el capítulo 14 presentamos una descripción completa del medidor venturi. Sin embargo, el análisis de este dispositivo está basado en la aplicación de la ecuación de Bernoulli. La sección con diámetro reducido en el punto B ocasiona que aumente la velocidad en ese lugar, con una correspondiente disminución de la presión. Se mostrará que la velocidad de flujo depende de la *diferencia* de presión entre los puntos A y B. Por consiguiente, como se muestra, resulta conveniente usar un manómetro diferencial.

FIGURA 6.8 Sistema medidor venturi para el ejemplo ilustrativo 6.11.


200 mm de diámetro interior
Flujo
B
A
0.46 m
y es una distancia desconocida
y
300 mm de diámetro interior
1.18 m

Mostraremos también, en la solución del siguiente problema, que debemos combinar la ecuación de continuidad con la de Bernoulli para obtener la velocidad de flujo deseada.

EJEMPLO ILUSTRATIVO 6.11 El medidor venturi mostrado en la figura 6.8 lleva agua a 60 °C. La gravedad específica del fluido manométrico del medidor de presión es de 1.25. Calcule la velocidad de flujo en la sección A y la rapidez de flujo de volumen del agua.

Solución La solución del problema se mostrará en los pasos delineados al principio de esta sección, pero no se utilizará la técnica programada.

1. Decida qué elementos son conocidos y cuáles hay que determinar. La diferencia de elevación entre los puntos A y B es conocida. El manómetro permite la determinación de la diferencia de presión entre los puntos A y B. También se conoce el tamaño de las secciones en A y en B.

   La velocidad no se conoce en ningún punto del sistema y la velocidad en el punto A se pide de manera específica.

2. Decida cuáles son las secciones de interés. Los puntos A y B son la elección obvia.
3. Escriba la ecuación de Bernoulli entre los puntos A y B.

   $$\frac{p_A}{\gamma} + z_A + \frac{v_A^2}{2g} = \frac{p_B}{\gamma} + z_B + \frac{v_B^2}{2g}$$

   El peso específico, γ, corresponde al agua a 60 °C, y es de 9.65 kN/m³.
4. Simplifique la ecuación, de ser posible, eliminando los términos cuyo valor es cero o aquellos que son iguales en ambos lados de la ecuación. Aquí no se puede hacer ninguna simplificación.
5. Resuelva la ecuación algebraicamente para el término deseado. Este paso requerirá un esfuerzo significativo. Primero, observe que *ambas* velocidades son desconocidas. Pero podemos encontrar la diferencia de presión entre los puntos A y B, y se conoce la diferencia de elevación. En consecuencia, es conveniente tener los dos términos de presión y los dos términos de elevación en el lado izquierdo de la ecuación en forma de diferencia. Entonces los dos términos de velocidad pueden trasladarse al lado derecho. El resultado es:

   $$\frac{p_A - p_B}{\gamma} + (z_A - z_B) = \frac{v_B^2 - v_A^2}{2g} \tag{6–12}$$

6. Calcule el resultado. Se requieren varios pasos. La diferencia de elevación es:

   $$z_A - z_B = -0.46 \text{ m} \tag{6–13}$$

   El valor es negativo, ya que B está más arriba que A. Este valor se utilizará más adelante en la ecuación (6–12):

   El término correspondiente a la diferencia de cabeza de presión se puede evaluar al escribir la ecuación para el manómetro. Utilizaremos γ_g como el peso específico del fluido manométrico, con:

   $$\gamma_g = 1.25(\gamma_w \text{ a } 4^\circ \text{ C}) = 1.25(9.81 \text{ kN/m}^3) = 12.26 \text{ kN/m}^3$$

   Se presenta un nuevo problema en este punto, debido a que los datos de la figura 6.8 no incluyen la distancia vertical del punto A al nivel del fluido manométrico en el brazo derecho del manómetro. Mostraremos que este problema se eliminará simplemente si tomamos y o cualquier otra letra como la distancia desconocida.

   Ahora ya podemos escribir la ecuación del manómetro, empezando en el punto A.

   $$p_A + \gamma(y) + \gamma(1.18 \text{ m}) - \gamma_g(1.18 \text{ m}) - \gamma(y) - \gamma(0.46 \text{ m}) = p_B$$

   Note que los dos términos que contienen la incógnita y se pueden cancelar.

   Resolviendo para la diferencia de presión, $p_A - p_B$,

   $$p_A - p_B = \gamma(0.46 \text{ m} - 1.18 \text{ m}) + \gamma_g(1.18 \text{ m})$$
   $$p_A - p_B = \gamma(-0.72 \text{ m}) + \gamma_g(1.18 \text{ m})$$

   Pero observe que en la ecuación (6–12), en realidad necesitamos $(p_A - p_B)/\gamma$. Si dividimos ambos lados de la ecuación anterior entre γ, obtenemos el término deseado.

   $$\frac{p_A - p_B}{\gamma} = -0.72 \text{ m} + \frac{\gamma_g(1.18 \text{ m})}{\gamma} = -0.72 \text{ m} + \frac{12.26 \text{ kN/m}^3 \; (1.18 \text{ m})}{9.65 \text{ kN/m}^3}$$
   $$(p_A - p_B)/\gamma = -0.72 \text{ m} + 1.50 \text{ m} = 0.78 \text{ m} \tag{6–14}$$

El lado izquierdo completo de la ecuación 6–12 ya ha sido evaluado. Pero note que todavía quedan *dos* incógnitas en el lado derecho, v_A y v_B. Podemos eliminar una de ellas si encontramos otra ecuación independiente que relacione a estas dos incógnitas. Resulta conveniente la *ecuación de continuidad.*

$$A_A v_A = A_B v_B$$

Resolviendo para v_B en términos de v_A,

$$v_B = v_A(A_A/A_B)$$

El área de las secciones de 200 mm y 300 mm de diámetro se pueden obtener del apéndice J, entonces,

$$v_B = v_A\,(7.069 \times 10^{-2}/3.142 \times 10^{-2}) = 2.25\, v_A$$

Pero necesitamos v_B^2.

$$v_B^2 = 5.06\, v_A^2$$

Entonces:

$$v_B^2 - v_A^2 = 5.06\, v_A^2 - v_A^2 = 4.06\, v_A^2 \qquad \textbf{(6–15)}$$

Podemos ahora tomar este resultado, la diferencia de cabeza de elevación [ecuación (6–13)] y la cabeza de diferencia de presión [ecuación (6–14)] y sustituirlos en la ecuación (6–12). Podemos obtener la solución ahora. La ecuación (6–12) queda:

$$0.78\ \text{m} - 0.46\ \text{m} = 4.06\, v_A^2/2g$$

Resolviendo para v_A se obtiene:

$$v_A = \sqrt{\frac{2g(0.32\ \text{m})}{4.06}} = \sqrt{\frac{2(9.81\ \text{m/s}^2)\,(0.32\ \text{m})}{4.06}}$$

$$v_A = 1.24\ \text{m/s}$$

En el enunciado del problema también se pide la rapidez de flujo de volumen que se puede calcular de:

$$Q = A_A v_A = (7.069 \times 10^{-2}\ \text{m}^2)(1.24\ \text{m/s}) = 8.77 \times 10^{-2}\ \text{m}^3/\text{s}$$

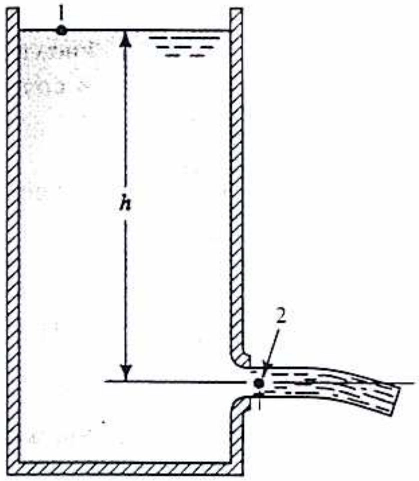
El ejemplo está completo.

6.11 TEOREMA DE TORRICELLI

En el análisis del sifón hecho en el ejemplo ilustrativo 6.10, se observó que la velocidad de flujo del sifón depende de la diferencia de elevación entre la superficie libre del fluido y la salida del sifón. Una aplicación clásica de esta observación se muestra en la figura 6.9. El fluido está fluyendo del lado de un tanque por una boquilla lisa y redonda. Para determinar la velocidad de flujo que se obtiene en la boquilla, escribimos la ecuación de Bernoulli entre un punto de referencia en la superficie del fluido y un punto en el chorro que se obtiene de la boquilla:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

FIGURA 6.9 Flujo de un tanque.



Pero $p_1 = p_2 = 0$, y v_1 es aproximadamente cero. Entonces, resolviendo para v_2 se obtiene:

$$v_2 = \sqrt{2g(z_1 - z_2)}$$

Haciendo $h = (z_1 - z_2)$, tenemos:

TEOREMA DE TORRICELLI

$$v_2 = \sqrt{2gh} \tag{6–16}$$

La ecuación (6–16) se conoce como *teorema de Torricelli* en honor a Evangelista Torricelli, quien la desarrolló en el año 1645, aproximadamente.

EJEMPLO ILUSTRATIVO 6.12 Para el tanque de la figura 6.9, calcule la velocidad de flujo que sale de la boquilla para una profundidad de fluido, h, de 3.00 m.

Solución Ésta es una aplicación directa del teorema de Torricelli:

$$v_2 = \sqrt{2gh} = \sqrt{(2)(9.81\ \text{m/s}^2)(3.0\ \text{m})} = 7.67\ \text{m/s}$$

EJEMPLO ILUSTRATIVO 6.13 Para el tanque que presentamos en la figura 6.9, calcule la velocidad de flujo en la boquilla y la rapidez de flujo de volumen para un intervalo de profundidades comprendido entre 3.0 m y 0.50 m, en pasos de 0.50 m. El diámetro del chorro en la boquilla es de 50 mm.

Solución Se puede utilizar el mismo procedimiento usado en el ejemplo ilustrativo 6.12, para determinar la velocidad a cualquier profundidad. De modo que $h = 3.0$ m, $v_2 = 7.67$ m/s. La rapidez del flujo de volumen se calcula multiplicando esta velocidad por el área del chorro:

$$A_j = 1.963 \times 10^{-3}\ \text{m}^2 \quad \text{del apéndice J.}$$

Entonces,

$$Q = A_j v_2 = (1.963 \times 10^{-3}\ \text{m}^2)(7.67\ \text{m/s}) = 1.51 \times 10^{-2}\ \text{m}^3/2$$

Utilizando el mismo procedimiento, calculamos los datos siguientes:

Profundidad, h (m)	v_2 (m/s)	Q (m3/s)
3.0	7.67	1.51×10^{-2}
2.5	7.00	1.38×10^{-2}
2.0	6.26	1.23×10^{-2}
1.5	5.42	1.07×10^{-2}
1.0	4.43	0.87×10^{-2}
0.5	3.13	0.61×10^{-2}

En la figura 6.10 se presenta una gráfica de la velocidad y de la rapidez de flujo de volumen contra la profundidad.

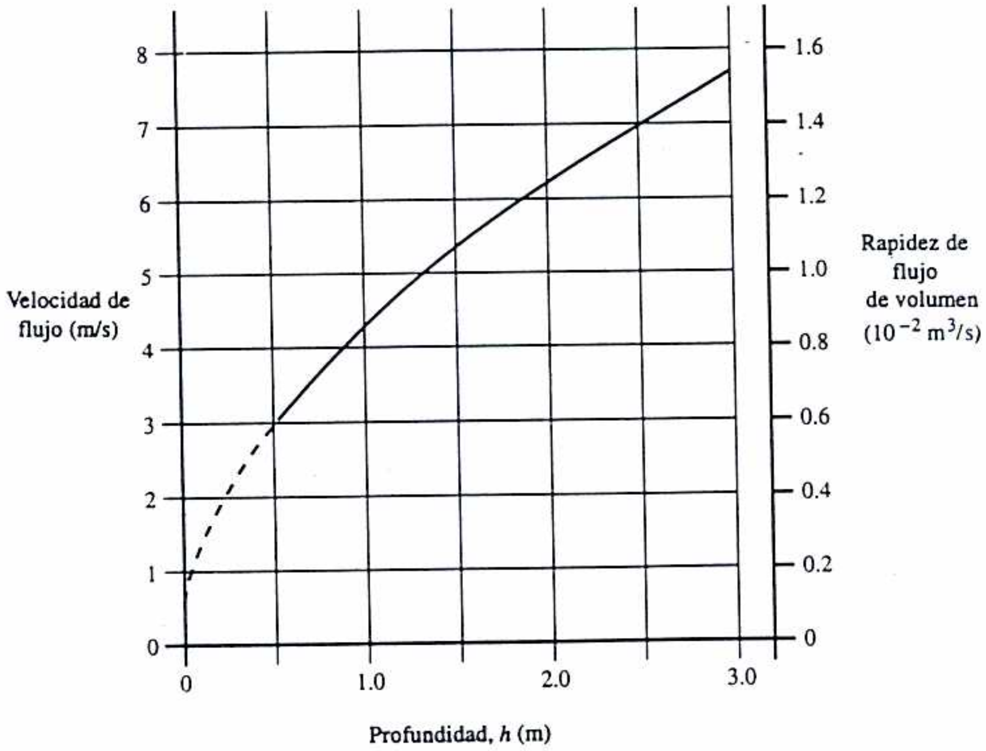


FIGURA 6.10 Velocidad de chorro y rapidez de flujo de volumen contra profundidad de fluido.

Otra aplicación interesante del teorema de Torricelli se muestra en la figura 6.11, en la que un chorro de líquido es lanzado hacia arriba. Si no se presentan pérdidas de energía, el chorro alcanzará una altura igual a la elevación de la superficie libre del fluido en el tanque. Y, desde luego, a esta altura, la velocidad de la corriente es cero. Lo anterior se

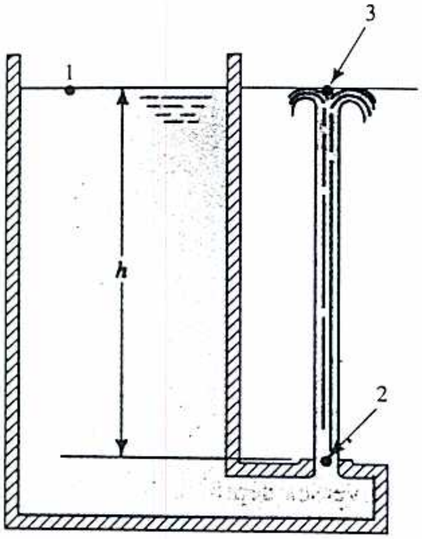


FIGURA 6.11 Chorro vertical.

puede demostrar utilizando la ecuación de Bernoulli. Primero obtenga una expresión para la velocidad del chorro en el punto 2:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Ésta es una situación idéntica a la que encontramos en el desarrollo inicial del teorema de Torricelli. Entonces, como en la ecuación (6–16),

$$v_2 = \sqrt{2gh}$$

Ahora escriba la ecuación de Bernoulli entre los puntos 2 y 3 en el nivel de la superficie libre del fluido, pero en la corriente de fluido.

$$\frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g} = \frac{p_3}{\gamma} + z_3 + \frac{v_3^2}{2g}$$

Pero, $p_2 = p_3 = 0$. Entonces, resolviendo para v_3, tenemos

$$v_3 = \sqrt{v_2^2 + 2g(z_2 - z_3)}$$

De la ecuación (6–16), $v_2^2 = 2gh$. Tenemos también que $(z_2 - z_3) = -h$, entonces

$$v_3 = \sqrt{2gh + 2g(-h)} = 0$$

Este resultado verifica que la corriente alcanza justamente la altura de la superficie libre del fluido en el tanque.

Para hacer que un chorro alcance mayor altura (como se hace con algunas fuentes de ornato, por ejemplo), se puede desarrollar una mayor presión por encima del fluido en el recipiente, o se puede utilizar una bomba para obtener una mayor presión.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 6.14**

Utilizando un sistema parecido al que se muestra en la figura 6.12, calcule la presión de aire requerida por encima del agua para hacer que el chorro suba 40.0 pies desde la boquilla. La profundidad, h, es de 6.0 pies.

Solución Primero utilizamos la ecuación de Bernoulli para obtener una expresión para la velocidad de flujo en la boquilla como función de la presión de aire.

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Aquí podemos ver que $v_1 = 0$ y que $p_2 = 0$. Resolviendo para v_2 obtenemos:

$$v_2 = \sqrt{2g[(p_1/\gamma) + (z_1 - z_2)]}$$

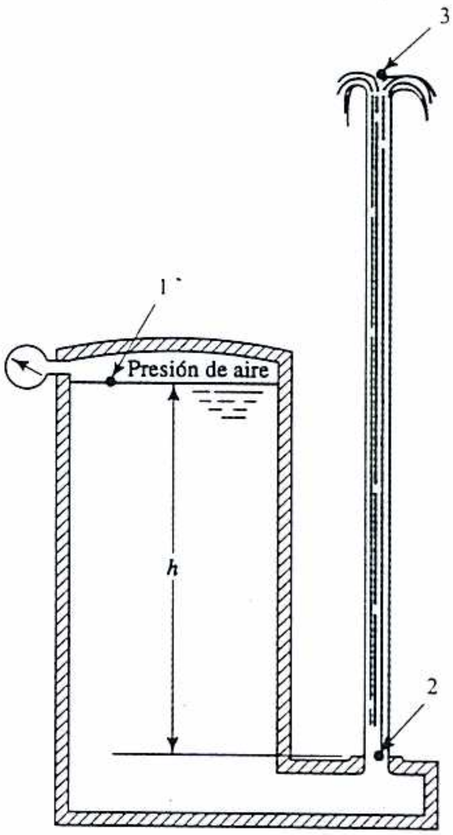
Como antes, haciendo $h = (z_1 - z_2)$, tenemos:

$$v_2 = \sqrt{2g[(p_1/\gamma) + h]} \qquad \textbf{(6–17)}$$

Esta ecuación es parecida al teorema de Torricelli. Se mostró anteriormente que para $v = \sqrt{2gh}$, el chorro se elevará a una altura h. Por analogía, el sistema presurizado hará que el chorro se eleve a una altura $[(p_1/\gamma) + h]$. Entonces, en este problema, si deseamos una altura de 40.0 pies y $h = 6.0$ pies,

$$p_1/\gamma = 40.0 \text{ pies} - 6.0 \text{ pies} = 34.0 \text{ pies}$$

FIGURA 6.12 Tanque presurizado que produce un chorro vertical. También para los problemas 6.93 y 6.94.



y,

$$p_1 = \gamma(34.0 \text{ pies})$$
$$p_1 = (62.4 \text{ lb/pies}^3)(34.0 \text{ pies})(1 \text{ pie}^2)/(144 \text{ pulg}^2)$$
$$p_1 = 14.73 \text{ lb/pulg}^2 \text{ relativa}$$

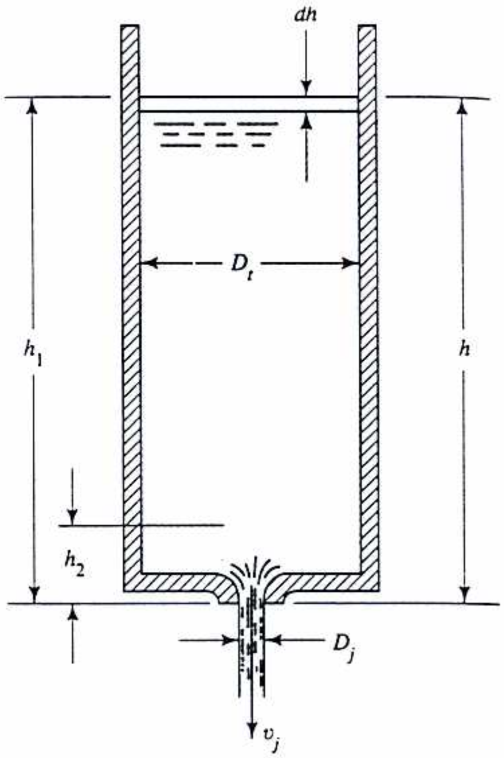
En el capítulo 4, definimos la cabeza de presión, p/γ, en aplicaciones como la de la *cabeza piezométrica*. Entonces, la *cabeza total* por encima de la boquilla es $p_1/\gamma + h$.

6.12 FLUJO DEBIDO A UNA CABEZA EN DESCENSO

Como lo establecimos con anterioridad, la mayoría de los problemas del presente libro se refieren a situaciones en las que la rapidez de flujo es constante. Sin embargo, en la Sección 6.11, se mostró que la rapidez de flujo depende de la cabeza de presión disponible para formar el flujo. Los resultados del ejemplo ilustrativo 6.13, graficados en la figura 6.10, muestran que la velocidad y la rapidez de flujo de volumen, que se obtiene de un orificio en un tanque, disminuye de manera no lineal conforme el fluido fluye del tanque y disminuye la profundidad del fluido.

En esta sección, desarrollaremos un método para calcular el tiempo requerido para vaciar un tanque, tomando en consideración la variación de velocidad a medida que disminuye la profundidad. En la figura 6.13 se muestra un tanque que posee una boquilla lisa y redonda en el fondo, a través de la cual se descarga el

FIGURA 6.13 Flujo que sale de un tanque con una cabeza en descenso. También para los problemas 6.95 a 6.106.



fluido. Para una profundidad de fluido dada, h, el teorema de Torricelli nos dice que la velocidad de flujo en el chorro es:

$$v_j = \sqrt{2gh}$$

La rapidez de flujo de volumen que pasa por la boquilla es $Q = A_j v_j$, en unidades de metros cúbicos por segundo (m³/s) o de pies cúbicos por segundo (pie³/s). En una pequeña cantidad de tiempo, dt, el volumen del fluido que pasa por la boquilla es:

$$\text{Volumen que fluye} = Q(dt) = A_j v_j (dt) \qquad \textbf{(6–18)}$$

Mientras tanto, debido a que el fluido está saliendo del tanque, el nivel de fluido disminuye. Durante el pequeño incremento, dt, el nivel de fluido baja una pequeña distancia, dh. Entonces el volumen del fluido que sale del tanque es

$$\text{Volumen removido} = -A_t dh \qquad \textbf{(6–19)}$$

Estos dos volúmenes deben ser iguales. Entonces,

$$A_j v_j (dt) = -A_t dh \qquad \textbf{(6–20)}$$

Resolviendo para el tiempo dt, tenemos:

$$dt = \frac{-(A_t/A_j)}{v_j}\, dh \qquad \textbf{(6–21)}$$

Del teorema de Torricelli podemos sustituir $v_j = \sqrt{2gh}$. Entonces,

$$dt = \frac{-(A_t/A_j)}{\sqrt{2gh}}\,dh \tag{6–22}$$

Reescribiendo la ecuación para separar los términos que implican a h se tiene:

$$dt = \frac{-(A_t/A_j)}{\sqrt{2g}}\,h^{-1/2}dh \tag{6–23}$$

El tiempo requerido para que el nivel del fluido descienda de una profundidad, h_1, a otra, h_2, se puede hallar integrando la ecuación (6–23):

$$\int_{t_1}^{t_2} dt = \frac{-(A_t/A_j)}{\sqrt{2g}} \int_{h_1}^{h_2} h^{-1/2}dh \tag{6–24}$$

$$t_2 - t_1 = \frac{-(A_t/A_j)}{\sqrt{2g}}\,\frac{(h_2^{1/2} - h_1^{1/2})}{\frac{1}{2}} \tag{6–25}$$

Podemos invertir los dos términos en donde se halla h y eliminar el signo menos. Al mismo tiempo, eliminando el $1/2$ del denominador, obtenemos:

TIEMPO REQUERIDO PARA VACIAR UN TANQUE

$$t_2 - t_1 = \frac{2(A_t/A_j)}{\sqrt{2g}}\,(h_1^{1/2} - h_2^{1/2}) \tag{6–26}$$

La ecuación (6–26) se puede utilizar para calcular el tiempo requerido para vaciar un tanque desde h_1 hasta h_2.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 6.15** Para el tanque que se muestra en la figura 6.13, encuentre el tiempo requerido para vaciarlo desde un nivel de 3.0 m a 0.50 m. El tanque tiene un diámetro de 1.50 m, y la boquilla de 50 mm.

Solución Para utilizar la ecuación (6–26), las áreas necesarias son:

$$A_t = \pi(1.50\text{ m})^2/4 = 1.767\text{ m}^2$$
$$A_j = \pi(0.05\text{ m})^2/4 = 0.001963\text{ m}^2$$

Se requiere el cociente de estas dos áreas:

$$\frac{A_t}{A_j} = \frac{1.767\text{ m}^2}{0.001963\text{ m}^2} = 900$$

Ahora bien, en la ecuación (6–26),

$$t_2 - t_1 = \frac{2(A_t/A_j)}{\sqrt{2g}}\,(h_1^{1/2} - h_2^{1/2})$$
$$t_2 - t_1 = \frac{2(900)}{\sqrt{2(9.81\text{ m/s}^2)}}\,[(3.0\text{ m})^{1/2} - (0.5\text{ m})^{1/2}]$$
$$t_2 - t_1 = 417\text{ s}$$

Esto es equivalente a 6 min y 57 s.

6.12.1 Vaciado de un tanque presurizado

Si el tanque de la figura 6.13 está sellado con una presión por encima del fluido, se debe agregar la cabeza piezométrica, p/γ, a la profundidad real del fluido antes de llevar a cabo los cálculos que se deben realizar en la ecuación (6–25).

6.12.2 Efecto del tipo de boquilla

El desarrollo de la ecuación (6–26) supone que el diámetro del chorro de fluido que fluye por la boquilla es el mismo que el de la misma boquilla. Esto está muy cercano a la verdad para las boquillas con forma redondeada que se representan en las figuras 6.9, 6.11 y 6.13. Sin embargo, si la boquilla tiene una forma más aguda, el diámetro mínimo del chorro es significativamente menor que el diámetro de la abertura. Por ejemplo, en la figura 6.14 se muestra el flujo que sale de un tanque a través de un orificio con bordes agudos. El área adecuada que se debe utilizar como A_j en la ecuación (6–26) es la que tiene el diámetro más pequeño. Este punto, conocido como la *vena contracta*, se presenta ligeramente fuera del orificio. Para el orificio de bordes agudos, $A_j = 0.62A_o$ es una buena aproximación.

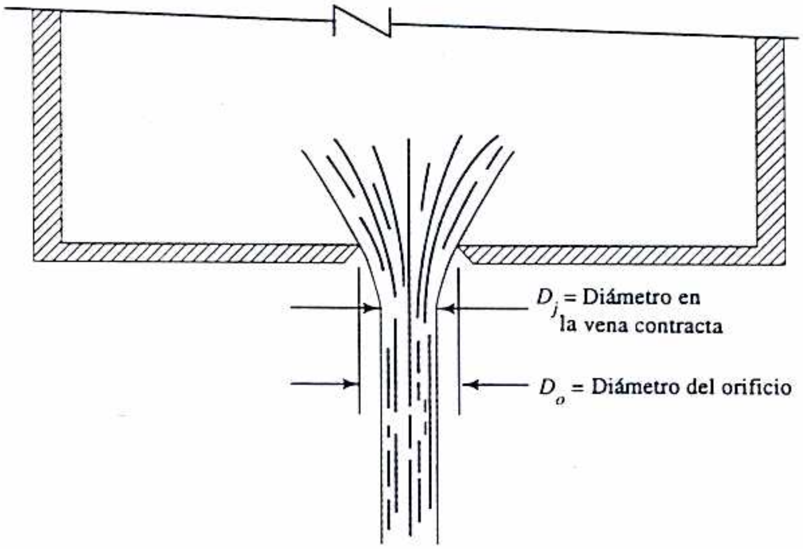

D_j = Diámetro en la vena contracta
D_o = Diámetro del orificio

FIGURA 6.14 Flujo a través de un orificio con bordes agudos.

REFERENCIA

1. Sociedad Norteamericana de Ingenieros Mecánicos. 1992. Norma ANSI/ASME B31.1-1992, *Power Piping*. [Tuberías de Potencia]. Nueva York: Autor.

PROBLEMAS DE PRÁCTICA

Factores de conversión

6.1 Convierta una rapidez de flujo de volumen de 3.0 gal/min a m^3/s.

6.2 Convierta 459 gal/min a m^3/s.

6.3 Convierta 8720 gal/min a m^3/s.

6.4 Convierta 84.3 gal/min a m^3/s.

6.5 Convierta una rapidez de flujo de volumen de 125 L/min a m^3/s.

6.6 Convierta 4500 L/min a m^3.

6.7 Convierta 15 000 L/min a m^3/s.

6.8 Convierta 459 gal/min a L/min.

6.9 Convierta 8720 gal/min a L/min.

6.10
6.11
6.12
6.13
6.14
6.15
6.16
6.17
6.18
6.19
6.20
6.21
6.22
6.23
6.24
6.25
6.26
6.27
6.28

Nota gen
que se ref
de los flu
factores
energía e
otra cosa,
al diáme

Rapidez

6.29M
6.30M

6.10 Convierta 23.5 cm^3/s a m^3/s.

6.11 Convierta 0.296 cm^3/s a m^3/s.

6.12 Convierta 0.105 m^3/s a L/min.

6.13 Convierta 3.58×10^{-3} m^3/s a L/min.

6.14 Convierta 5.26×10^{-6} m^3/s a L/min.

6.15 Convierta 459 gal/min a pies^3/s.

6.16 Convierta 20 gal/min a pies^3/s.

6.17 Convierta 2500 gal/min a pies^3/s.

6.18 Convierta 2.50 gal/min a pies^3/s.

6.19 Convierta 1.25 pies^3/s a gal/min.

6.20 Convierta 0.060 pie^3/s a gal/min.

6.21 Convierta 7.50 pies^3/s a gal/min.

6.22 Convierta 0.008 pie^3/s a gal/min.

6.23 En la tabla 6.2 se presenta el intervalo de valores de rapidez de flujo de volumen típica para bombas centrífugas de combate a incendios, éste va de 500 a 2500 gal/min. Exprese dicho intervalo en unidades de pie^3/s y m^3/s.

6.24 En la tabla 6.2 se presenta el intervalo de valores de rapidez de flujo de volumen típica para bombas de sistemas hidráulicos de aceite industrial, éste va de 3 a 30 gal/min. Exprese dicho intervalo en unidades de pie^3/s y m^3/s.

6.25 Una cierta bomba de pozo profundo para uso residencial está indicada para proporcionar 745 gal/h de agua. Exprese esta rapidez de flujo en pie^3/s.

6.26 Una pequeña bomba proporciona 0.85 gal/h de fertilizante líquido. Exprese esta rapidez de flujo en pie^3/s.

6.27 Una pequeña bomba de medición proporciona 11.4 gal de una sustancia para tratamiento de agua por cada 24 horas. Exprese esta rapidez de flujo en pie^3/s.

6.28 Una pequeña bomba de medición proporciona 19.5 mL/min de agua para diluir un arroyo de desechos. Exprese esta rapidez de flujo en m^3/s.

Nota general: En los problemas siguientes se le puede pedir que se refiera al apéndice correspondiente a las propiedades de los fluidos, a las dimensiones de conductos y tuberías o a factores de conversión. Suponga que no existen pérdidas de energía en ninguno de los problemas. A menos que se diga otra cosa, los tamaños dados de los conductos corresponden al diámetro interior actual.

Rapidez de flujo de fluido

6.29M *Agua a 10 °C está fluyendo a 0.075 m^3/s. Calcule la rapidez de flujo de peso y la rapidez de flujo de masa.*

6.30M *El aceite para un sistema hidráulico (sg = 0.90) está fluyendo a 2.35×10^{-3} m^3/s. Calcule la rapidez de flujo de peso y la rapidez de flujo de masa.*

6.31M *Líquido refrigerante (sg = 1.08) está fluyendo a una rapidez de flujo de peso de 28.5 N/h. Calcule la rapidez de flujo de volumen y la rapidez de flujo de masa.*

6.32M *Después de que el líquido refrigerante se convierte en gas, su peso específico es de 12.50 N/m^3. Si la rapidez de flujo de peso sigue siendo de 28.5 N/h, calcule la rapidez de flujo de volumen.*

6.33C Un ventilador produce 640 pies^3/min (PCM) de aire. Si la densidad del aire es de 1.20 kg/m^3, calcule la rapidez de flujo de masa en slugs/s y la rapidez de flujo de peso en lb/h.

6.34E Un gran soplador para horno proporciona 45 700 pies^3/min (PCM) de aire, cuyo peso específico es de 0.075 lb/pie^3. Calcule la rapidez de flujo de peso y la rapidez de flujo de masa.

6.35E Un horno requiere 1200 lb/h de aire para una combustión eficiente. Si el aire tiene un peso específico de 0.062 lb/pie^3, calcule la rapidez de flujo de volumen requerida.

6.36E Si una bomba retira 1.65 gal/min de agua de un tanque, ¿cuánto tiempo le llevará vaciar el tanque si éste contiene 7425 lb de agua?

Ecuación de continuidad

6.37E Calcule el diámetro de un conducto que deberá llevar 75.0 pies^3/s de un líquido con una velocidad promedio de 10.0 pies/s.

6.38E Si la velocidad de un líquido es de 1.65 pies/s en un conducto de 12 pulg de diámetro, ¿cuál es la velocidad en un chorro de 3 pulg de diámetro que sale de una boquilla colocada en el conducto?

6.39M *Si 2000 L/min de agua fluyen por de un conducto de 300 mm de diámetro que más adelante tiene un diámetro menor de 150 mm, calcule la velocidad promedio de flujo en cada tramo de conducto.*

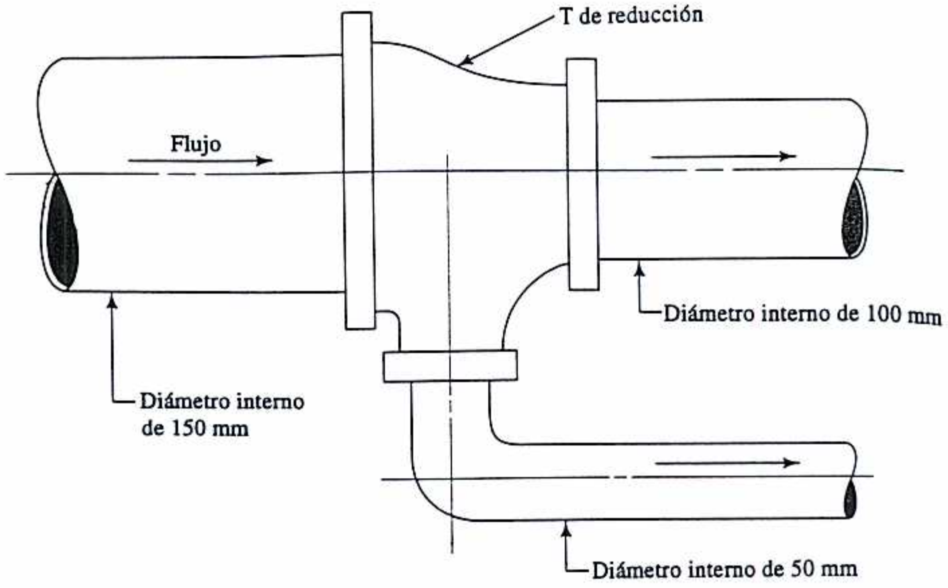
6.40M *El agua fluye a 1.20 m/s en un conducto de 150 mm de diámetro. Calcule la velocidad de flujo en un conducto de 300 mm de diámetro que está conectado con el anterior.*

6.41M *Un conducto de 150 mm lleva 0.072 m^3/s de agua. El conducto se ramifica en dos, como se muestra en la figura 6.15. Si la velocidad en el conducto de 50 mm es de 12.0 m/s, ¿cuál es la velocidad en el conducto de 100 mm?*

6.42E Un conducto de acero estándar Calibre 40 va a ser seleccionado para llevar 10 gal/min de agua con una velocidad máxima de 1.0 pie/s. ¿Qué tamaño deberá utilizarse?

6.43E Si está fluyendo agua a 180 °F con una velocidad de 4.50 pies/s en un conducto estándar de 6 pulg. Calibre 40, calcule la rapidez de flujo de peso en lb/h.

FIGURA 6.15 Problema 6.41.


T de reducción
Flujo
Diámetro interno de 100 mm
Diámetro interno de 150 mm
Diámetro interno de 50 mm

6.44C Un tubo de acero estándar de 1 pulg DE (diámetro exterior, 0.065 pulg de grueso de pared) lleva 19.7 L/min de aceite. Calcule la velocidad de flujo.

6.45E En la tabla 6.3 se muestra que la velocidad de flujo recomendada en la línea de descarga de un sistema hidráulico de aceite está en el intervalo comprendido entre 8.0 y 25.0 pies/s. Si la bomba proporciona 30 gal/min de aceite, especifique los tamaños menor y mayor adecuados para una tubería de acero.

6.46E Repita el problema 6.45, sólo que ahora especifique los tamaños adecuados para que las líneas de succión mantengan la velocidad entre 2.0 y 7.0 pies/s para un flujo de 30 gal/min.

6.47M *En la tabla 6.2 se muestran los valores típicos de rapidez de flujo de volumen para bombas centrífugas de combate al fuego, éstos se hallan en el intervalo comprendido entre 1800 y 9500 L/min. Especifique el tamaño mínimo adecuado de conducto de acero, Calibre 40, para que cada rapidez de flujo mantenga la máxima velocidad de flujo a 2.0 m/s.*

6.48M *Repita el problema 6.47, pero ahora utilice un conducto Calibre 80.*

6.49C Calcule la velocidad de flujo resultante si 400 L/min de fluido fluyen por un conducto de 2 pulg, Calibre 40.

6.50C Repita el problema 6.49 para un conducto de 2 pulg, Calibre 40.

6.51E Calcule la velocidad de flujo resultante si 400 gal/min de fluido fluyen por un conducto de 4 pulg, Calibre 40.

6.52E Repita el problema 6.51 para un tubo de 4 pulg, Calibre 80.

6.53M *De la lista de tuberías de acero estándar presentada en el apéndice G, seleccione el menor tamaño que podría llevar 2.80 L/min de aceite con una velocidad máxima de 0.30 m/s.*

6.54E Un conducto de acero estándar de 6 pulg, Calibre 40, lleva 95 gal/min de agua. El conducto se ramifica en dos conductos estándar de 3 pulg. Si el flujo se divide en dos partes iguales entre las ramas, calcule la velocidad de flujo en los tres conductos.

6.55E Un intercambiador de calor de casco y tubo está hecho con dos tubos de acero estándar, como se muestra en la figura 6.16. Cada tubo tiene un grueso de pared de 0.049 pulg. Calcule el cociente requerido de rapidez de flujo de volumen en el casco entre la rapidez de flujo de volumen en el tubo, si la velocidad promedio de flujo deberá ser igual en cada uno.

6.56M *En la figura 6.17 se muestra un intercambiador de calor en el que cada uno de dos conductos de 6 pulg, Calibre 40 llevan 450 L/min de agua. Los conductos están dentro de un ducto rectangular cuyas dimensiones interiores son 200 mm por 400 mm. Calcule la velocidad de flujo en los conductos. Después calcule la rapidez de flujo requerida de agua en el ducto para obtener la misma velocidad promedio.*

6.57E En la figura 6.18 se muestra una sección transversal de un intercambiador de calor de casco y tubo. Calcule la rapidez de flujo de volumen requerida en cada conducto pequeño y en el casco para obtener una velocidad de flujo promedio de 25 pies/s en todas las partes.

6.58M Un medidor venturi *es un dispositivo que utiliza una restricción en un sistema de flujo para medir la velocidad de flujo. En la figura 6.19 se ilustra un tipo de diseño. Si la sección de conducto principal es un tubo de cobre estándar de 4 pulg, tipo K, calcule la rapidez de flujo de volumen cuando la velocidad en la sección es de 3.0 m/s. Luego, para dicha rapidez de flujo de volumen especifique el tamaño requerido*

FIGURA 6.16 Intercambiador de calor de casco y tubo para el problema 6.55.

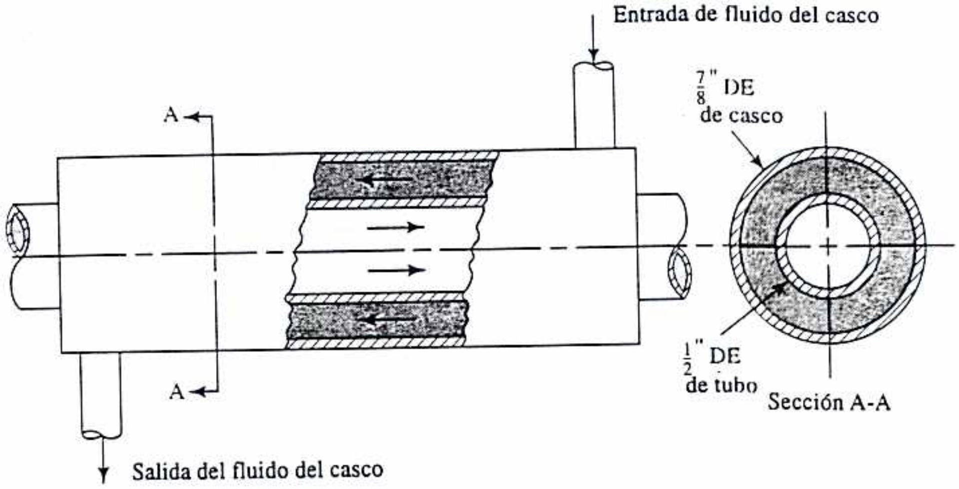


FIGURA 6.17 Problema 6.56.

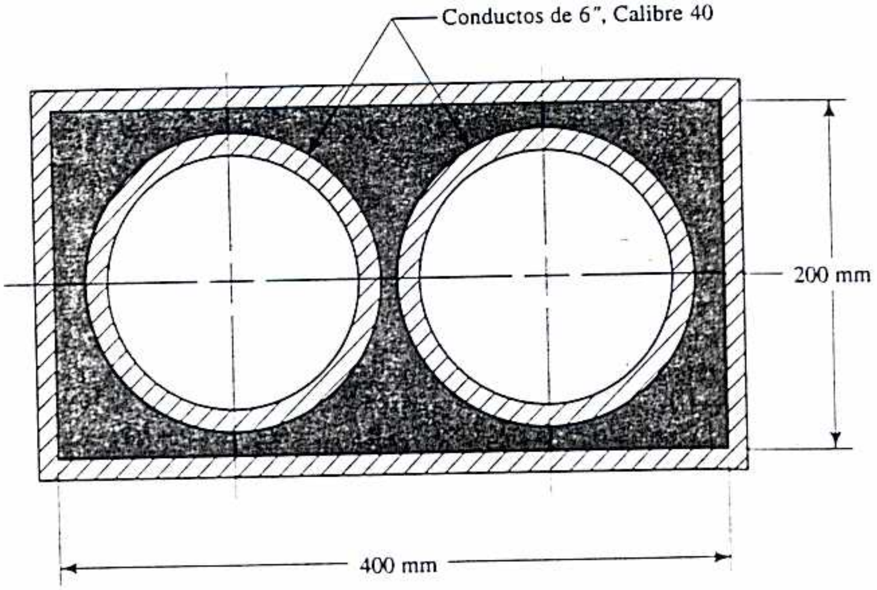
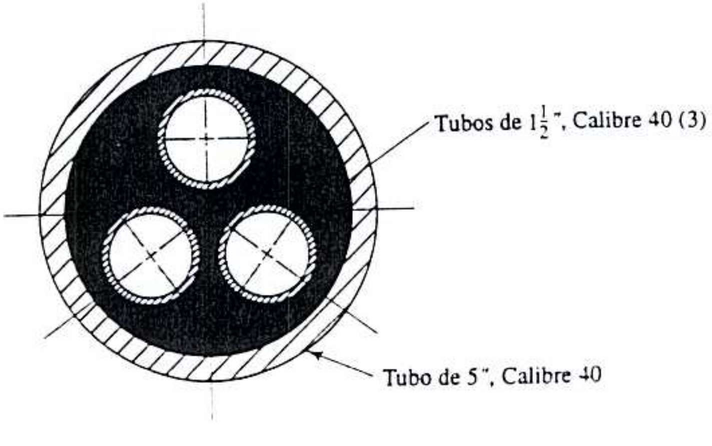


FIGURA 6.18 Problema 6.57.



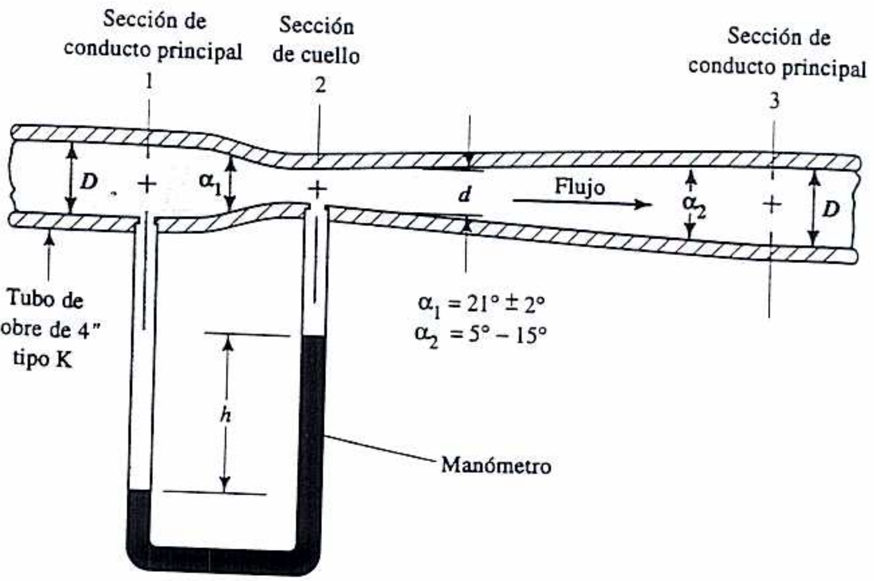


FIGURA 6.19 Medidor venturi para el problema 6.58.

de la sección de cuello que haría que la velocidad en tal punto fuera de al menos 15.0 m/s.

6.59E Una boquilla de flujo, mostrada en la figura 6.20, se utiliza para medir la velocidad de flujo. Si la boquilla está instalada dentro de un tubo de 14 pulg, Calibre 40, y tiene un diámetro de 2.75 pulg, calcule la velocidad de flujo en la sección 1 y en el cuello de la boquilla cuando 7.50 pies^3/s de agua fluyen por el sistema.

Ecuación de Bernoulli

6.60M *Gasolina (sg = 0.67) está fluyendo a 0.11 m^3/s en el conducto que se presenta en la figura 6.21. Si la presión antes de la reducción es de 415 kPa, calcule la presión en el conducto de 75 mm de diámetro.*

6.61M *Agua a 10 °C está fluyendo del punto A al punto B por el conducto que se muestra en la figura 6.22 a una rapidez de 0.37 m^3/s. Si la presión en A es de 66.2 kPa, calcule la presión en B.*

FIGURA 6.20 Medidor de boquilla para el problema 6.59.

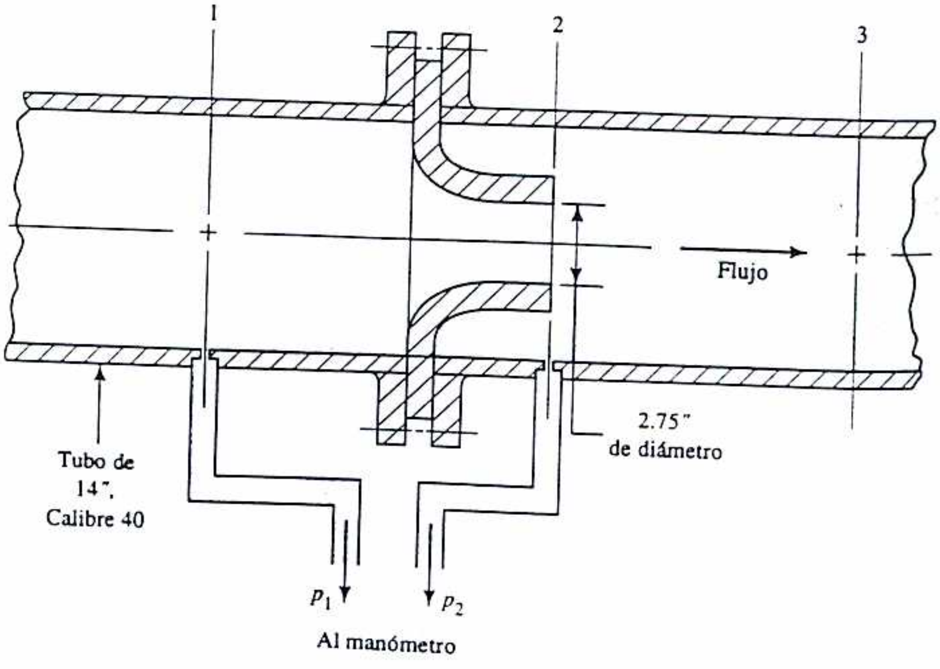
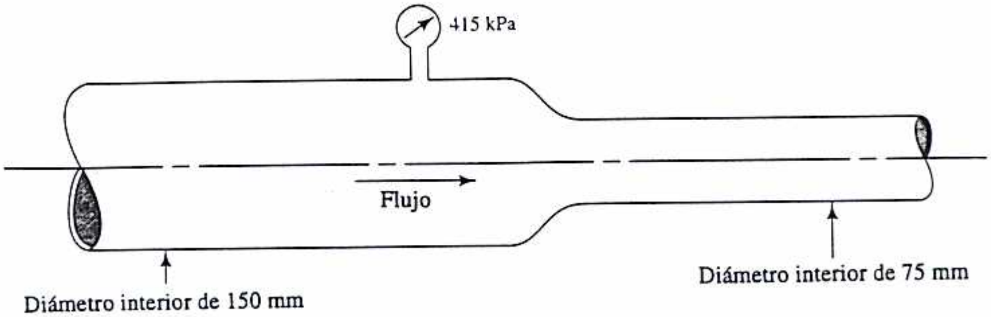


FIGURA 6.21 Problema 6.60.



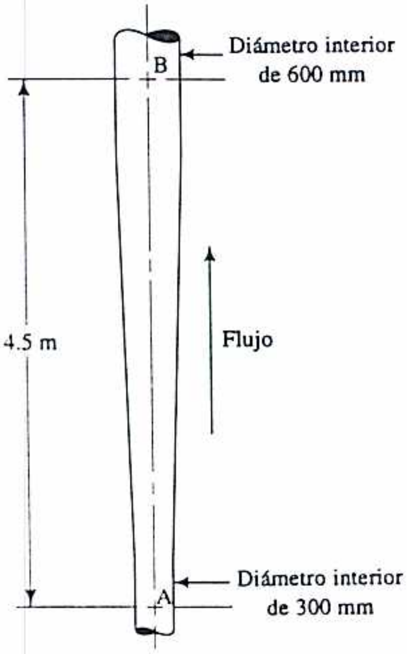


FIGURA 6.22 Problema 6.61.

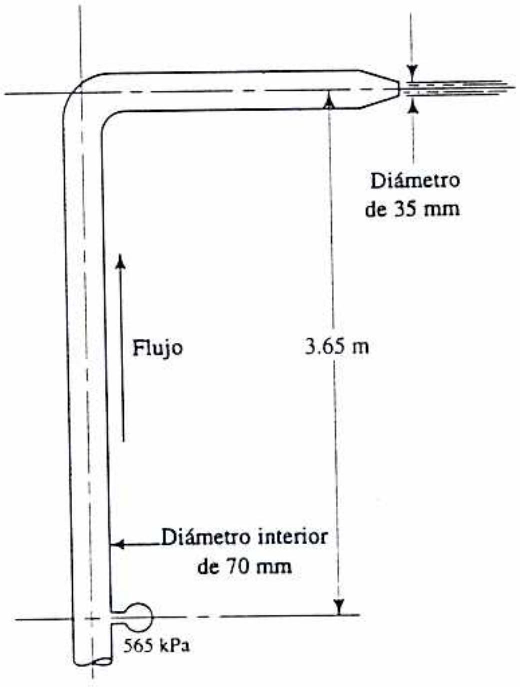


FIGURA 6.23 Problema 6.62.

6.62M *Calcule la rapidez de flujo de volumen del agua a 5 °C que pasa por el sistema de la figura 6.23.*

6.63E Calcule la presión requerida en el conducto de la figura 6.24, justo delante de la boquilla, para producir una velocidad de chorro de 75 pies/s. El fluido es agua a 180 °F.

FIGURA 6.24 Problema 6.63.

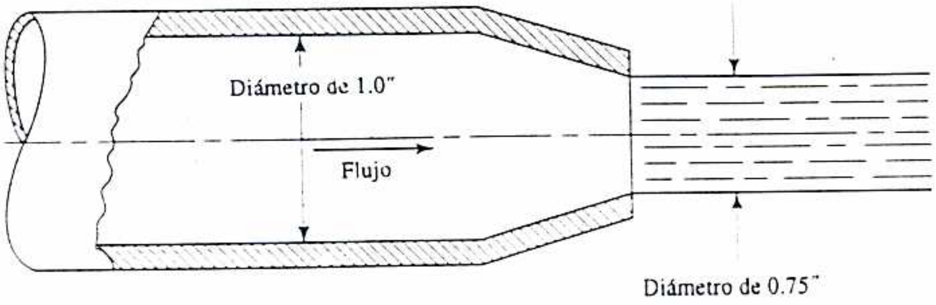
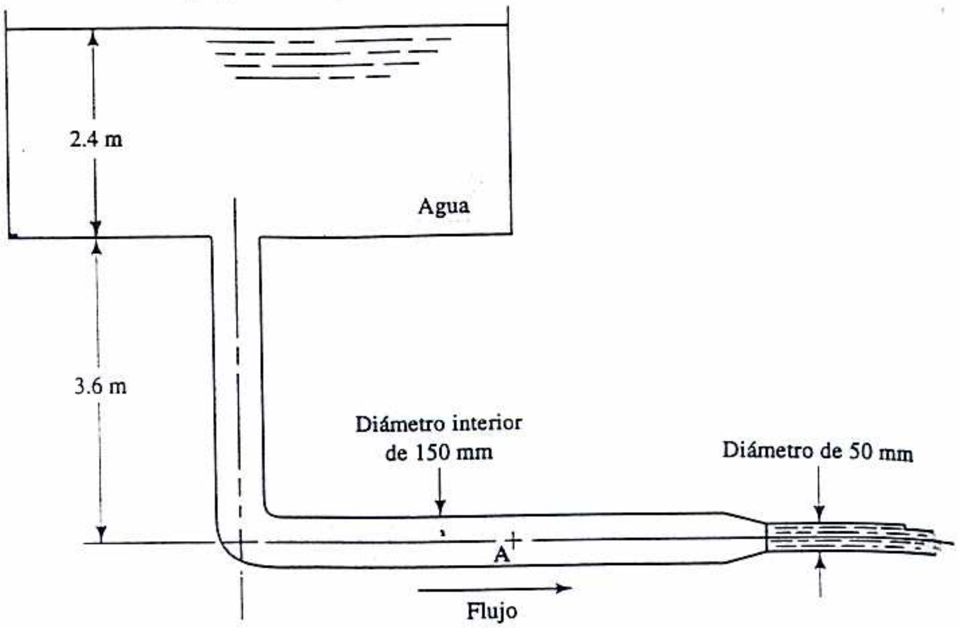


FIGURA 6.25 Problema 6.65.



6.64E Queroseno con un peso específico de 50.0 lb/pies^3 está fluyendo a 10 gal/min de un conducto de acero de 1 pulg, calibre 40, a un conducto de acero de 2 pulg, Calibre 40. Calcule la diferencia en presión de los dos conductos.

6.65M *Para el sistema que se muestra en la figura 6.25, calcule (a) la rapidez de flujo de volumen de agua que sale de la boquilla y (b) la presión en el punto A.*

6.66M *Para el sistema que se presenta en la figura 6.26, calcule (a) la rapidez de flujo de volumen de aceite que sale de la boquilla y (b) la presión en los puntos A y B.*

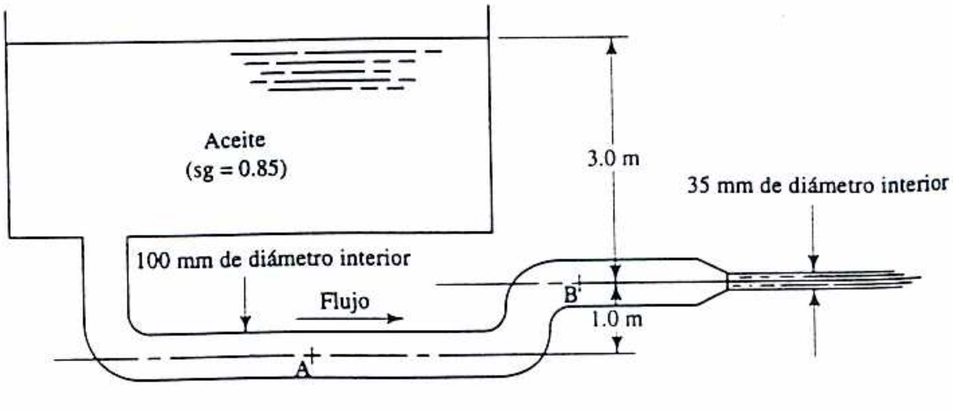
6.67E Para el tanque que se muestra en la figura 6.27, calcule la rapidez de flujo de volumen de agua que sale por la boquilla. El tanque está sellado con una presión de 20 lb/pulg^2 relativa por encima del agua. La profundidad, *h*, es de 8 pies.

6.68E Calcule la presión del aire en el tanque sellado que se presenta en la figura 6.27 y que ocasionaría que la velocidad de flujo fuera de 20 pies/s en la boquilla. La profundidad, *h*, es de 10 pies.

6.69M *Para el sifón de la figura 6.28, calcule (a) la rapidez de flujo de volumen de agua que pasa por la boquilla y (b) la presión en los puntos A y B. La distancia X es de 4.6 m y la distancia Y es de 0.90 m.*

6.70M *Para el sifón que se presenta en la figura 6.28, calcule la distancia X requerida para obtener una rapidez de flujo de volumen de* 7.1×10^{-3} m^3/s.

FIGURA 6.26 Problema 6.66.



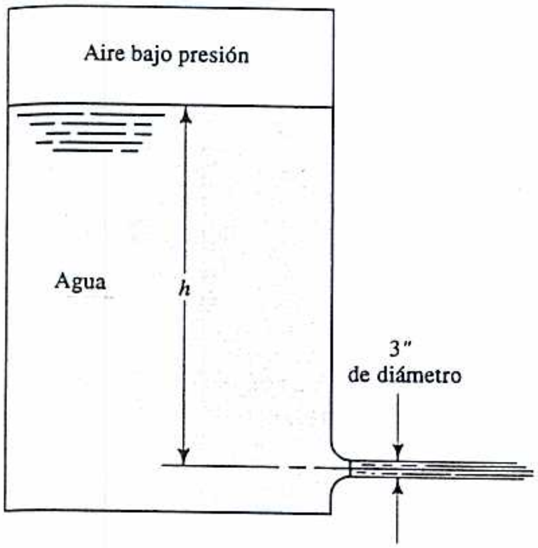


FIGURA 6.27 Problemas 6.67 y 6.68.

6.71M *Para el sifón que se presenta en la figura 6.28, suponga que la rapidez de flujo de volumen es de* 5.6×10^{-3} m^3/s. *Determine la máxima distancia Y posible si la mínima presión permitida en el sistema es de −18 kPa(gage).*

6.72M *Para el sifón que se muestra en la figura 6.29, calcule (a) la rapidez de flujo de volumen de aceite del tanque y (b) la presión en los puntos A, B, C y D.*

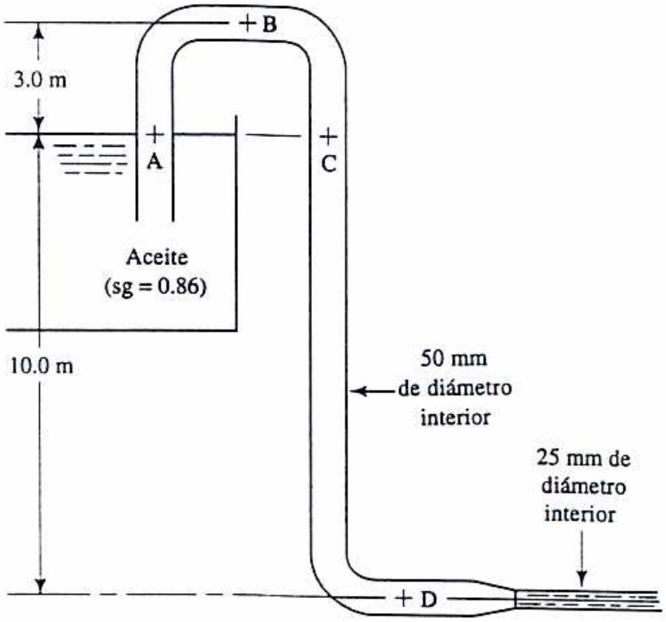


FIGURA 6.29 Problemas 6.72 y 6.83.

6.73E Para el reductor de conducto que se presenta en la figura 6.30, la presión en el punto A es de 50.0 lb/pulg² relativa y en el punto B es de 42.0 lb/pulg² relativa. Calcule la velocidad de flujo de agua en el punto B.

FIGURA 6.28 Problemas 6.69, 6.70 y 6.71.

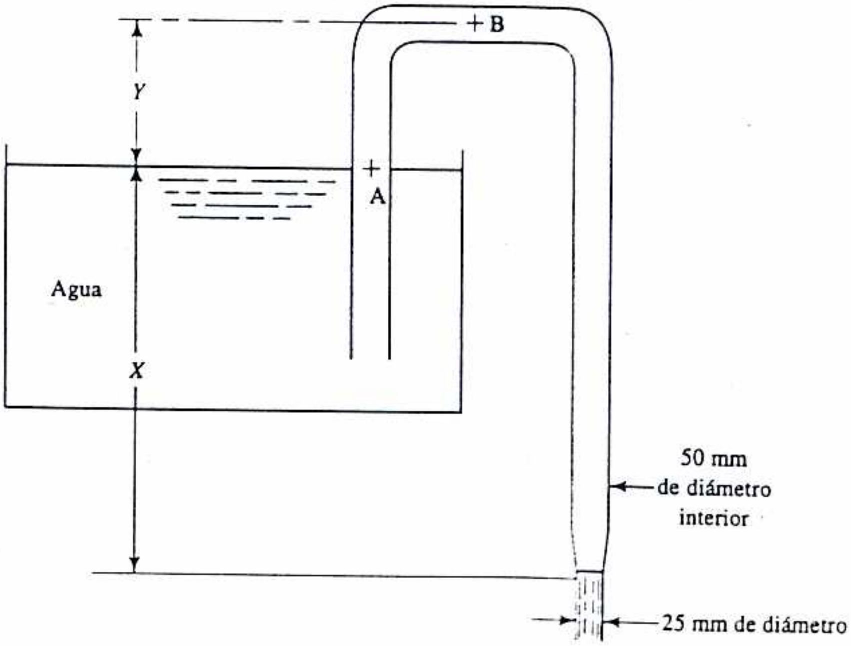
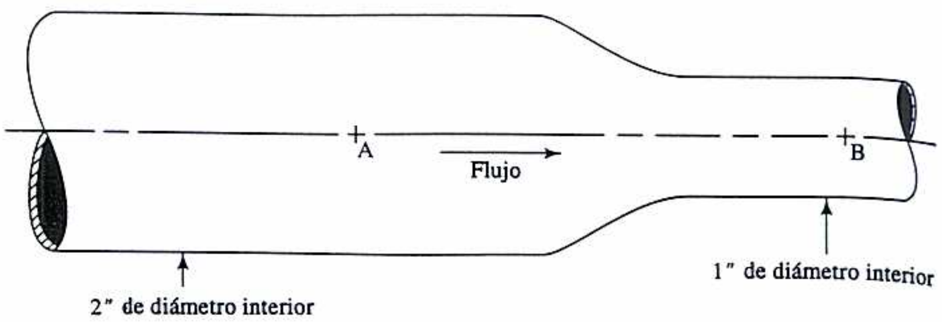


FIGURA 6.30 Problemas 6.73 y 6.84.



6.74E En el agrandamiento que presentamos en la figura 6.31, la presión en el punto A es de 25.6 lb/pulg^2 relativa y en el punto B es de 28.2 lb/pulg^2 relativa. Calcule la rapidez de flujo de volumen del aceite (sg = 0.90).

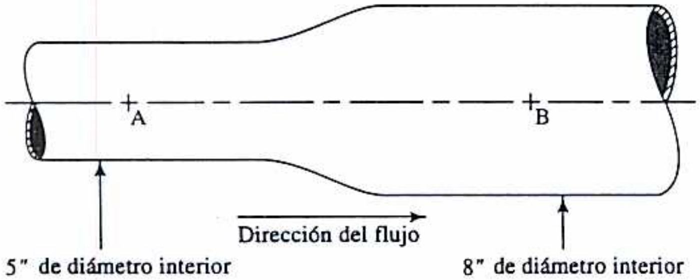


FIGURA 6.31 Problema 6.74.

6.75M *En la figura 6.32 se muestra un manómetro que se utiliza para indicar la diferencia de presión entre dos puntos de un sistema de conductos. Calcule la rapidez de flujo de volumen del agua del sistema si la desviación en el manómetro,* h, *es de 250 mm. (A este dispositivo se le conoce como medidor venturi, que se utiliza a menudo para mediciones de flujo.)*

6.76M *Para el medidor venturi que se muestra en la figura 6.32, calcule la desviación del manómetro,* h, *si la velocidad de flujo del agua en la sección de 25 mm de diámetro es de 10 m/s.*

6.77M *Aceite con peso específico de 8.64 kN/m^3 fluye de A a B por el sistema que se presenta en la figura 6.33. Calcule la rapidez de flujo de volumen del aceite.*

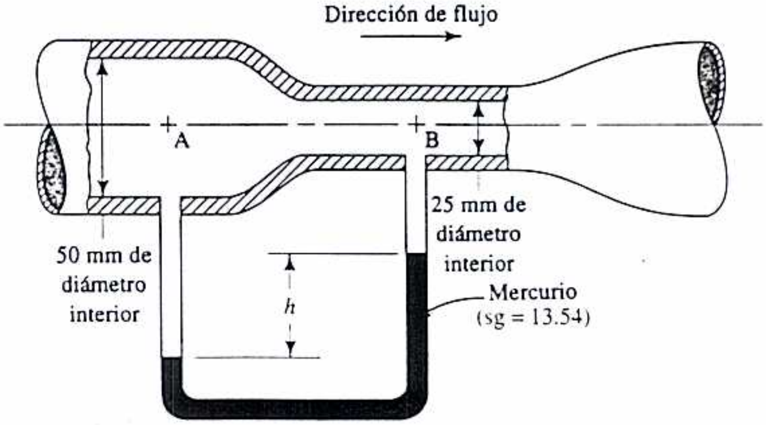
6.78M *El medidor venturi de la figura 6.34 lleva aceite (sg = 0.90). La gravedad específica del fluido manométrico es de 1.40. Calcule la rapidez de flujo de volumen del aceite.*

6.79E Aceite con una gravedad específica de 0.90 está fluyendo hacia abajo por el medidor venturi que se muestra en la figura 6.35. Si la desviación del manómetro, h, es de 28 pulg, calcule la rapidez de flujo de volumen del aceite.

6.80E Aceite con una gravedad específica de 0.90 está fluyendo hacia abajo por el medidor venturi que se muestra en la figura 6.35. Si la velocidad de flujo en la sección de 2 pulg es de 10.0 pies/s, calcule la desviación, h, del manómetro.

6.81E Gasolina (sg = 0.67) está fluyendo a 4.0 pies^3/s en el conducto de la figura 6.36. Si la presión antes de la reducción es de 60 lb/pulg^2 relativa, calcule la presión en el conducto de 3 pulg de diámetro.

FIGURA 6.32 Problemas 6.75 y 6.76.



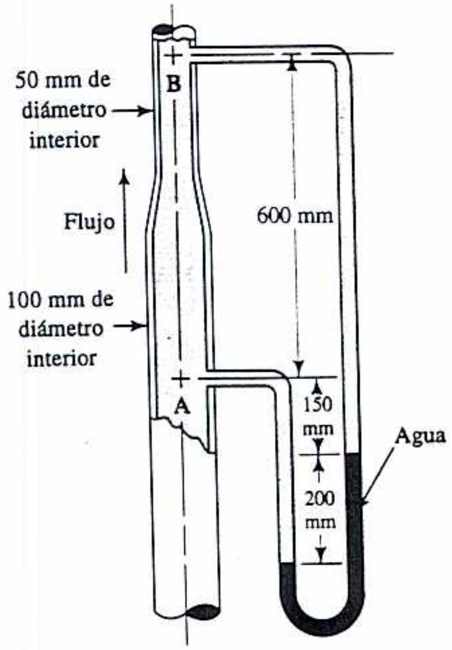


FIGURA 6.33 Problema 6.77.

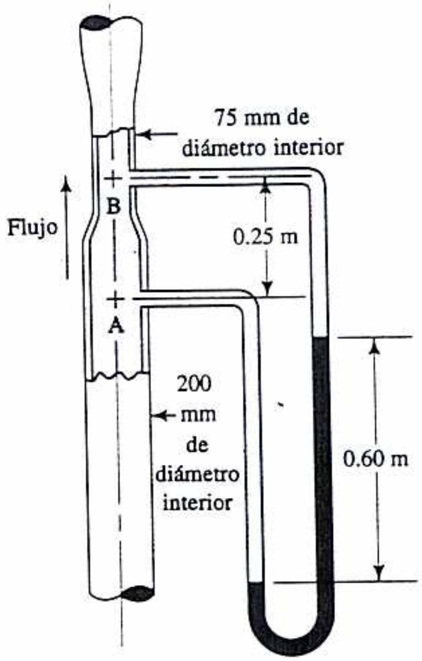


FIGURA 6.34 Problema 6.78.

FIGURA 6.35 Problemas 6.79 y 6.80.

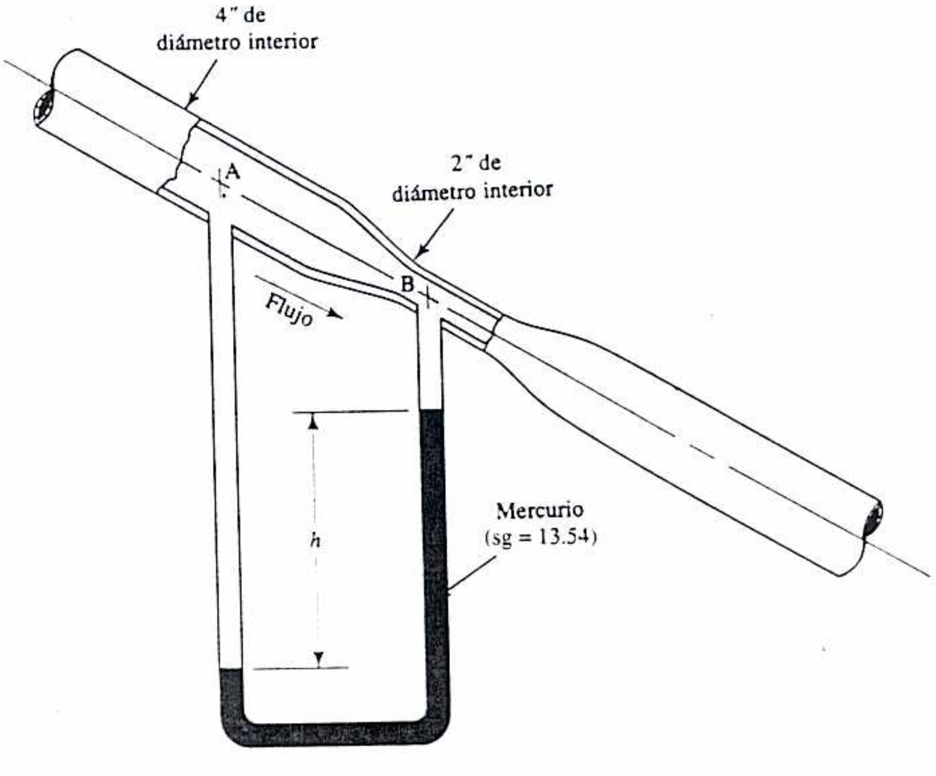
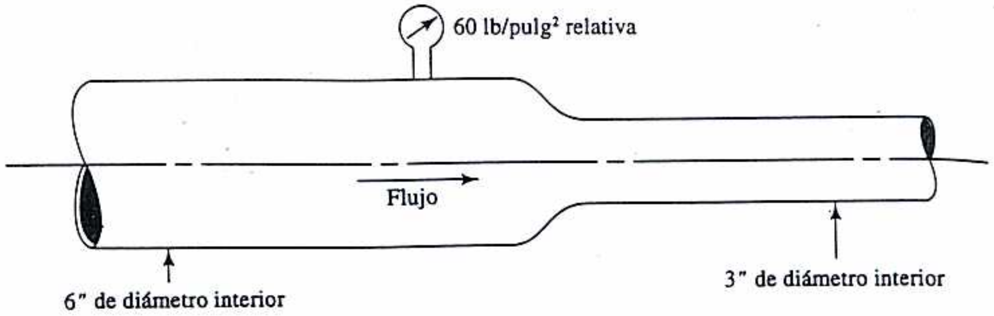


FIGURA 6.36 Problema 6.81.



6.82E Aceite con un peso específico de 55.0 lb/pie³ fluye del punto A al B por el sistema que se muestra en la figura 6.37. Calcule la rapidez de flujo de volumen del aceite.

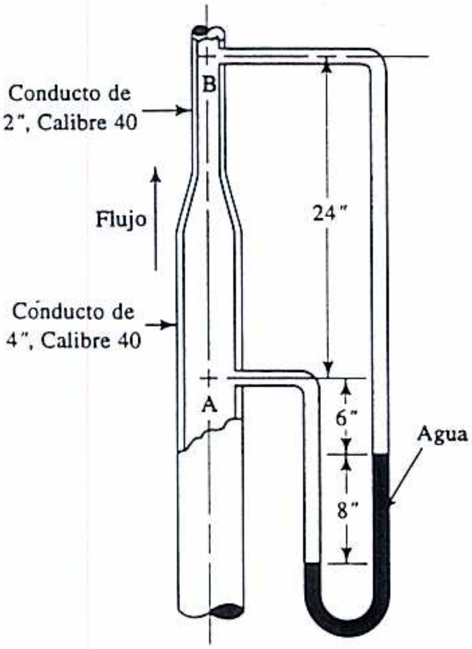


FIGURA 6.37 Problema 6.82.

6.83M *Trace un diagrama de las cabezas de elevación, de presión, de velocidad y total para el sistema del sifón de la figura 6.29, analizado en el problema 6.70.*

6.84E Trace un diagrama de las cabezas de elevación, de presión, de velocidad y total para el sistema del sifón de la figura 6.30, analizado en el problema 6.73.

6.85E En la figura 6.38 se presenta un sistema en el cual el agua fluye de un tanque a través de un sistema de conductos que tiene varios tamaños y elevaciones. Para los puntos A a G, calcule las cabezas de elevación, de presión, de velocidad y total. Trace éstas en un diagrama parecido al de la figura 6.6.

6.86M *En la figura 6.39 se muestra un medidor venturi que contiene un manómetro de tubo U para medir la velocidad de flujo. Cuando no existe flujo, la columna de mercurio está balanceada y su parte superior se encuentra 300 mm por debajo del cuello. Calcule la rapidez de flujo de volumen que pasa por el medidor y que ocasionaría que el mercurio fluya por el cuello. Observe que para una desviación dada del manómetro, h, el lado izquierdo se desplazará hacia abajo h/2, mientras que el lado derecho se elevará h/2.*

6.87E Para el tanque que se muestra en la figura 6.40, calcule la velocidad de flujo en la boquilla de salida a diferentes profundidades, de 10.0 pies hasta 2.0 pies, en decrementos de 2.0 pies. Después utilice decrementos de 0.5 pies hasta cero. Grafique la velocidad contra la profundidad.

6.88E ¿Qué profundidad de fluido por encima de la boquilla de salida se requiere para obtener 200 gal/min de agua del tanque que se presenta en la figura 6.40? La boquilla tiene un diámetro de 3.00 pulg.

Teorema de Torricelli

6.89 Derive el teorema de Torricelli para la velocidad de flujo de un tanque, a través de un orificio que se abre hacia la atmósfera, con una profundidad dada de fluido.

6.90E Resuelva el problema 6.88 utilizando la aplicación directa del teorema de Torricelli.

6.91M *¿A qué altura se elevará el chorro de fluido si se tienen las condiciones que se presentan en la figura 6.41?*

6.92E ¿A qué altura se elevará el chorro de fluido si se tienen las condiciones que se presentan en la figura 6.42?

FIGURA
para el pr

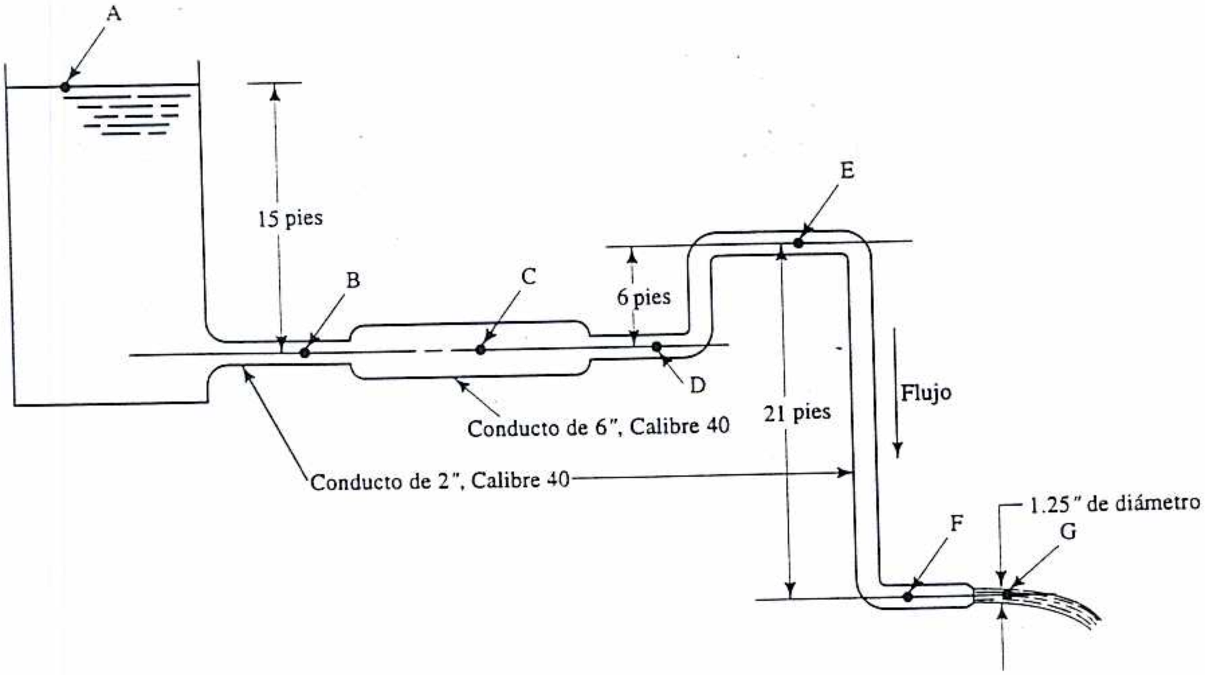
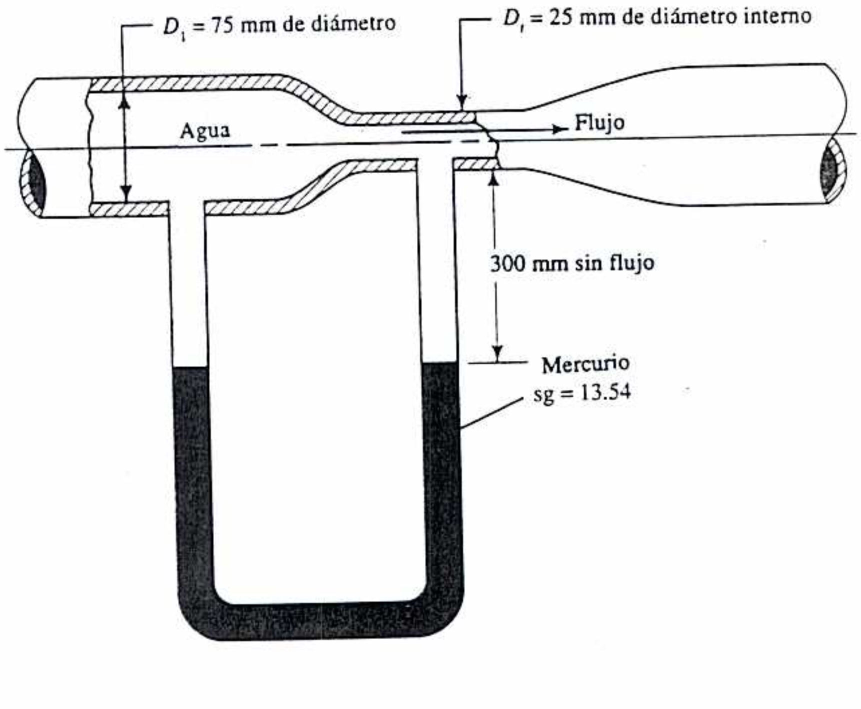


FIGURA 6.38 Sistema de flujo para el problema 6.85.

FIGURA 6.39 Medidor venturi para el problema 6.86.



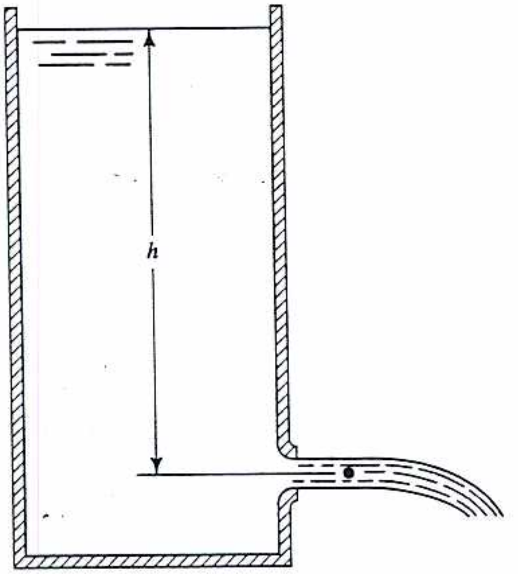


FIGURA 6.40 Tanque para los problemas 6.87 a 6.88.

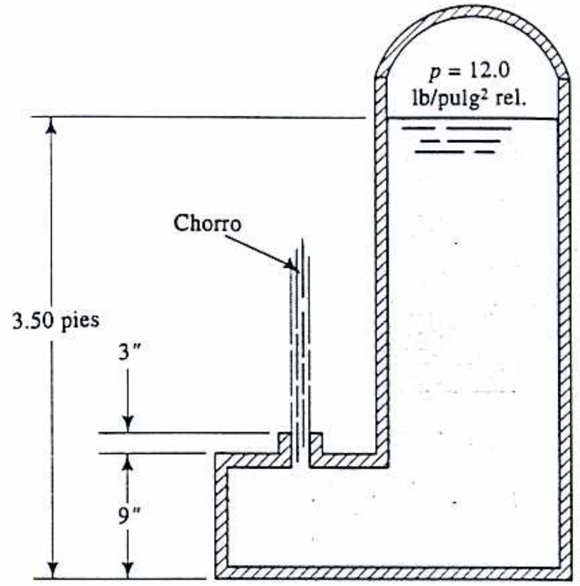


FIGURA 6.42 Problema 6.92.

6.93E ¿Qué presión se requiere que haya por encima del fluido de la figura 6.12, para que el chorro se eleve a 28.0 pies? La profundidad de fluido es de 4.50 pies.

6.94M *¿Qué presión se requiere que haya por encima del fluido de la figura 6.12, para que el chorro se eleve a 9.50 m? La profundidad de fluido es de 1.50 m.*

Flujo debido a una cabeza en descenso

6.95M *Calcule el tiempo requerido para vaciar el tanque que se muestra en la figura 6.13, si la profundidad original es de 2.68 m. El diámetro del tanque es de 3.00 m y el diámetro del orificio es de 150 mm.*

6.96M *Calcule el tiempo requerido para vaciar el tanque que se muestra en la figura 6.13, si la profundidad original es de 55 mm. El diámetro del tanque es de 300 mm y el diámetro del orificio es de 20 mm.*

6.97E Calcule el tiempo requerido para vaciar el tanque que se muestra en la figura 6.13, si la profundidad original es de 15 pies. El diámetro del tanque es de 12.0 pies y el diámetro del orificio es de 6.00 pulg.

6.98E Calcule el tiempo requerido para vaciar el tanque que se muestra en la figura 6.13, si la profundidad original es de 18.5 pies. El diámetro del tanque es de 22.0 pulg y el diámetro del orificio es de 0.50 pulg.

6.99M *Calcule el tiempo requerido para reducir la profundidad del líquido en el tanque de la figura 6.13 en 1.50 m, si la profundidad original del fluido es de 2.68 m. El diámetro del tanque es de 2.25 m y el del orificio es de 50 mm.*

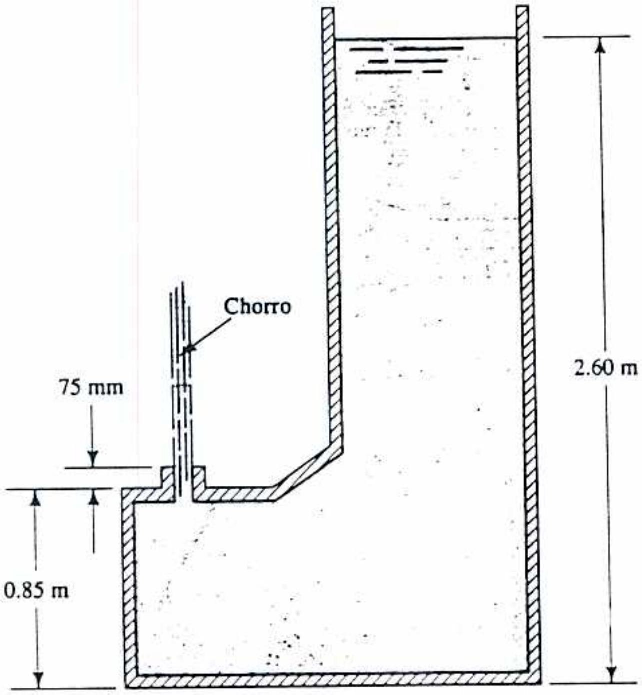


FIGURA 6.41 Problema 6.91

6.100M *Calcule el tiempo requerido para reducir la profundidad del líquido en el tanque de la figura 6.13 en 225 mm, si la profundidad original del fluido es de 1.38 m. El diámetro del tanque es de 1.25 m y el del orificio es de 25 mm.*

6.101E Calcule el tiempo requerido para reducir la profundidad del líquido en el tanque de la figura 6.13 en 12.5 pulg, si la profundidad original del fluido es de 38 pulg. El diámetro del tanque es de 6.25 pies y el del orificio es de 0.625 pulg.

6.102E Calcule el tiempo requerido para reducir la profundidad del líquido en el tanque de la figura 6.13 en 21.0 pies, si la profundidad original del fluido es de 23.0 pies. El diámetro del tanque es de 46.5 pies y el del orificio es de 8.75 pulg.

6.103E Repita el problema 6.97, pero suponga que ahora el tanque está sellado y existe una presión de 5.0 lb/pulg^2 relativa por encima del agua del tanque.

6.104E Repita el problema 6.101, pero suponga que ahora el tanque está sellado y existe una presión de 2.8 lb/pulg^2 relativa por encima del agua del tanque.

6.105M *Repita el problema 6.96, pero suponga que ahora el tanque está sellado y existe una presión de 20 kPa(gage) por encima del agua del tanque.*

6.106M *Repita el problema 6.100, pero suponga que ahora el tanque está sellado y existe una presión de 35.0 kPa(gage) por encima del agua del tanque.*

TAREAS DE PROGRAMACIÓN EN COMPUTADORA

1. Escriba un programa para calcular los valores de las cabezas de presión, de velocidad, de elevación y total para valores dados de presión, velocidad y elevación.
2. Mejore el programa de la tarea 1 haciendo que grafique lado a lado, en varias combinaciones, los diferentes tipos de cabeza, con el fin de compararlos entre sí.
3. En el programa de la tarea 1, incluya la capacidad de calcular la velocidad de flujo a partir de datos dados correspondientes a la rapidez de flujo de volumen y al tamaño de conducto.
4. Escriba un programa que calcule, utilizando la ecuación (6–26), el tiempo requerido para disminuir el nivel de fluido de un tanque entre dos valores para cualquier combinación de tamaño de tanque y diámetro de boquilla.
5. Agregue la capacidad de presurizar el sistema al programa de la tarea 2.
6. Escriba un programa para calcular la velocidad de flujo en un orificio, utilizando el teorema de Torricelli, para cualquier profundidad de fluido y cualquier cantidad de presión existente por encima de éste.

7 Ecuación general de la energía

7.1 OBJETIVOS

Algunas de las restricciones que se establecieron para el uso de la ecuación de Bernoulli, cuando se le desarrolló en el capítulo 6, se pueden eliminar al expandir la ecuación a lo que se conoce como *ecuación general de la energía*. Después de haber terminado el estudio de este capítulo, usted deberá ser capaz de:

1. Identificar las condiciones bajo las cuales se presentan pérdidas de energía en los sistemas de flujo de fluido.
2. Identificar los medios por los cuales se puede agregar energía a un sistema de flujo de fluido.
3. Identificar los medios por los cuales se puede eliminar energía de un sistema de flujo de fluido.
4. Expandir la ecuación de Bernoulli para conformar la ecuación general de la energía, tomando en cuenta pérdidas, ganancias y eliminaciones de energía.
5. Aplicar la ecuación general de la energía a una variedad de problemas prácticos.
6. Calcular la potencia agregada a un fluido mediante bombas.
7. Definir la *eficiencia de una bomba*.
8. Calcular la potencia requerida para operar una bomba.
9. Calcular la potencia transmitida por un fluido a un motor de fluido.
10. Definir la *eficiencia de un motor de fluido*.
11. Calcular la producción de potencia de un motor de fluido.

7.2 PÉRDIDAS Y ADICIONES DE ENERGÍA

Cuando desarrollamos la ecuación de Bernoulli en el capítulo 6, pusimos cuatro restricciones para su uso, a saber:

1. Es válida solamente para fluidos incompresibles.
2. No puede haber dispositivos mecánicos entre las dos secciones de interés.
3. No puede haber transferencia de calor hacia el fluido o fuera de éste.
4. No puede haber pérdidas de energía debidas a la fricción.

En varios ejemplos ilustrativos del capítulo 6, la suposición de que se cumplía con tales restricciones producía un error despreciable en el resultado. Sin embargo, para un sistema de flujo como el que se presenta en la figura 7.1, existen, definitivamente, algunas pérdidas y adiciones de energía entre las dos secciones de interés. Para sistemas como éste, ya no es válida la ecuación de Bernoulli.

A pesar de que los detalles de la forma de calcular la magnitud de las pérdidas y de las adiciones de energía se darán más adelante, en la presente sección se describen las condiciones generales en las cuales se presentan.

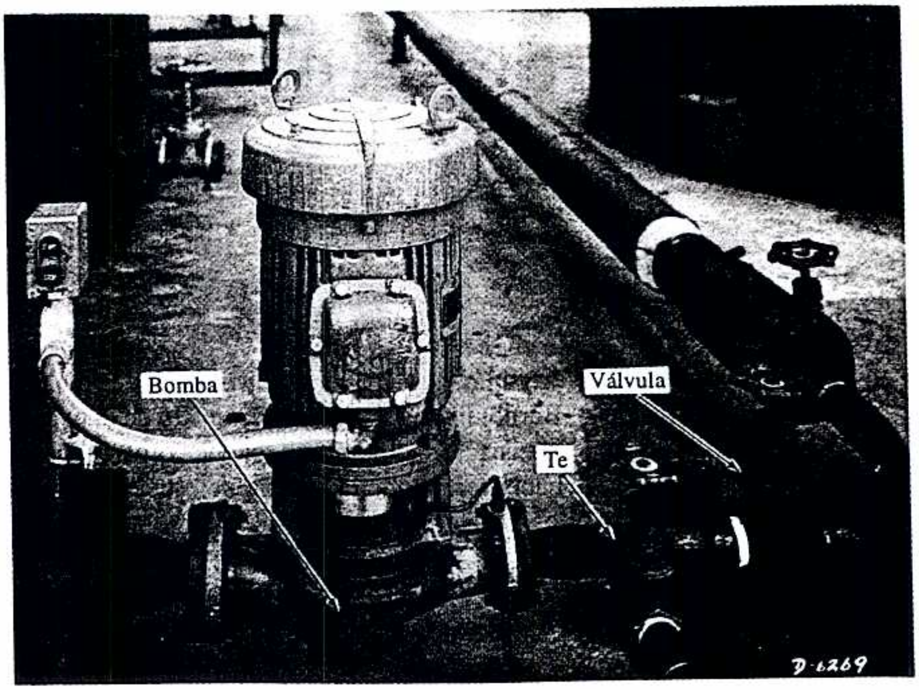


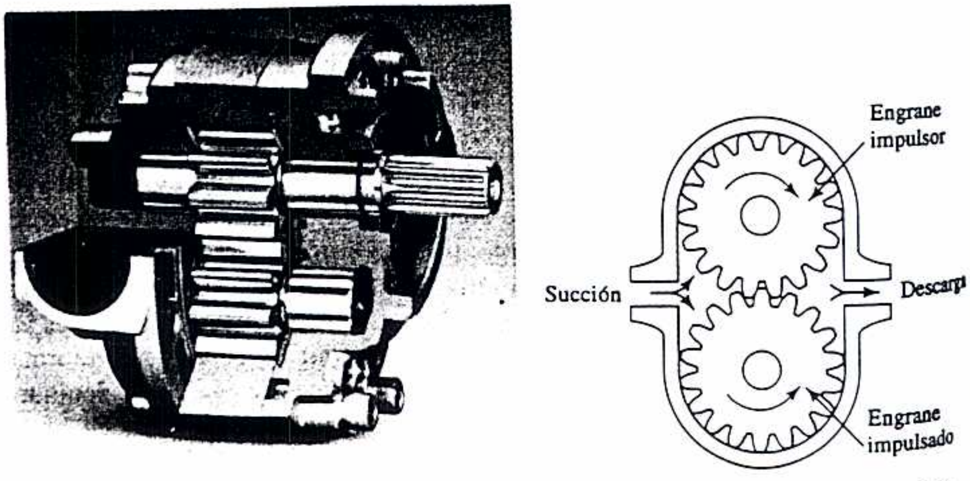
FIGURA 7.1 Instalación típica de una línea de conductos en la que se muestra una bomba, válvulas, tes y otros acoplamientos. (Fuente de la fotografía: Ingersoll-Rand Co., Phillipsburg, NJ.)

7.2.1 Dispositivos mecánicos

Con respecto a su efecto sobre un sistema de flujo, los dispositivos mecánicos se pueden clasificar de acuerdo con la característica de si éste entrega energía al fluido o a si el fluido entrega energía al dispositivo.

Una bomba es un ejemplo común de un dispositivo mecánico que añade energía a un fluido. Un motor eléctrico o algún otro dispositivo principal de potencia hace funcionar un eje de la bomba. Ésta entonces toma su energía cinética y la entrega al fluido, lo cual trae como resultado un aumento en la presión de fluido y éste empieza a fluir.

Se utilizan muchas configuraciones en el diseño de bombas. El sistema que se presenta en la figura 7.1 contiene una bomba centrífuga montada en línea con el proceso de entubado. En las figuras 7.2 y 7.3 se muestran dos tipos de bombas de

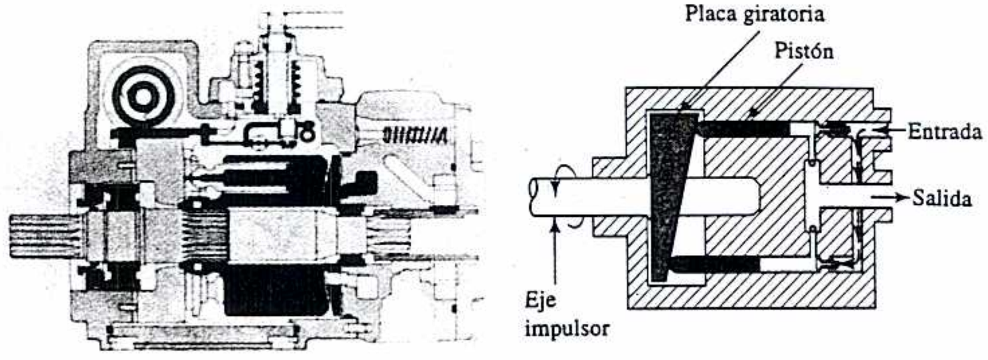


(a) Corte transversal

(b) Diagrama de la trayectoria de flujo

FIGURA 7.2 Bomba de engrane. (Fuente de la fotografía: Danfoss Fluid Power, una división de Danfoss, Inc., Racine, WI; fuente del diagrama: *Machine Design Magazine.*)

FIGURA 7.3 Bomba de pistón. (Fuente de la fotografía: Danfoss Fluid Power, una división de Danfoss, Inc., Racine, WI; fuente del diagrama: *Machine Design Magazine.*)



(a) Corte transversal

(b) Diagrama de la trayectoria de flujo

potencia de fluido, capaces de producir presiones muy altas, en el intervalo comprendido entre 1500 y 5000 lb/pulg^2 (10.3 y 34.5 MPa). En el capítulo 15 se presenta un análisis extenso de este tipo de bombas y de varios otros tipos, junto con su elección y su aplicación.

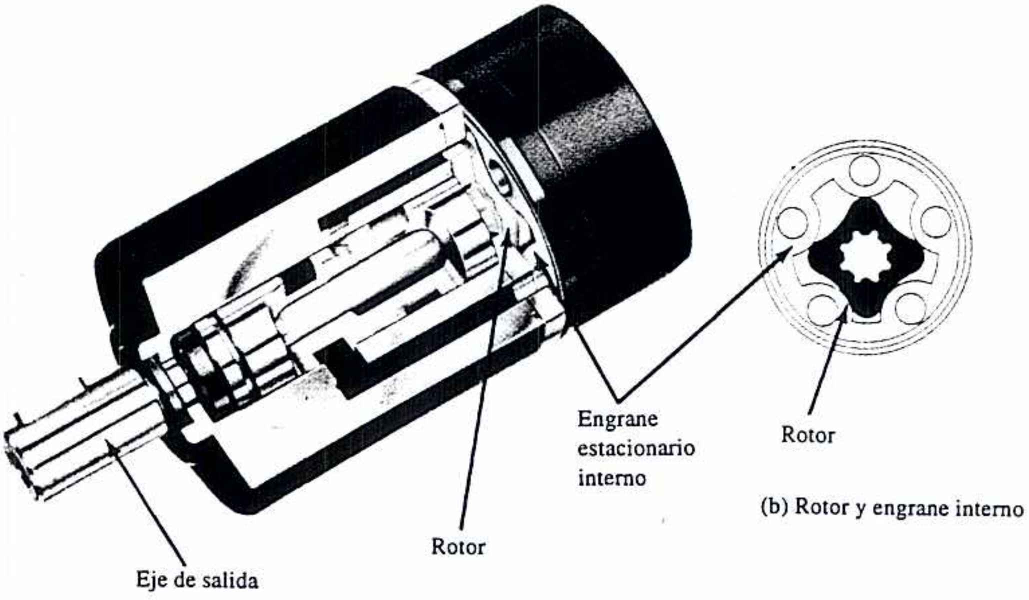
Los motores de fluido, turbinas, accionadores giratorios y lineales son ejemplos de dispositivos que toman energía de un fluido y la transfieren en forma de trabajo, ocasionando la rotación de un eje o el movimiento lineal de un pistón.

Muchos motores de fluido tienen la misma configuración básica que las bombas presentadas en las figuras 7.2 y 7.3. La principal diferencia entre una bomba y un motor de fluido es que cuando se pone en funcionamiento un motor, el fluido pone en funcionamiento los elementos giratorios del dispositivo. Las bombas funcionan a la inversa. En algunos diseños, como el de engranajes que se muestra en la figura 7.2, la bomba podría actuar como motor, forzando un flujo de fluido a través del aparato. En otros tipos de bomba se requeriría un cambio en la disposición de las válvulas o en la configuración de los elementos giratorios.

El motor hidrodinámico que se presenta en la figura 7.4, a menudo, se le utiliza como accionador de ruedas en equipos de construcción y en camiones, y para los componentes giratorios de sistemas de transferencia de material, transportadores, equipo agrícola, maquinaria especial y equipo de automatización. El diseño lleva incorporado un engrane interno estacionario con una forma especial. El componente giratorio es parecido a un engrane externo, a menudo conocido como *gerrotor*, y posee un diente menos que el engrane interno. El engrane externo gira en una órbita circular alrededor del centro del engrane interno. El fluido a alta presión que entra en la cavidad existente entre los dos engranes hace funcionar el rotor y forma un par de torsión que hace girar al eje de salida. La magnitud del par de torsión de salida depende de la diferencia de presión entre las partes de entrada y de salida del engrane giratorio. La rapidez de rotación es función del desplazamiento del motor (volumen por revolución) y de la rapidez de flujo de volumen del fluido a través del motor. En la figura 7.5 se muestra una fotografía del corte transversal de un cilindro de potencia de fluido o accionador lineal.

7.2.2 Fricción de fluido

Un fluido en movimiento ofrece una resistencia de fricción al flujo. Parte de la energía del sistema se convierte en *energía térmica* (calor), el cual se disipa a través de las paredes del conducto en el que el fluido se desplaza. La magnitud de la pérdida de energía depende de las propiedades del fluido, la velocidad de flujo, el tamaño del conducto, la rugosidad de la pared del conducto y la longitud del tubo. Desarrollaremos métodos para calcular esta pérdida de energía por fricción en capítulos posteriores.



(b) Rotor y engrane interno

(a) Corte transversal

FIGURA 7.4 Motor hidráulico. (Fuente: Danfoss Fluid Power, división de Danfoss, Inc., Racine, WI.)

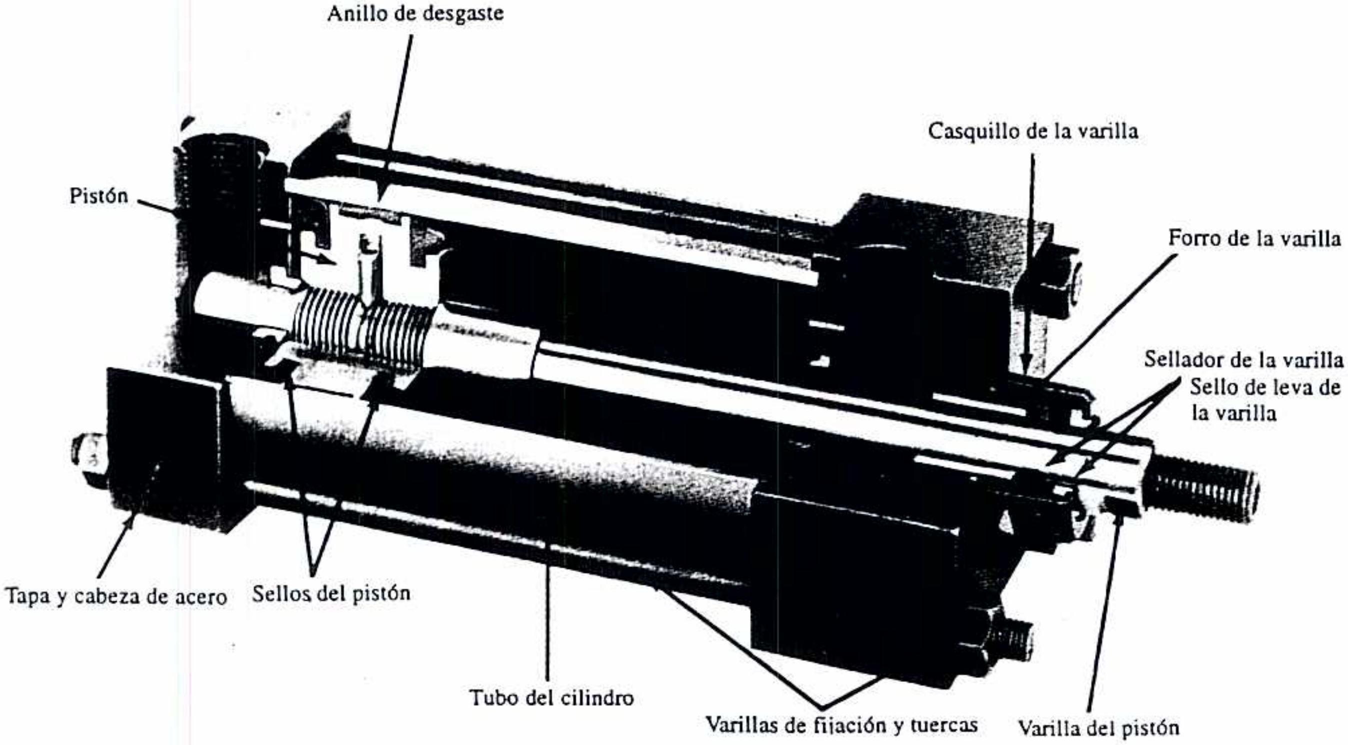


FIGURA 7.5 Cilindro de potencia de fluido. (Fuente de la fotografía: Mosier Industries, Brookville, OH.)

7.2.3 Válvulas y conectores

Los elementos que controlan la dirección o la rapidez de flujo de un fluido en un sistema, típicamente establecen turbulencias locales en el fluido, ocasionando que la energía se disipe en forma de calor. Estas pérdidas de energía se presentan siempre que haya una restricción, un cambio de velocidad de flujo o un cambio en su dirección. En un sistema grande, las pérdidas debidas a la presencia de válvulas y conectores es, por lo general, pequeña en comparación con las pérdidas por fricción en los conductos. Por consiguiente, a tales pérdidas se les conoce como *pérdidas menores.*

7.3 NOMENCLATURA DE PÉRDIDAS Y ADICIONES DE ENERGÍA

Explicaremos las pérdidas y las adiciones de energía en un sistema en términos de energía por unidad de peso o de fluido que fluye en el sistema. A esto también se le conoce como "cabeza", según lo describimos en el capítulo 6. Como un símbolo para el término cabeza utilizaremos la letra h, cuando se hable de pérdidas y adiciones de energía. Específicamente, utilizaremos los términos siguientes a lo largo del texto en varios capítulos.

h_A = *Energía añadida o agregada* al fluido mediante un dispositivo mecánico como puede ser una bomba.
h_R = *Energía removida o retirada* del fluido mediante un dispositivo mecánico como podría ser un motor de fluido.
h_L = *Pérdidas de energía* por parte del sistema, debidas a fricción en los conductos, o pérdidas menores debidas a la presencia de válvulas y conectores.

En esta ocasión no tomaremos en cuenta los efectos de la transferencia de calor hacia o fuera del fluido, ya que son despreciables en los tipos de problemas con los cuales estamos tratando.

La magnitud de las pérdidas de energía producidas por muchos tipos de válvulas y de conectores es directamente proporcional a la velocidad del fluido. Lo anterior se puede expresar de manera matemática como

$$h_L = K(v^2/2g)$$

El término K es el *coeficiente de resistencia*, que por lo general se le encuentra experimentalmente. En el capítulo 10 se dan más detalles acerca de las pérdidas menores.

7.4 ECUACIÓN GENERAL DE LA ENERGÍA

La ecuación general de la energía, como se utiliza en el presente texto, es una expansión de la ecuación de Bernoulli, que hace posible resolver problemas en los que se presentan pérdidas y adiciones de energía. La interpretación lógica de la ecuación de energía se puede ver en la figura 7.6, que representa un sistema de flujo. Los términos E_1' y E_2' denotan la energía que posee el fluido por unidad de peso en las secciones 1 y 2, respectivamente. También se muestran las adiciones, remociones y pérdidas de energía, h_A, h_R y h_L. Para tal sistema, la expresión del principio de conservación de energía es

$$E_1' + h_A - h_R - h_L = E_2' \tag{7–1}$$

La energía que posee el fluido por unidad de peso es:

$$E' = \frac{p}{\gamma} + z + \frac{v^2}{2g} \tag{7–2}$$

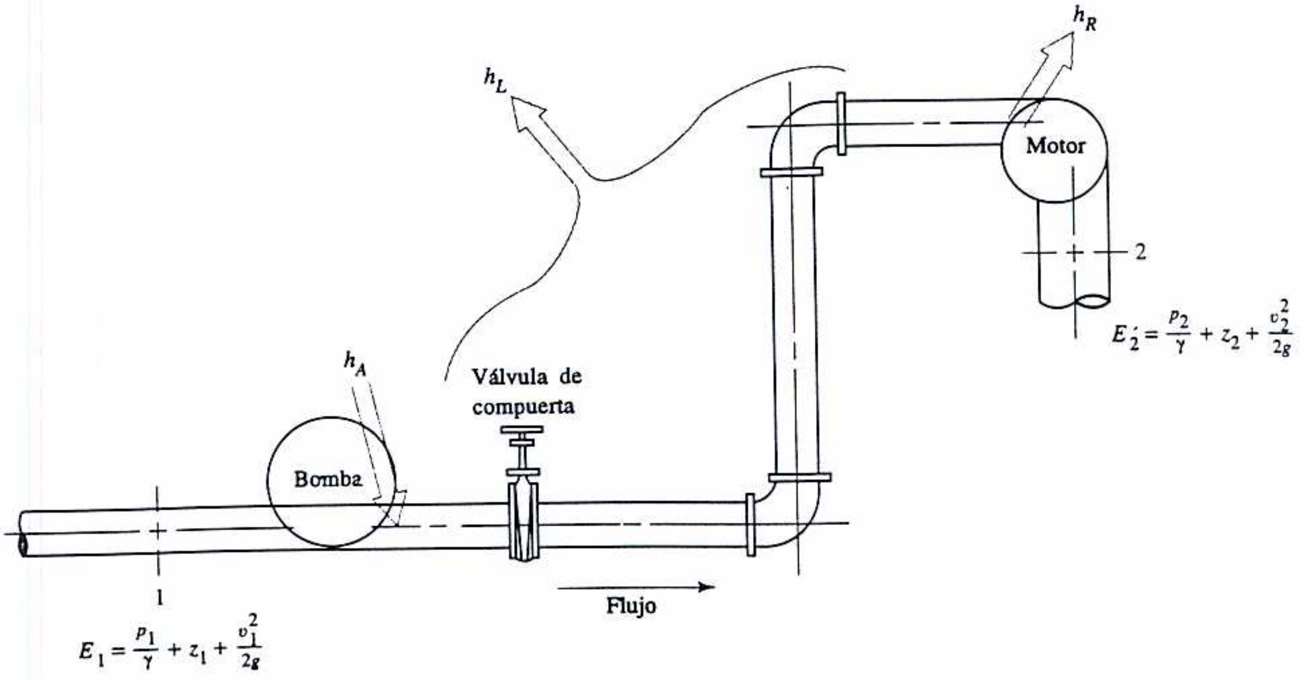

h_R
h_L
Motor
2
$E_2 = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$
h_A
Válvula de compuerta
Bomba
1
Flujo
$E_1 = \frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g}$

FIGURA 7.6 Sistema de flujo de fluido que ilustra la ecuación general de la energía.

La ecuación (7–1) queda entonces:

ECUACIÓN GENERAL DE LA ENERGÍA

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + h_A - h_R - h_L = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g} \qquad (7\text{–}3)$$

Ésta es la forma de la ecuación de energía que utilizaremos con más frecuencia en el libro. Al igual que con la ecuación de Bernoulli, cada término de la ecuación (7–3) representa una cantidad de energía por unidad de peso de fluido que fluye en el sistema. Las unidades SI típicas son N · m/N o metros. Las unidades en el Sistema Británico de Unidades son lb–pie/lb o pie.

Es de suma importancia que la ecuación general de energía esté *escrita en la dirección de flujo*, es decir, *desde* el punto de referencia, en la parte izquierda de la ecuación, *al* punto correspondiente, en el lado derecho. Los signos algebraicos juegan un papel crítico, debido a que el lado izquierdo de la ecuación (7–3) establece que un elemento de fluido que tenga una cierta cantidad de energía por unidad de peso en la sección 1, puede tener una adición de energía ($+h_A$), una remoción de energía ($-h_R$) o una pérdida de energía ($-h_L$), antes de que alcance la sección 2. En tal punto contiene una cantidad diferente de energía por unidad de peso según lo indican los términos de la parte derecha de la ecuación.

Por ejemplo, en la figura 7.6, los puntos de referencias son 1 y 2, y en cada uno de éstos se indican las cabezas de presión, de velocidad y de elevación. Después de que el fluido abandona el punto 1, entra a la bomba, donde se le agrega energía. Un movilizador principal, que podría ser un motor eléctrico, hace funcionar la bomba y su movilizador transfiere la energía al fluido ($+h_A$). Entonces el fluido fluye por un sistema de conductos compuesto por una válvula, codos y tramos de conducto en los que la energía se disipa, es decir, el fluido pierde energía ($-h_L$). Antes de alcanzar el punto 2, el fluido fluye a través de un motor de fluido que retira algo de la energía para hacer funcionar un dispositivo externo ($-h_R$). La ecuación general de la energía toma en cuenta todas esas energías.

En un problema particular, es posible que no todos los términos de la ecuación general de la energía se requieran. Por ejemplo, si no hay un dispositivo mecánico entre las secciones de interés, los términos h_A y h_R serán cero, y pueden sacarse de la ecuación. Si las pérdidas de energía son tan pequeñas que pueden ser despreciadas, el término h_L puede eliminarse. Si existen estas dos condiciones, se puede ver que la ecuación (7–3) se reduce a la de Bernoulli.

EJEMPLOS ILUSTRATIVOS PROGRAMADOS

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 7.1** De un recipiente grande fluye agua con una rapidez de 1.20 pies^3/s a través de un sistema conductos como el que se muestra en la figura 7.7. Calcule la cantidad total de energía perdida en el sistema debido a la presencia de la válvula, los codos, la entrada del tubo y la fricción del fluido.

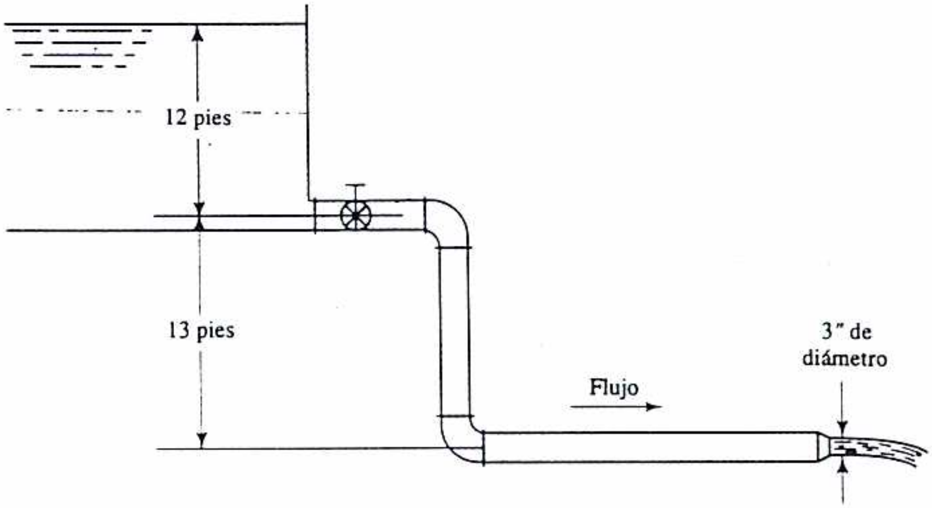


FIGURA 7.7 Sistema de conductos para el ejemplo ilustrativo 7.1.

Utilizando un planteamiento similar al usado con la ecuación de Bernoulli, elija las dos secciones de interés y escriba la ecuación general de energía antes de pasar al siguiente panel.

Las secciones en las que conocemos la mayor información sobre presión, velocidad y elevación son la superficie del recipiente y la corriente libre del fluido a la salida del conducto. Llame a estas secciones 1 y 2, respectivamente. Entonces, la ecuación general de energía completa [ecuación (7–3)] es:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + h_A - h_R - h_L = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

El valor de algunos de estos términos es cero. Determine cuáles de ellos son cero y simplifique la ecuación de la energía de acuerdo con ello.

El valor de los términos siguientes es cero:

$p_1 = 0$	Superficie del recipiente expuesta a la atmósfera
$p_2 = 0$	Corriente libre de fluido expuesta a la atmósfera
$v_1 = 0$	(Aproximadamente) El área superficial del recipiente es grande
$h_A = h_R = 0$	No hay dispositivos mecánicos en el sistema

Entonces, la ecuación de energía queda:

$$z_1 - h_L = z_2 + v_2^2/2g$$

Puesto que estamos buscando la pérdida de energía total del sistema, resuelva esta ecuación para h_L.

Deberá tener:

$$h_L = (z_1 - z_2) - v_2^2/2g$$

Ahora evalúe lor términos en el lado derecho de la ecuación para determinar h_L en unidades lb–pie/lb.

La respuesta es $h_L = 15.75$ lb–pies/lb. A continuación tenemos la forma en que se hizo:

$$z_1 - z_2 = +25 \text{ pies}$$
$$v_2 = Q/A_2$$

Puesto que Q tiene un valor dado de 1.20 pies³/s y el área de un chorro de 3 pulg de diámetro es de 0.0491 pies², tenemos.

$$v_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{1.20 \text{ pies}^3}{\text{s}} \times \frac{1}{0.0491 \text{ pies}^2} = 24.4 \text{ pies/s}$$

$$\frac{v_2^2}{2g} = \frac{(24.4)^2 \text{ pies}^2}{\text{s}^2} \times \frac{\text{s}^2}{(2)(32.2) \text{ pies}} = 9.25 \text{ pies}$$

Entonces la cantidad total de energía perdida por el sistema es:

$$h_L = (z_1 - z_2) - v_2^2/2g = 25 \text{ pies} - 9.25 \text{ pies}$$
$$h_L = 15.75 \text{ pies, o } \quad 15.75 \text{ lb–pies/lb}$$

☐ EJEMPLO ILUSTRATIVO 7.2 La rapidez de flujo de volumen que pasa por la bomba que se muestra en la figura 7.8 es de 0.014 m³/s. El fluido que se está bombeando es aceite cuya gravedad específica es de 0.86. Calcule la energía transmitida por la bomba al aceite por unidad de peso de aceite que fluye en el sistema. Desprecie cualquier pérdida de energía en el sistema.

Utilizando las secciones en donde están colocados los medidores de presión como las secciones de interés, escriba la ecuación de energía del sistema, incluyendo solamente los términos necesarios.

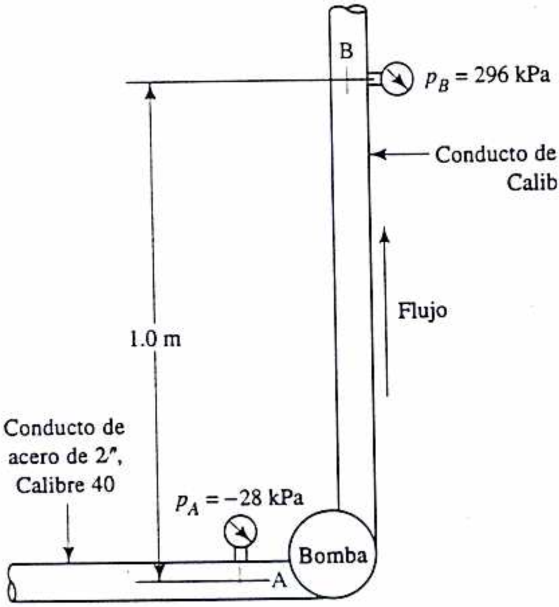

B
$p_B = 296$ kPa
Conducto de acero de 2", Calibre 40
Flujo
1.0 m
Conducto de acero de 2", Calibre 40
$p_A = -28$ kPa
Bomba
A

FIGURA 7.8 Sistema de bomba para el ejemplo ilustrativo 7.2.

Deberá tener:

$$\frac{p_A}{\gamma} + z_A + \frac{v_A^2}{2g} + h_A = \frac{p_B}{\gamma} + z_B + \frac{v_B^2}{2g}$$

Observe que los términos h_R y h_L fueron dejados fuera de la ecuación general de la energía.

El objetivo del problema es calcular la energía agregada al aceite por parte de la bomba. Resuelva para h_A antes de pasar al siguiente panel.

Una solución correcta es:

$$h_A = \frac{p_B - p_A}{\gamma} + (z_B - z_A) + \frac{v_B^2 - v_A^2}{2g} \qquad (7\text{–}4)$$

Observe que hemos agrupado a los términos semejantes. Esto será conveniente cuando llevemos a efecto los cálculos.

¿Cuál es el valor del término $(v_B^2 - v_A^2)/2g$?

Es cero. Note que el tamaño del conducto es el mismo en la sección A y en la sección B. La rapidez de flujo de volumen en cada punto es también la misma. Entonces, puesto que $v = Q/A$, podemos concluir que $v_A = v_B$. Evalúe ahora $z_B - z_A$.

Deberá tener $z_B - z_A = 1.0$ m. Ahora bien, en el término que queda, $(p_B - p_A)/\gamma$, ¿cuál es el valor de γ?

Recuerde que debe utilizarse el peso específico del fluido que se está bombeando. En este caso, el peso específico del aceite es:

$$\gamma = (sg)(\gamma_w) = (0.86)(9.81\ \mathrm{kN/m^3}) = 8.44\ \mathrm{kN/m^3}$$

Ahora termine la evaluación de $(p_B - p_A)/\gamma$.

Como $p_B = 296$ kPa y $p_A = -28$kPa, tenemos:

$$\frac{p_B - p_A}{\gamma} = \frac{[296 - (-28)]\ \mathrm{kN}}{\mathrm{m^2}} \times \frac{\mathrm{m^3}}{8.44\ \mathrm{kN}} = 38.4\ \mathrm{m}$$

Ahora podemos calcular h_A a partir de la ecuación (7–4).

La energía agregada al sistema es:

$$h_A = 38.4\ \mathrm{m} + 1.0\ \mathrm{m} + 0\ \mathrm{m} = 39.4\ \mathrm{m},\ \text{o}\ \ 39.4\ \mathrm{N \cdot m/N}$$

Esto es, la bomba transmite 39.4 N · m de energía a cada newton de aceite que fluye por ella.

Con esto terminamos la instrucción programada.

■

7.5 POTENCIA REQUERIDA POR BOMBAS

La potencia se define como la rapidez con que se realiza un trabajo. En mecánica de fluidos podemos modificar este enunciado y considerar que la potencia es la rapidez con que la energía está siendo transferida. La unidad de potencia en el SI es el watt (W), que es equivalente a 1.0 N · m/s.

En el ejemplo ilustrativo 7.2 encontramos que la bomba estaba transfiriendo 39.4 N · m de energía a cada newton de aceite cuando éste fluía por la bomba. Con el fin de calcular la potencia transferida al aceite, debemos determinar cuántos newtons de aceite están fluyendo por la bomba en un intervalo dado de tiempo. A esto se le conoce como *rapidez de flujo de peso*, *W*, y fue definida en el capítulo 6; se le expresa en unidades de N/s. La potencia se calcula multiplicando la energía transferida por newton de fluido por la rapidez de flujo de peso. Es decir,

$$P_A = h_A W$$

Pero como $W = \gamma Q$, podemos escribir también:

POTENCIA AGREGADA A UN FLUIDO POR UNA BOMBA

$$P_A = h_A \gamma Q \tag{7–5}$$

en la que P_A representa la potencia añadida al fluido, γ es el peso específico del fluido que fluye por la bomba y Q es la rapidez de flujo de volumen del fluido.

Utilizando los datos del ejemplo ilustrativo 7.2, podemos hallar la potencia transmitida por la bomba al fluido, de la manera siguiente:

$$P_A = h_A \gamma Q$$

Sabemos, del ejemplo ilustrativo 7.2, que:

$$h_A = 39.4\ \mathrm{N\cdot m/N}$$
$$\gamma = 8.44\ \mathrm{kN/m^3}$$
$$Q = 0.014\ \mathrm{m^3/s}$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación (7–5), obtenemos:

$$P_A = \frac{39.4\ \mathrm{N\cdot m}}{\mathrm{N}} \times \frac{8.44 \times 10^3\ \mathrm{N}}{\mathrm{m^3}} \times \frac{0.014\ \mathrm{m^3}}{\mathrm{s}} = 4660\ \mathrm{N\cdot m/s}$$

Expresando el resultado en watts tenemos:

$$P_A = 4660\ \mathrm{W} = 4.66\ \mathrm{kW}$$

7.5.1 Potencia en el Sistema Británico de Unidades

La unidad de potencia en el Sistema Británico de Unidades es la lb–pie/s. Puesto que es una práctica común referirse a la potencia en caballos de fuerza (hp [*Horse Power*]), el factor de conversión requerido es:

$$1\ \mathrm{hp} = 550\ \text{lb–pies/s}$$

En la ecuación (7–5) la energía agregada, h_A, está expresada en pies de fluido que fluye en el sistema. Entonces, expresando el peso específico del fluido en lb/pie^3 y la rapidez de flujo de volumen pie^3/s, obtendremos la rapidez de flujo de peso, γQ, en lb/s. Finalmente, en la ecuación para la potencia, $P_A = h_A\gamma Q$, la potencia estará expresada en lb–pie/s.

Para convertir estas unidades a unidades del SI utilizamos los factores:

$$1\ \text{lb–pie/s} = 1.356\ \mathrm{W}$$
$$1\ \mathrm{hp} = 745.7\ \mathrm{W}$$

7.5.2 Eficiencia mecánica de las bombas

El término *eficiencia* se utiliza para denotar el cociente de la potencia transmitida por la bomba al fluido entre la potencia suministrada a la bomba. Debido a las pérdidas de energía ocasionadas por la fricción mecánica en los componentes de la bomba, la fricción del fluido en la misma y la excesiva turbulencia del fluido que se forma en ella, no toda la potencia suministrada a la bomba es transmitida al fluido. Entonces, utilizando el símbolo e_M para representar la eficiencia mecánica, tenemos:

EFICIENCIA DE LA BOMBA

$$e_M = \frac{\text{Potencia transmitida al fluido}}{\text{Potencia puesta en la bomba}} = \frac{P_A}{P_I} \tag{7–6}$$

El valor de e_M siempre será menor que 1.0.

Continuando con los datos del ejemplo ilustrativo 7.2, podríamos calcular la entrada de potencia en la bomba si conociéramos e_M. Para las bombas disponibles comercialmente, el valor de la eficiencia viene entre los datos de desempeño del dispositivo. Si suponemos que para la bomba del problema la eficiencia mecánica es del 82 por ciento, entonces:

$$P_I = P_A/e_M = 4.66/0.82 = 5.68\ \mathrm{kW}$$

El valor de la eficiencia mecánica de las bombas depende no solamente de su diseño, sino también de las condiciones en las cuales está funcionando, particularmente, de la cabeza total y de la rapidez de flujo. Para las bombas que se utilizan en sistemas hidráulicos, como las que presentamos en las figuras 7.2 y 7.3, el intervalo de eficiencias va desde 70 hasta 90 por ciento. Para las bombas centrífugas utilizadas principalmente para transferir líquidos o hacerlos circular, el intervalo de eficiencias está comprendido entre 50 y 85 por ciento, aproximadamente.

El siguiente ejemplo ilustrativo programado muestra una posible configuración para medir la eficiencia de una bomba.

EJEMPLO ILUSTRATIVO PROGRAMADO

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 7.3** Para la configuración de medición de prueba de una bomba que se muestra en la figura 7.9, determine la eficiencia mecánica de la bomba si la entrada de potencia es de 3.85 hp cuando se encuentra bombeando 500 gal/min de aceite ($\gamma = 56.0$ lb/pie^3).

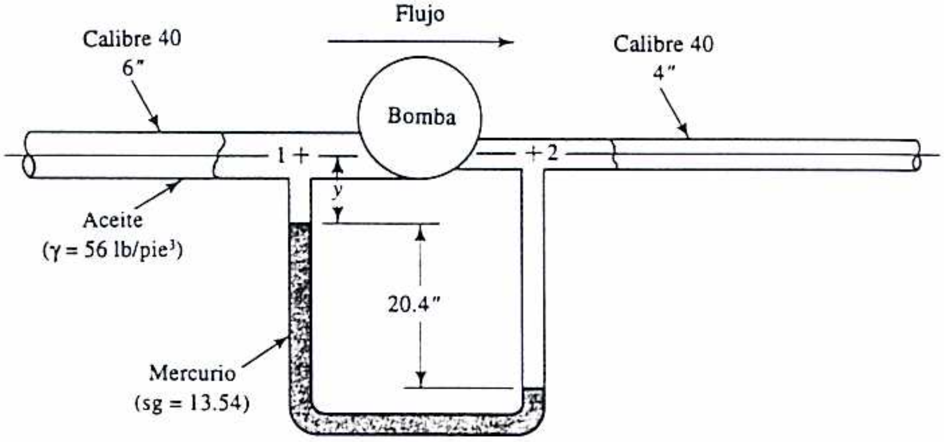


FIGURA 7.9 Sistema de prueba de bombas para el ejemplo ilustrativo 7.3.

Para empezar, escriba la ecuación de energía para el sistema.

Utilizando los puntos identificados como 1 y 2 en la figura 7.9, tenemos:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + h_A = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Puesto que tenemos que encontrar la potencia transmitida por la bomba al fluido, debemos ahora resolver para h_A.

Se utiliza la siguiente ecuación:

$$h_A = \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + (z_2 - z_1) + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} \qquad (7\text{–}7)$$

Es conveniente resolver para cada término de manera individual y después combinar los resultados. El manómetro nos permite calcular $(p_2 - p_1)/\gamma$, puesto que mide la diferencia de presión. Utilizando el procedimiento resumido en el capítulo 3, escriba la ecuación de manómetro entre los puntos 1 y 2.

Empezando en el punto 1, tenemos:

$$p_1 + \gamma_o y + \gamma_m(20.4 \text{ pulg}) - \gamma_o(20.4 \text{ pulg}) - \gamma_o y = p_2$$

en la que y es la distancia desconocida del punto 1 a la parte superior de la columna de mercurio del brazo izquierdo del manómetro. Los términos que contienen a y se cancelan. Tenemos también que en esta ecuación γ_o es el peso específico del aceite y que γ_m es el peso específico del fluido manométrico, en este caso mercurio.

El resultado deseado para su uso en la ecuación (7–7) es $(p_2 - p_1)/\gamma_o$. Resuelva para esta diferencia y calcule el resultado.

La solución correcta es $(p_2 - p_1)/\gamma_o = 24.0$ pies. A continuación tenemos una manera de hacerlo:

$$\gamma_m = (13.54)(\gamma_w) = (13.54)(62.4 \text{ lb/pies}^3) = 844.9 \text{ lb/pies}^3$$

$$p_2 = p_1 + \gamma_m(20.4 \text{ pulg}) - \gamma_o(20.4 \text{ pulg})$$

$$p_2 - p_1 = \gamma_m(20.4 \text{ pulg}) - \gamma_o(20.4 \text{ pulg})$$

$$\frac{p_2 - p_1}{\gamma_o} = \frac{\gamma_m(20.4 \text{ pulg})}{\gamma_o} - 20.4 \text{ pulg} = \left(\frac{\gamma_m}{\gamma_o} - 1\right)20.4 \text{ pulg}$$

$$= \left(\frac{844.9 \text{ lb/pies}^3}{56.0 \text{ lb/pies}^3} - 1\right)20.4 \text{ pulg} = (15.1 - 1)(20.4 \text{ pulg})$$

$$= (14.1)(20.4 \text{ pulg})\left(\frac{1 \text{ pie}}{12 \text{ pulg}}\right) = 24.0 \text{ pies}$$

El siguiente término de la ecuación (7–7) es $z_2 - z_1$. ¿Cuál es su valor?

Es cero. Ambos puntos se encuentran a la misma elevación. Encuentre ahora $(v_2^2 - v_1^2)/2g$.

Debe tener $(v_2^2 - v_1^2)/2g = 1.99$ pies.

$$Q = 500 \text{ gal/min} \left(\frac{1 \text{ pie}^3\text{/s}}{449 \text{ gal/min}}\right) = 1.11 \text{ pies}^3\text{/s}$$

Utilizando $A_1 = 0.2006$ pies² y $A_2 = 0.0884$ pies², del apéndice F, obtenemos

$$v_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{1.11 \text{ pies}^3}{\text{s}} \times \frac{1}{0.2006 \text{ pies}^2} = 5.55 \text{ pies/s}$$

$$v_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{1.11 \text{ pies}^3}{\text{s}} \times \frac{1}{0.0884 \text{ pies}^2} = 12.6 \text{ pies/s}$$

$$\frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = \frac{(12.6)^2 - (5.55)}{(2)(32.2)} \frac{\text{pies}^2}{\text{s}^2} \frac{\text{s}^2}{\text{pie}} = 1.99 \text{ pies}$$

Ahora coloque los resultados en la ecuación (7–7) y resuelva para h_A.

Resolviendo para h_A, obtenemos:

$$h_A = 24.0 \text{ pies} - 0 - 1.99 \text{ pies} = 25.99 \text{ pies}$$

Podemos ahora calcular la potencia transmitida al aceite, P_A.

El resultado es $P_A = 2.95$ hp.

$$P_A = h_A \gamma Q = 25.99 \text{ pies} \left(\frac{56.0 \text{ lb}}{\text{pies}^3}\right)\left(\frac{1.11 \text{ pies}^3}{\text{s}}\right)$$

$$= 1620 \text{ lb-pies/s} \left(\frac{1 \text{ hp}}{550 \text{ lb-pies/s}}\right) = 2.95 \text{ hp}$$

El paso final consiste en calcular e_M, la eficiencia mecánica de la bomba.

De la ecuación (7–6) obtenemos:

$$e_M = P_A/P_I = 2.95/3.85 = 0.77$$

Expresado en porcentaje, la bomba es 77 por ciento eficiente en las condiciones establecidas.

Con esto terminamos la instrucción programada.

■

7.6 POTENCIA SUMINISTRADA A MOTORES DE FLUIDO

La energía transmitida por el fluido a un dispositivo mecánico, como a un motor de fluido o a una turbina, está representada en la ecuación general de energía por el término h_R, que es una medida de la energía transmitida por cada unidad de peso de fluido al tiempo que pasa por el dispositivo. Encontramos la potencia transmitida multiplicando h_R por la rapidez de flujo de peso, W:

POTENCIA REMOVIDA DE UN FLUIDO POR UN MOTOR

$$P_R = h_R W = h_R \gamma Q \qquad (7\text{–}8)$$

en la que P_R es la potencia transmitida por el fluido al motor.

7.6.1 Eficiencia mecánica de los motores de fluido

Del mismo modo en que lo describimos para las bombas, las pérdidas de energía en un motor de fluido se producen por fricción mecánica y de fluido. Por consiguiente, no toda la potencia transmitida al motor es convertida a potencia de salida del dispositivo. La eficiencia mecánica se define entonces como:

EFICIENCIA DE MOTOR

$$e_M = \frac{\text{Salida de potencia del motor}}{\text{Potencia transmitida por el fluido}} = \frac{P_O}{P_R} \qquad (7\text{–}9)$$

Aquí, de nuevo, el valor de e_M es siempre menor que 1.0.

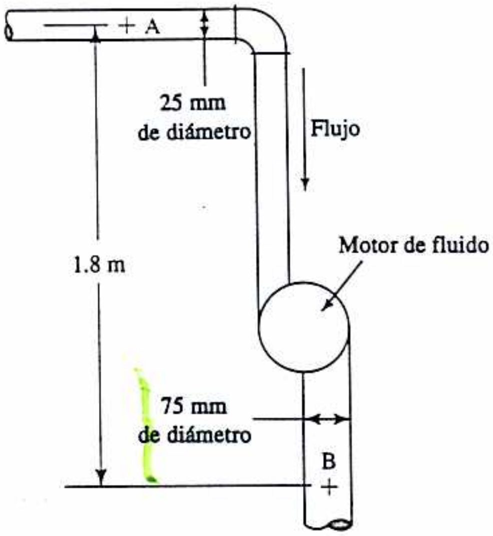
Remítase a la Sección 7.5 para las unidades de potencia.

EJEMPLO ILUSTRATIVO PROGRAMADO

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 7.4**

Está fluyendo agua a 10 °C con una rapidez de 115 L/min por el motor de fluido que se muestra en la figura 7.10. La presión en A es de 700 kPa y la presión en B es de 125 kPa. Se estima que, debido a la fricción en la tubería, existe una pérdida de energía de 4.0 N · m/N

FIGURA 7.10 Motor de fluido para el ejemplo ilustrativo 7.4.



en el agua que fluye. (a) Calcule la potencia transmitida al motor de fluido por el agua. (b) Si la eficiencia mecánica del motor de fluido es de 85 por ciento, calcule la salida de potencia.

Empiece la solución escribiendo la ecuación de la energía.

Tomando A y B como nuestros puntos de referencia, obtenemos:

$$\frac{p_A}{\gamma} + z_A + \frac{v_A^2}{2g} - h_R - h_L = \frac{p_B}{\gamma} + z_B + \frac{v_B^2}{2g}$$

El valor de h_R se necesita para determinar la salida de potencia. Resuelva la ecuación de energía para este término.

Compare la siguiente ecuación con la que obtuvo usted:

$$h_R = \frac{p_A - p_B}{\gamma} + (z_A - z_B) + \frac{v_A^2 - v_B^2}{2g} - h_L \tag{7–10}$$

Antes de pasar al siguiente panel, resuelva para el valor de cada término de la ecuación, utilizando la unidad de N · m/N o m.

Los resultados correctos son:

1. $\dfrac{p_A - p_B}{\gamma} = \dfrac{(700 - 125)(10^3)\text{N}}{\text{m}^2} \times \dfrac{\text{m}^3}{9.81 \times 10^3\ \text{N}} = 58.6\ \text{m}$
2. $z_A - z_B = 1.8\ \text{m}$
3. Resolviendo para $(v_A^2 - v_B^2)/2g$.

$$Q = 115\ \text{L/min} \times \frac{1.0\ \text{m}^3/\text{s}}{60\,000\ \text{L/min}} = 1.92 \times 10^{-3}\ \text{m}^3/\text{s}$$

$$v_A = \frac{Q}{A_A} = \frac{1.92 \times 10^{-3}\ \text{m}^3}{\text{s}} \times \frac{1}{4.909 \times 10^{-4}\ \text{m}^2} = 3.91\ \text{m/s}$$

$$v_B = \frac{Q}{A_B} = \frac{1.92 \times 10^{-3}\ \text{m}^3}{\text{s}} \times \frac{1}{4.418 \times 10^{-3}\ \text{m}^2} = 0.43\ \text{m/s}$$

$$\frac{v_A^2 - v_B^2}{2g} = \frac{(3.91)^2 - (0.43)^2}{(2)(9.81)} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \frac{\text{s}^2}{\text{m}} = 0.77\ \text{m}$$

4. $h_L = 4.0$ m

Complete ahora la solución de la ecuación (7–10) para h_R.

La energía transmitida por el agua a la turbina es:

$$h_R = (58.6 + 1.8 + 0.77 - 4.0)\ \text{m} = 57.2\ \text{m}$$

Para completar el inciso (a) del problema, calcule P_R.

Sustituyendo los valores conocidos en la ecuación (7–8), obtenemos:

$$\begin{aligned} P_R &= h_R \gamma Q \\ &= 57.2\ \text{m} \times \frac{9.81 \times 10^3\ \text{N}}{\text{m}^3} \times \frac{1.92 \times 10^{-3}\ \text{m}^3}{\text{s}} = 1080\ \text{N} \cdot \text{m/s} \\ &= 1.08\ \text{kW} \end{aligned}$$

Ésta es la potencia transmitida al motor de fluido por el agua. ¿Cuánta potencia útil podría esperarse que produzca el motor?

Debido a que la eficiencia del motor es de 85 por ciento, obtenemos 0.92 kW de salida de potencia. Utilizando la ecuación (7–9), $e_M = P_O/P_R$, obtenemos:

$$\begin{aligned} P_O &= e_M P_R \\ &= (0.85)(1.08\ \text{kW}) \\ &= 0.92\ \text{kW} \end{aligned}$$

Con esto se termina el ejemplo ilustrativo programado.

■

PROBLEMAS DE PRÁCTICA

Puede ser necesario remitirse a los datos de los apéndices correspondientes a las dimensiones de conductos o a las propiedades de los fluidos. Suponga que no existen pérdidas de energía, a menos que se diga lo contrario.

7.1E Un conducto horizontal lleva aceite cuya gravedad específica es de 0.83. Si la lectura de dos medidores de presión situados en el conducto indica 74.6 lb/pulg^2 relativa y 62.2 lb/pulg^2 relativa, respectivamente, calcule la pérdida de energía entre los dos medidores.

7.2E Está fluyendo agua a 40 °F, hacia abajo, por el conducto que se muestra en la figura 7.11. En el punto A, la velocidad es de 10 pies/s y la presión es de 60 lb/pulg^2 relativa. La pérdida de energía entre los puntos A y B es de 25 lb–pies/lb. Calcule la presión en el punto B.

7.3M *Encuentre la rapidez de flujo de volumen de agua que sale del tanque que se presenta en la figura 7.12. El tanque está sellado y tiene una presión de 140 kPa por encima del agua. Hay una pérdida de energía de 2.0 N · m/N mientras el agua fluye por la boquilla.*

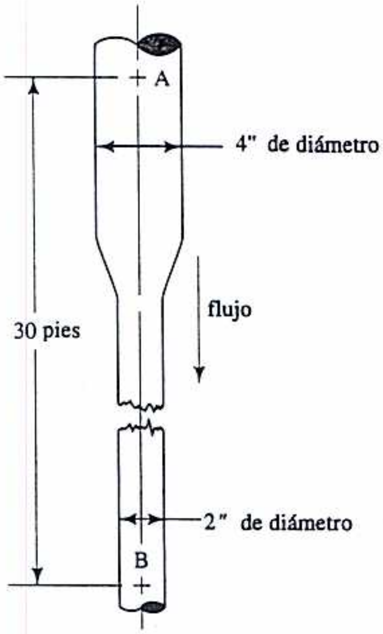


FIGURA 7.11 Problema 7.2.

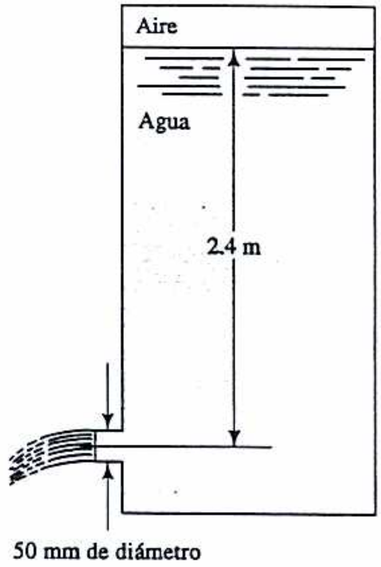


FIGURA 7.12 Problema 7.3.

7.4M *Un conducto largo de acero de 6 pulg, Calibre 40, descarga 0.085 m^3/s de agua de un recipiente abierto a la atmósfera, como se muestra en la figura 7.13. Calcule la pérdida de energía en el conducto.*

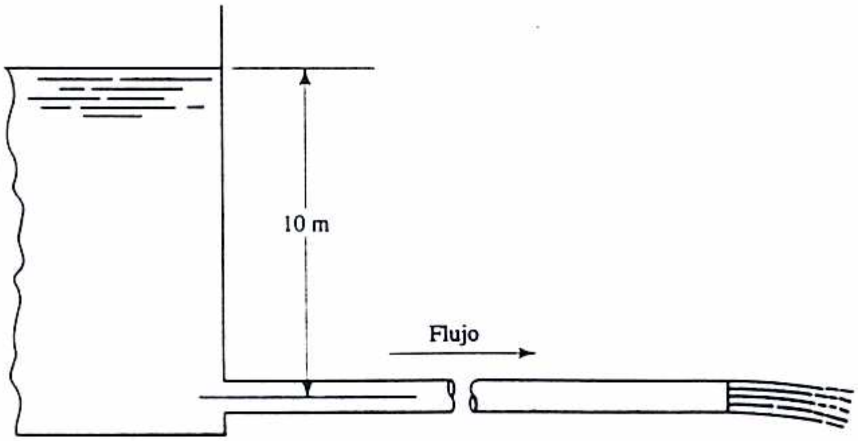
7.5E En la figura 7.4 se muestra una configuración que se utiliza para determinar la pérdida de energía debido a la presencia de cierto tipo de aparato. La entrada es mediante un conducto de 2 pulg, Calibre 40, y la salida es un conducto de 4 pulg, Calibre 40. Calcule la pérdida de energía entre los puntos A y B, si está fluyendo agua hacia arriba a 0.20 pies^3/s. El fluido manométrico es mercurio (sg = 13.54).

7.6E En la figura 7.15 se presenta una configuración de prueba para determinar la pérdida de energía mientras fluye agua por una válvula. Calcule la pérdida de energía si está fluyendo 0.10 pies^3/s de agua a 40 °F. Calcule, también, el coeficiente de *resistencia*, *K*, si la pérdida de energía se expresa como $K(v^2/2g)$.

7.7M *La configuración que se presenta en la figura 7.16 se está utilizando para medir la pérdida de energía en una válvula. La velocidad de flujo del aceite es de 1.2 m/s. Calcule el valor de K si la pérdida de energía está expresada como* $K(v^2/2g)$.

7.8M *Una bomba se está usando para transferir agua de un tanque abierto a uno que posee aire a 500 kPa por encima del nivel del agua, como se muestra en la figura 7.17. Si se están bombeando 2250 L/min, calcule la potencia transmitida por la bomba al agua. Suponga que el nivel de la superficie en cada tanque es la misma.*

FIGURA 7.13 Problema 7.4.



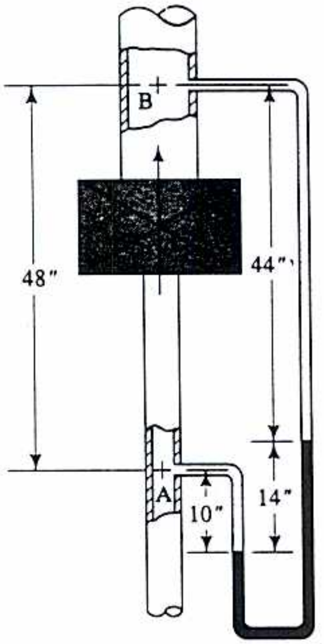


FIGURA 7.14 Problema 7.5.

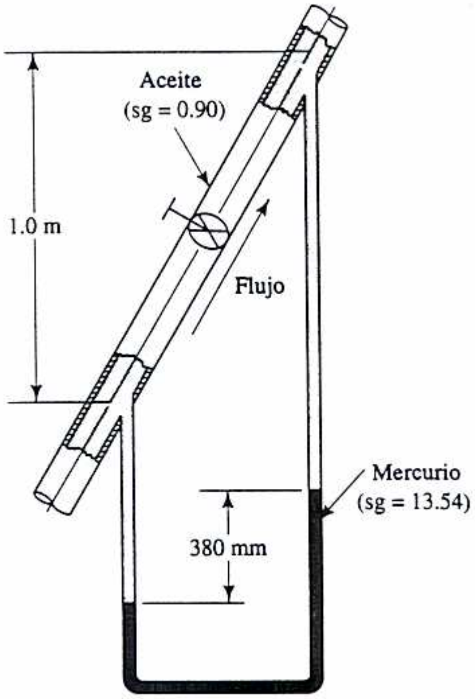


FIGURA 7.16 Problema 7.7.

7.9M *En el problema 7.8 (figura 7.17), si el tanque del lado izquierdo también estuviera sellado y existiera una presión de aire por encima del agua de 68 kPa, calcule la potencia de la bomba.*

7.10E Una bomba colectora de aceite disponible comercialmente es capaz de producir 2800 gal/h de agua a través de una elevación vertical de 20 pies. La entrada a la bomba se encuentra justo debajo de la superficie del agua y la descarga se hace a la atmósfera mediante un conducto de 1 ¼ pulg, Calibre 40. (a) Calcule la potencia transmitida por la bomba al agua. (b) Si la bomba trabaja a 0.5 hp, calcule su eficiencia.

7.11E Una bomba sumergible para pozo profundo produce 745 gal/min de agua mediante un conducto de 1 pulg, Calibre 40, cuando se encuentra funcionando en el sistema cuyo diagrama se presenta en la figura 7.18. Se presenta una pérdida de energía de 10.5 lb–pies/lb en el sistema de conductos. (a) Calcule la potencia

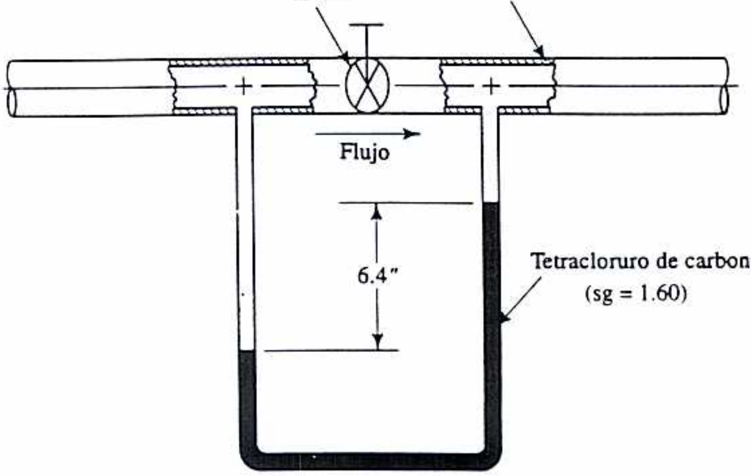


FIGURA 7.15 Problema 7.6.

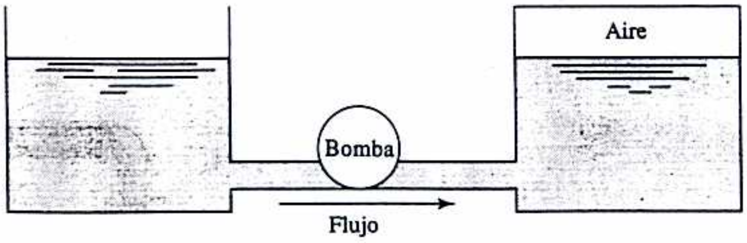


FIGURA 7.17 Problemas 7.8 y 7.9.

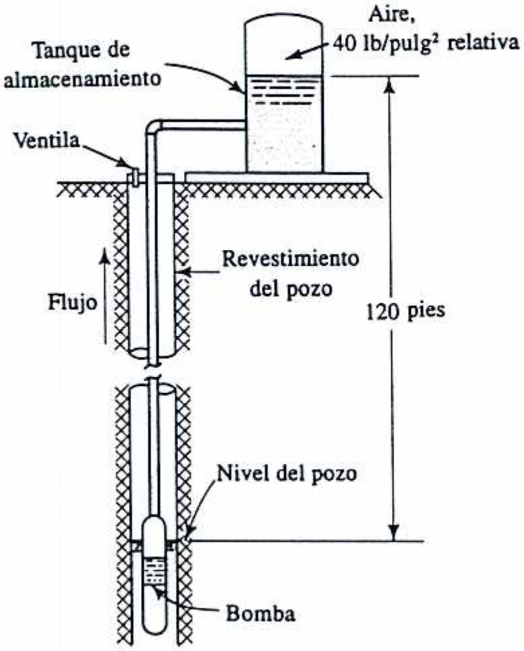


FIGURA 7.18 Problema 7.11.

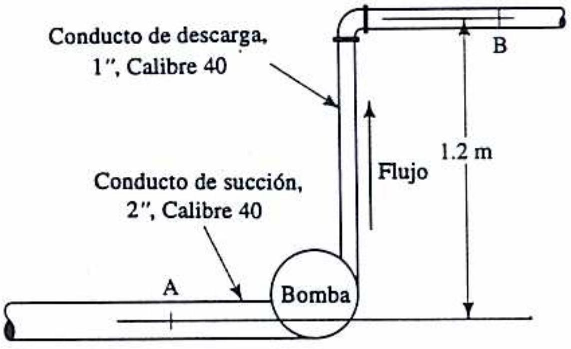


FIGURA 7.19 Problema 7.13.

transmitida por la bomba al agua. (b) Si la bomba requiere 1 hp, calcule su eficiencia.

7.12M *En una prueba de bombas la presión de succión en la entrada de la bomba es de 30 kPa por debajo de la presión atmosférica. La presión de descarga en un punto situado a 750 mm por encima de la entrada es de 520 kPa. Ambos conductos tienen 75 mm de diámetro. Si la rapidez de flujo de volumen de agua es de 75 L/min, calcule la potencia transmitida por la bomba al agua.*

7.13M *La bomba que se presenta en la figura 7.19 se encuentra sacando aceite, cuya gravedad específica es de 0.85, a una rapidez de 75 L/min. La presión en el punto A es de −20 kPa, mientras que la presión en B es de 275 kPa. La pérdida de energía en el sistema es de 2.25 veces la cabeza de velocidad en el conducto de descarga. Calcule la potencia transmitida por la bomba al aceite.*

7.14E La bomba de la figura 7.20 lleva agua del recipiente inferior al superior con una rapidez de 2.0 pies^3/s. La pérdida de energía entre la entrada del conducto de succión y la bomba es de 6 lb–pies/lb y entre la salida de la bomba y el recipiente superior es de 12 lb–pies/lb. Ambos conductos son de acero de 6 pulg, Calibre 40. Calcule (a) la presión en la entrada de la bomba, (b) la presión a la salida de la bomba, (c) la cabeza total en la bomba y (d) la potencia transmitida por la bomba al agua.

7.15E Repita el problema 7.14, pero suponga ahora que el nivel del recipiente inferior está a 10 pies por arriba de la bomba, en lugar de estar por debajo de ella. Todos los demás datos siguen igual.

7.16M *En la figura 7.21 se muestra una bomba que saca 840 L/min de aceite crudo (sg = 0.85) de un tambor de almacenamiento subterráneo hasta la primera etapa de un sistema de procesamiento. (a) Si la pérdida total de energía en el sistema es de 4.2 N · m/N de flujo de aceite, calcule la potencia transmitida por la bomba. (b) Si la pérdida de energía en el conducto de succión es de 1.4 N · m/N de flujo de aceite, calcule la presión en la entrada de la bomba.*

7.17M *En la figura 7.22 se presenta una bomba sumergible que se está utilizando para hacer circular 60 L/min de un líquido enfriador hecho a base de agua (sg = 0.95) hacia el cortador de una fresadora. La salida es mediante un conducto de acero de 3/4 pulg, Calibre 40. Suponiendo una pérdida total de energía en*

FIGURA 7.20 Problemas 7.14 y 7.15.

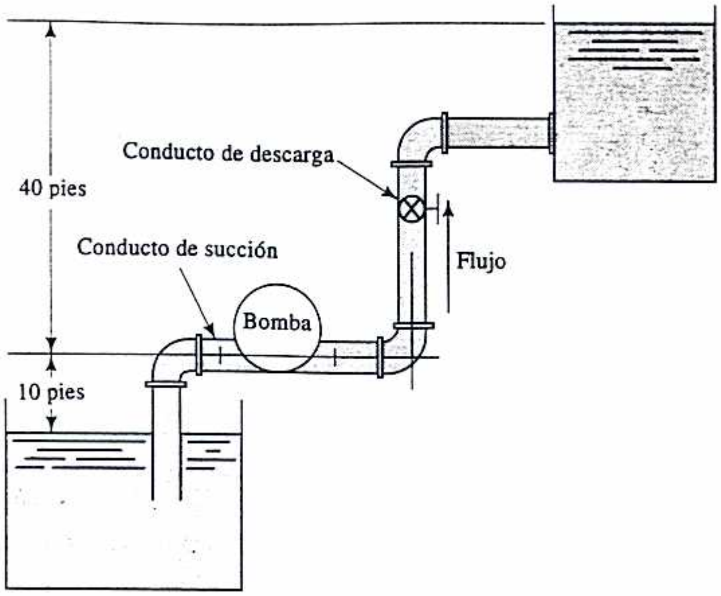


FIGURA 7.21 Problema 7.16.

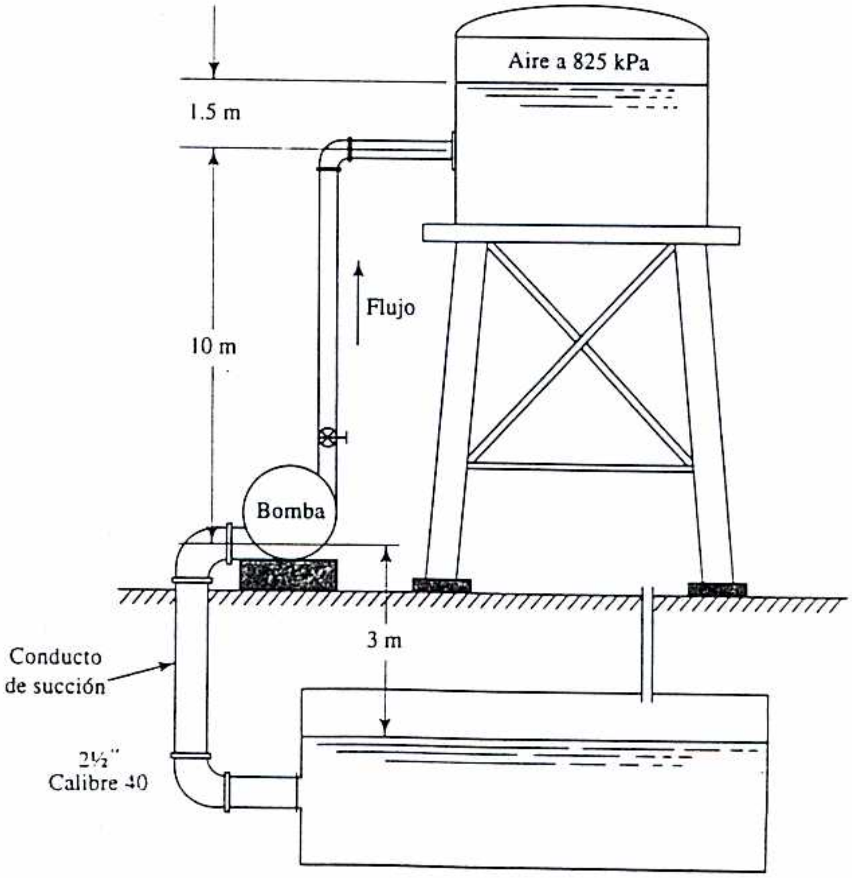
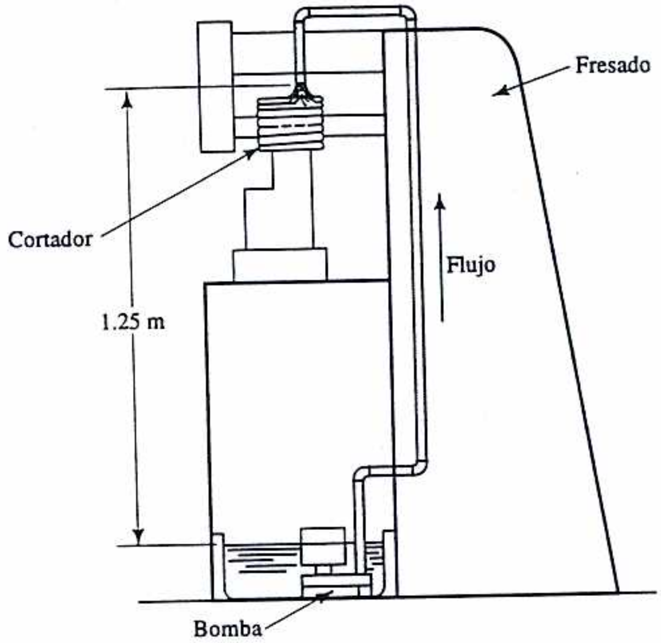


FIGURA 7.22 Problema 7.17.



la tubería de 3.0 N · m/N, calcule la cabeza total desarrollada por la bomba y la potencia transmitida al líquido enfriador.

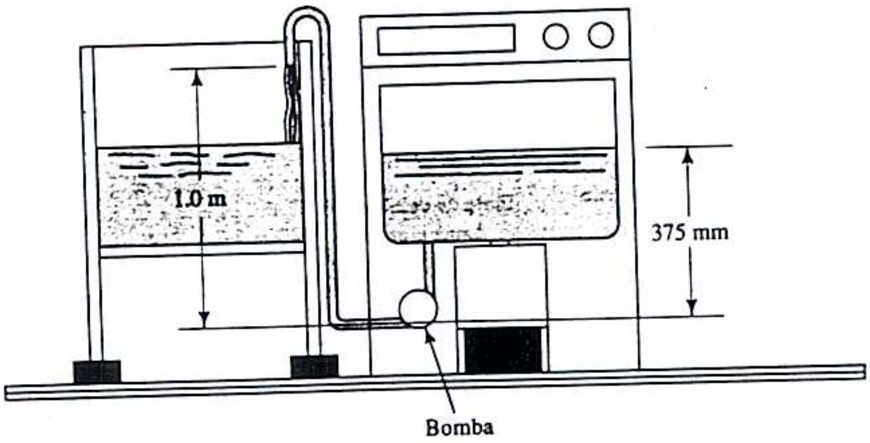
7.18M *En la figura 7.23 se muestra una pequeña bomba de una lavadora automática que descarga en un resumidero de lavandería. La tina de la lavadora tiene 525 mm de diámetro y 250 mm de profundidad. La cabeza promedio por encima de la bomba es de 375 mm, según se muestra. La manguera de descarga tiene un diámetro interno de 18 mm. La pérdida de energía en el sistema de la manguera es de 0.22 N · m/N. Si la bomba vacía la tina en 90 s, calcule la cabeza promedio total sobre la bomba.*

7.19E El agua que está siendo bombeada en el sistema que se presenta en la figura 7.24, se descarga en un tanque que se está pesando. Se tiene que 556 lb de agua se reúnen en 10 s. Si la presión en A es de 2.0 lb/pulg^2 por debajo de la presión atmosférica, calcule la potencia en caballos de fuerza transmitida por la bomba al agua.

7.20E La estimación de un fabricante con respecto de una bomba de engrane establece que se requieren 0.85 hp para hacer funcionar la bomba cuando bombea 9.1 gal/min de aceite (sg = 0.90) con una cabeza total de 257 pies. Calcule la eficiencia mecánica de la bomba.

7.21M *Las especificaciones para la bomba de combustible de un automóvil establecen que debe bombear 1 L de gasolina en 40 s, con una presión de succión de 150 mm de vacío de mercurio, y una presión de descarga de 30 kPa. Suponiendo que la eficiencia de la bomba*

FIGURA 7.23 Problema 7.18.



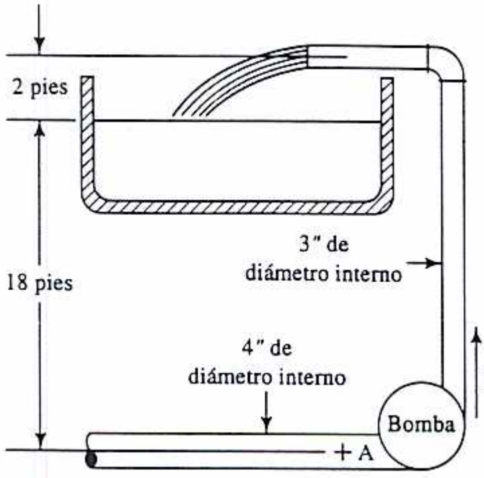


FIGURA 7.24 Problema 7.19.

es de 60 por ciento, calcule la potencia adquirida del motor. Remítase a la figura 7.25. Las líneas de succión y de descarga son del mismo tamaño.

7.22E En la figura 7.26 se muestra la configuración de un circuito para un sistema hidráulico. La bomba saca aceite, cuya gravedad específica es de 0.90, de un recipiente y lo transmite al cilindro hidráulico. Éste tiene un diámetro interno de 5.0 pulg, y en 15 s, el pistón debe desplazarse 20 pulg, mientras ejerce una fuerza de 11 000 lb. Se estima que existen pérdidas de energía de 11.5 lb–pies/lb y de 35.0 lb–pies/lb en el conducto de succión y en el conducto de descarga, respectivamente. Ambos conductos son de acero de $\frac{3}{8}$ pulg, Calibre 40. Calcule:

a. La rapidez de flujo de volumen que pasa por la bomba.
b. La presión en el cilindro.
c. La presión en la salida de la bomba.
d. La presión en la entrada de la bomba.
e. La potencia transmitida al aceite por la bomba.

7.23M *Calcule la potencia transmitida al motor hidráulico de la figura 7.27, si la presión en A es de 6.8 MPa y la presión en B es de 3.4 MPa. La entrada del motor es un tubo de acero de 1 pulg (0.065 pulg de grueso de pared). El fluido es aceite (sg = 0.90) y la velocidad de flujo es de 1.5 m/s en el punto B.*

7.24E Por la turbina que se muestra en la figura 7.28 fluye agua con una rapidez de 3400 gal/min, cuando la presión en A es de 21.4 lb/pulg^2 relativa y la presión en B es de −5 lb/pulg^2 relativa. La pérdida de energía por fricción entre A y B es del doble que la cabeza de velocidad en el conducto de 12 pulg. Determine la potencia transmitida por el agua a la turbina.

7.25M *Calcule la potencia transmitida por el aceite al motor de fluido que se muestra en la figura 7.29, si la rapidez de flujo de volumen es de 0.25 m^3/s. Existe una pérdida de energía de 1.4 N · m/N en el sistema de conductos. Si el motor tiene una eficiencia del 75 por ciento, calcule la producción de potencia.*

7.26E ¿Qué potencia en caballos de fuerza debe transmitir la bomba que se muestra en la figura 7.30 a un fluido cuyo peso específico es de 60.0 lb/pie^3, si se presentan pérdidas de energía de 3.40 lb–pies/lb entre los puntos 1 y 2? La bomba transmite 40 gal/min de fluido.

7.27E Si la bomba del problema 7.26 funciona con una eficiencia del 75 por ciento, ¿cuál es la entrada de potencia a la bomba?

7.28M *El sistema mostrado en la figura 7.31 produce 600 L/min de agua. La salida da directamente a la atmósfera. Determine las pérdidas de energía en el sistema.*

7.29M *En el conducto que se muestra en la figura 7.32 fluye queroseno (sg = 0.823) a 0.060 m^3/s. Calcule la presión en B si la pérdida total de energía en el sistema es de 4.60 N · m/N.*

7.30E En el sistema que se presenta en la figura 7.33, de un gran recipiente fluye agua a 60 °F hacia una turbina, con una rapidez de 1000 gal/min. Si la turbina retira 37 hp del fluido, calcule las pérdidas de energía en el sistema.

FIGURA 7.25 Bomba de combustible para automóvil para el problema 7.21.

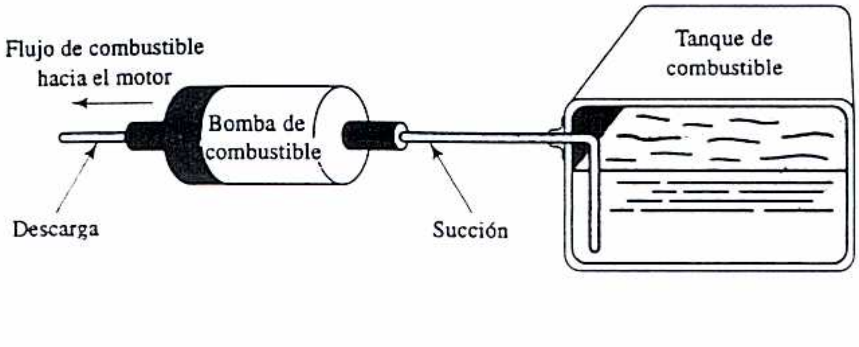
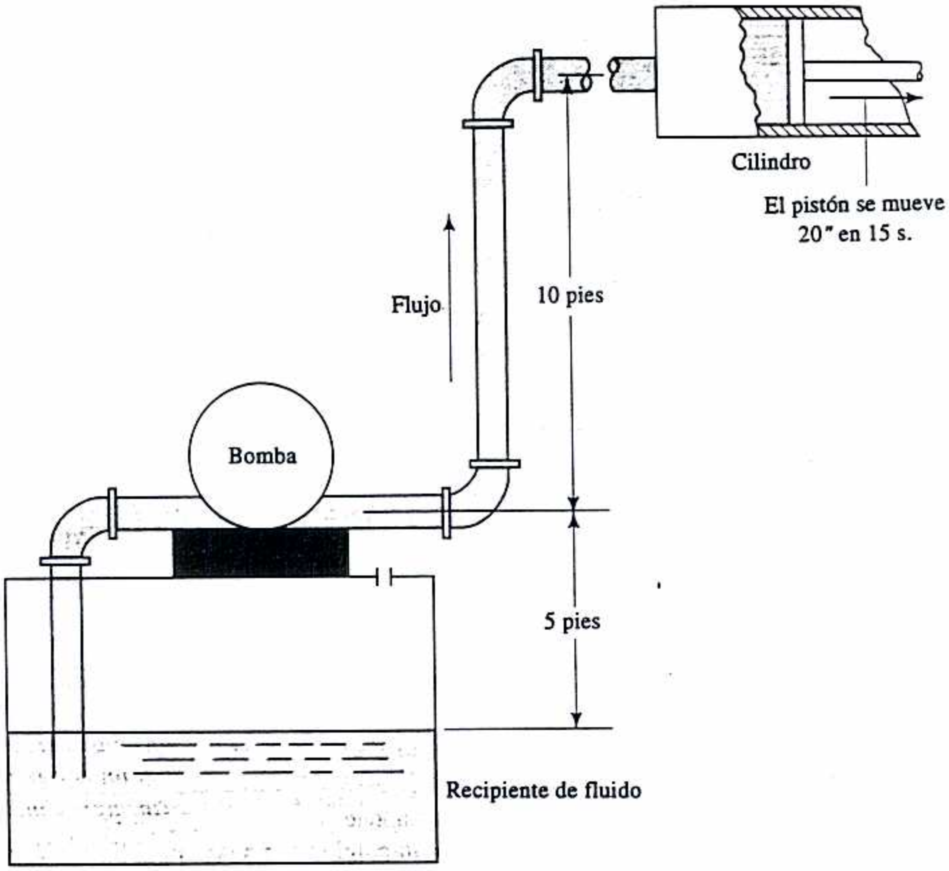


FIGURA 7.26 Problema 7.22.



7.31E En la figura 7.34 se presenta una parte de un sistema de protección contra incendios, en éste una bomba saca 1500 gal/min de agua a 50 °F de un recipiente y la pasa al punto B. La pérdida de energía entre el recipiente y el punto A que se encuentra en la entrada de la bomba es de 0.65 lb–pies/lb. Especifique la profundidad, h, requerida para mantener al menos una presión de 5.0 lb/pulg^2 en el punto A.

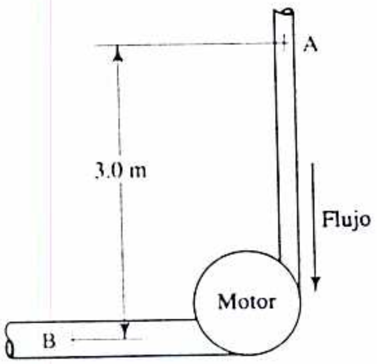


FIGURA 7.27 Problema 7.23.

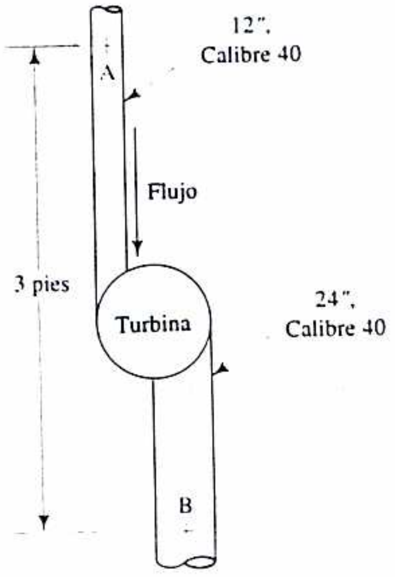


FIGURA 7.28 Problema 7.24.

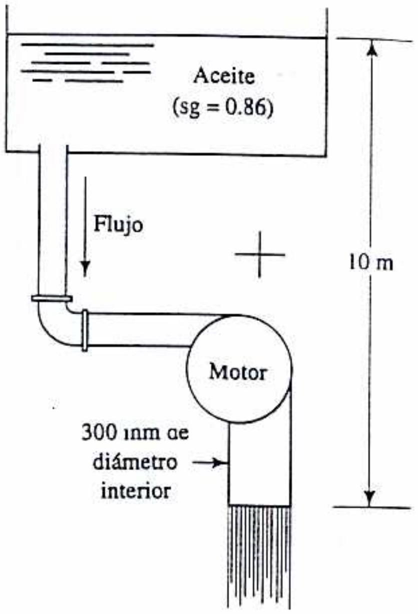


FIGURA 7.29 Problema 7.25.

7.32E Para las condiciones del problema 7.31, y si suponemos que la presión en el punto A es de 5.0 lb/pulg^2 relativa, calcule la potencia transmitida por la bomba al agua para mantener una presión de 85 lb/pulg^2 relativa en el punto B. La pérdida total de energía entre la bomba y el punto B es de 28.0 lb–pies/lb.

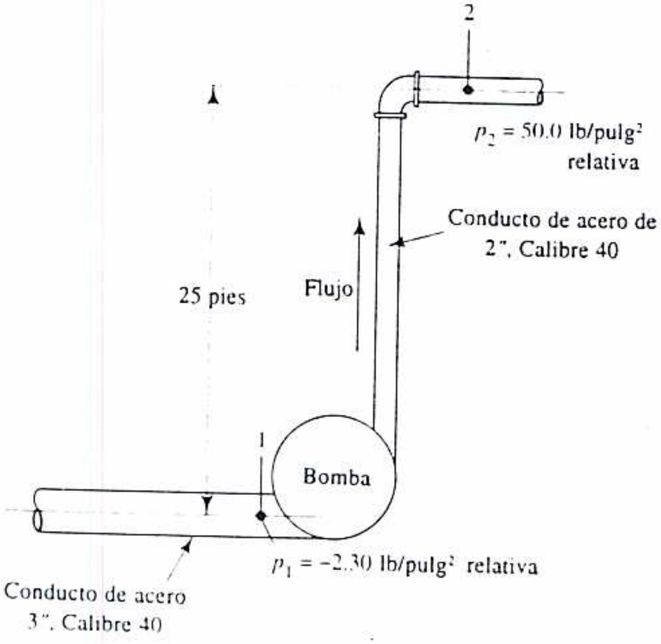


FIGURA 7.30 Problemas 7.26 y 7.27.

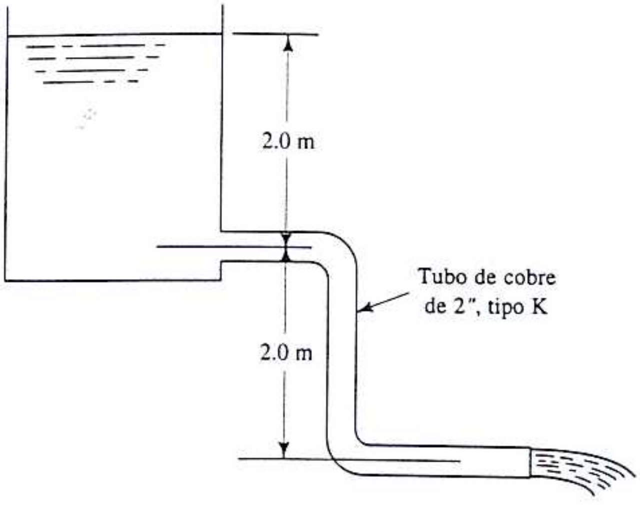


FIGURA 7.31 Problemas 7.28.

7.33M *En la figura 7.35 tenemos que del tanque inferior al superior fluye queroseno a 25 °C a 500 L/min, a través de una tubería de cobre de 2 pulg, tipo K y de una válvula. Si la presión por encima del fluido es de 15.0 lb/pulg^2 relativa, ¿cuánta energía se perderá en el sistema?*

7.34M *Para el sistema mostrado en la figura 7.35, que fue analizado en el problema 7.33, suponga que la pérdida de energía es proporcional a la cabeza de velocidad en la tubería. Calcule la presión necesaria en el tanque para ocasionar un flujo de 1000 L/min.*

Datos generales para los problemas 7.35E a 7.40E

En la figura 7.36 se muestra un diagrama de un sistema de potencia de fluido para una prensa hidráulica, utilizado para extruir partes de goma. Se conocen los siguientes datos:

1. El fluido es aceite (sg = 0.93).
2. La rapidez de flujo de volumen es de 75 gal/min.
3. La potencia de entrada a la bomba es de 28.4 hp.
4. La eficiencia de la bomba es del 80 por ciento.
5. La pérdida de energía del punto 1 al punto 2 es de 2.80 lb–pies/lb.
6. La pérdida de energía del punto 3 al punto 4 es de 28.50 lb–pies/lb.
7. La pérdida de energía del punto 5 al punto 6 es de 3.50 lb–pies/lb.

7.35E Calcule la potencia que obtiene la prensa del fluido.

7.36E Calcule la presión en el punto 2, situado en la entrada de la bomba.

7.37E Calcule la presión en el punto 3, situado en la salida de la bomba.

FIGURA 7.32 Problema 7.29.

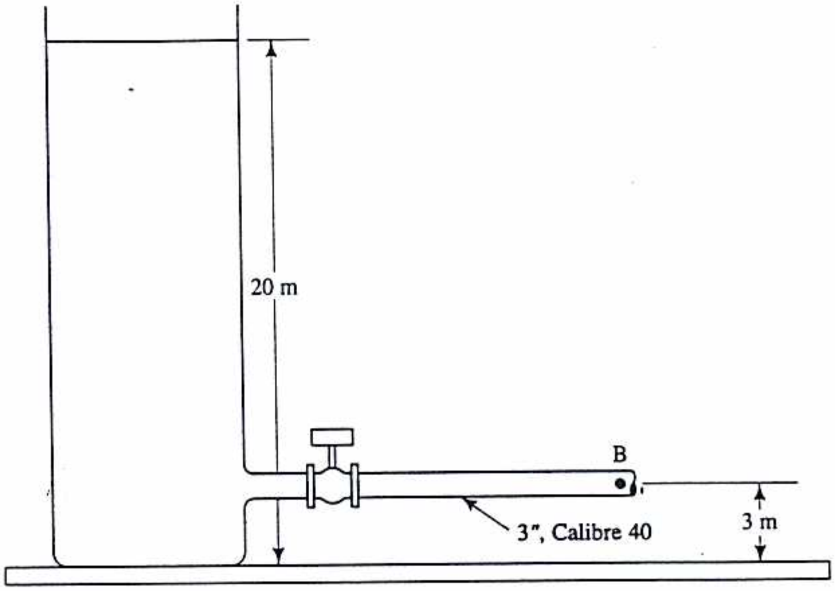


FIGURA 7.33 Problema 7.30.

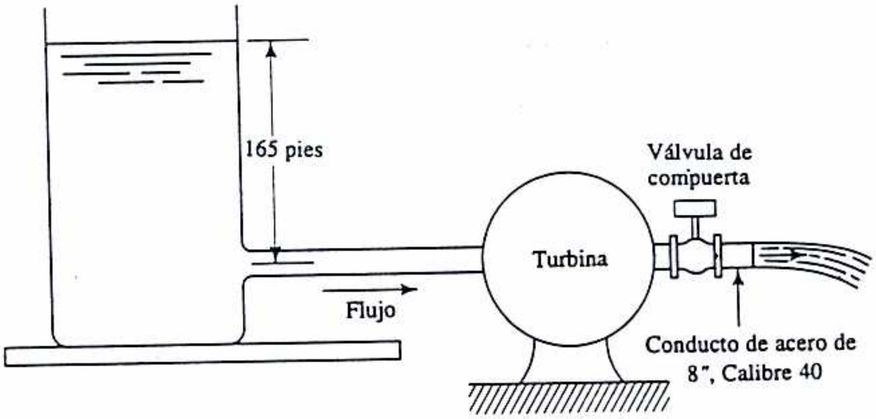
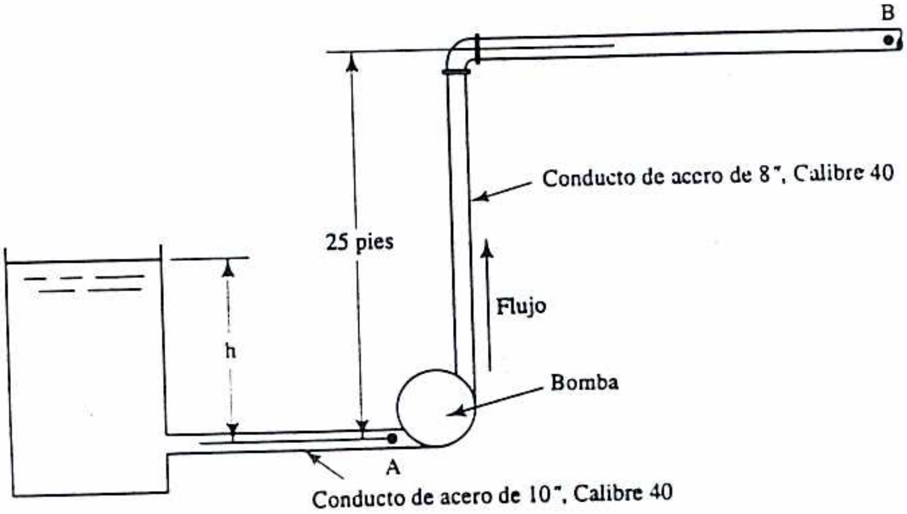


FIGURA 7.34 Problemas 7.31 y 7.32.


B
Conducto de acero de 8", Calibre 40
25 pies
Flujo
h
Bomba
A
Conducto de acero de 10", Calibre 40

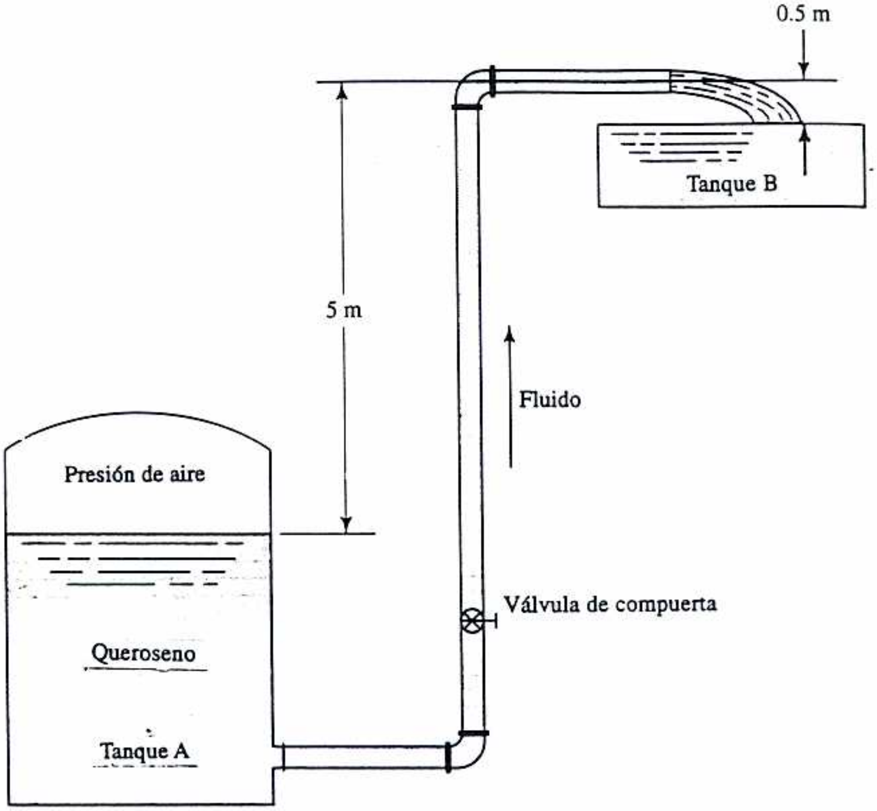


FIGURA 7.35 Problemas 7.33 y 7.34.

7.38E Calcule la presión en el punto 4, situado en la entrada de la prensa.

7.39E Calcule la presión en el punto 5, situado en la salida de la prensa.

7.40E Compare la velocidad de flujo en la línea de succión con la de la línea de descarga y con la de retorno del sistema, utilizando las recomendaciones presentadas en la tabla 6.3. ¿Son satisfactorias? Si no, especifique tamaños de conducto adecuados.

7.41E El recipiente de combustible presurizado portátil que presentamos en la figura 7.37 se utiliza para suministrar combustible a un automóvil de carreras durante una de sus paradas rápidas. ¿Qué presión debe existir por encima del combustible para que pueda suminis-

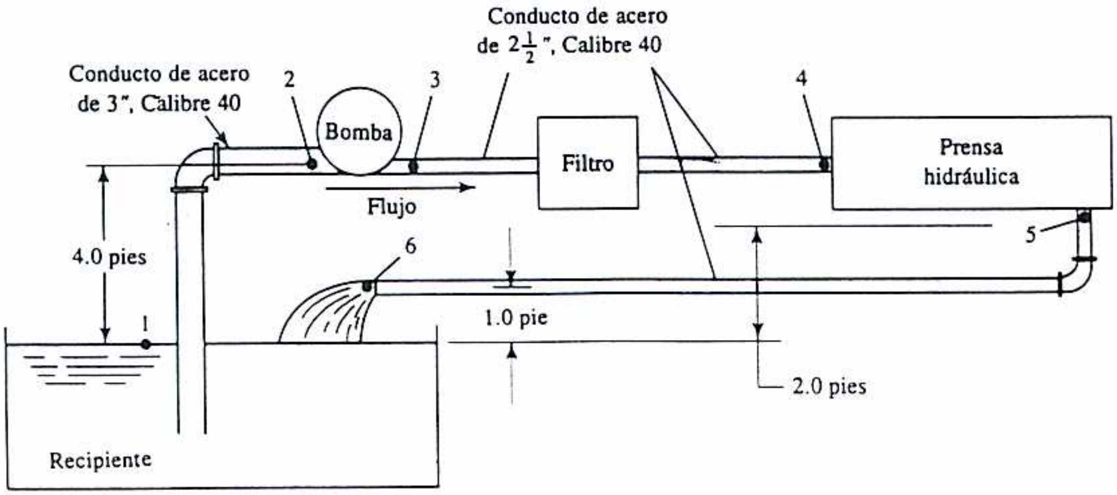

Conducto de acero de $2\frac{1}{2}$", Calibre 40
Conducto de acero de 3", Calibre 40
2
3
4
Bomba
Filtro
Prensa hidráulica
Flujo
4.0 pies
6
5
1.0 pie
1
2.0 pies
Recipiente

FIGURA 7.36 Problemas 7.35–7.40.

FIGURA 7.37 Problema 7.41.

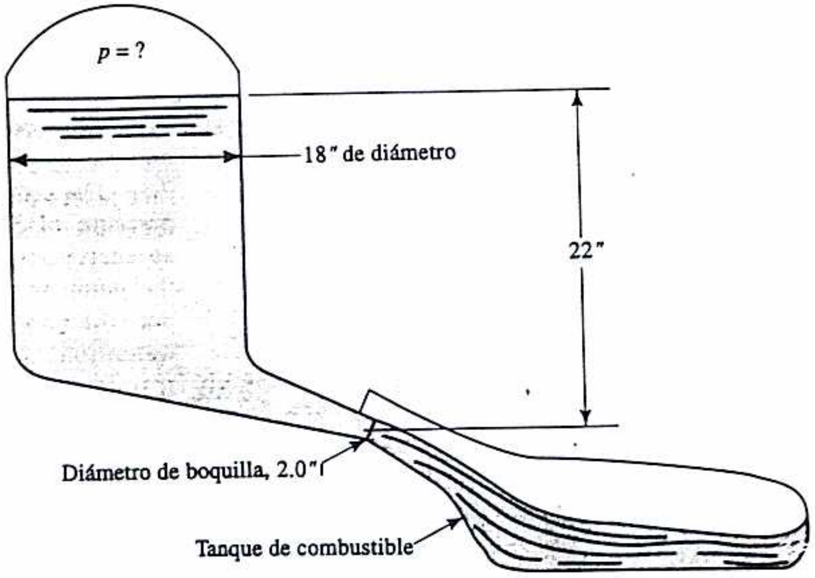
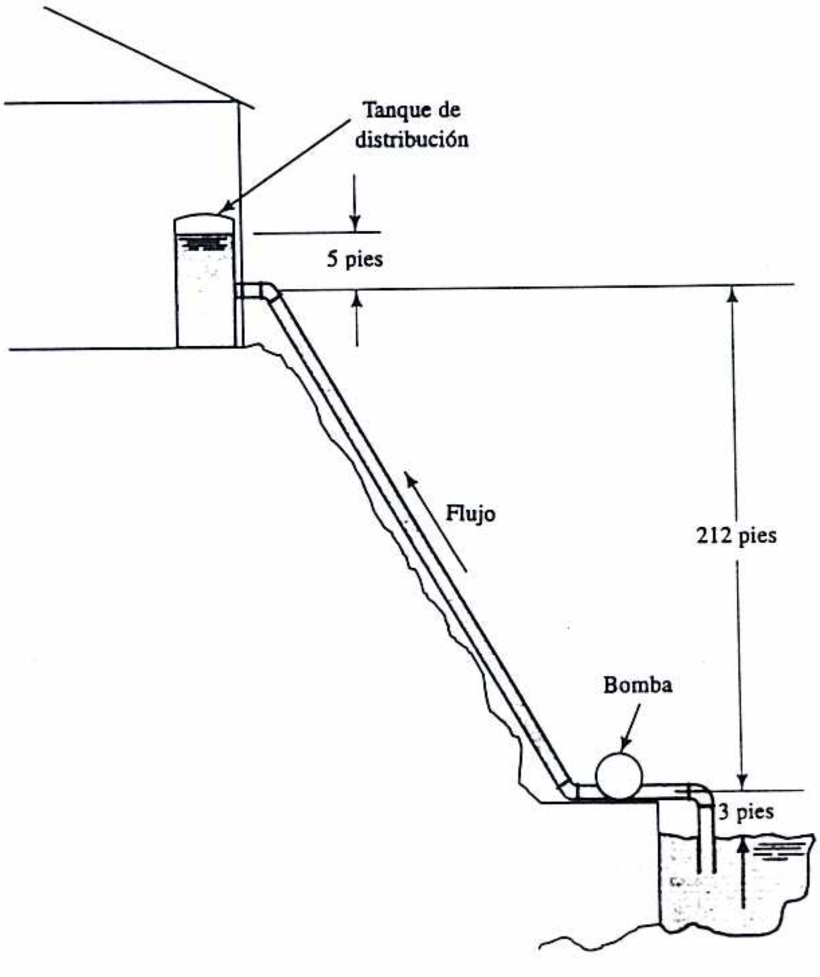


FIGURA 7.38 Problemas 7.42 y 7.43.



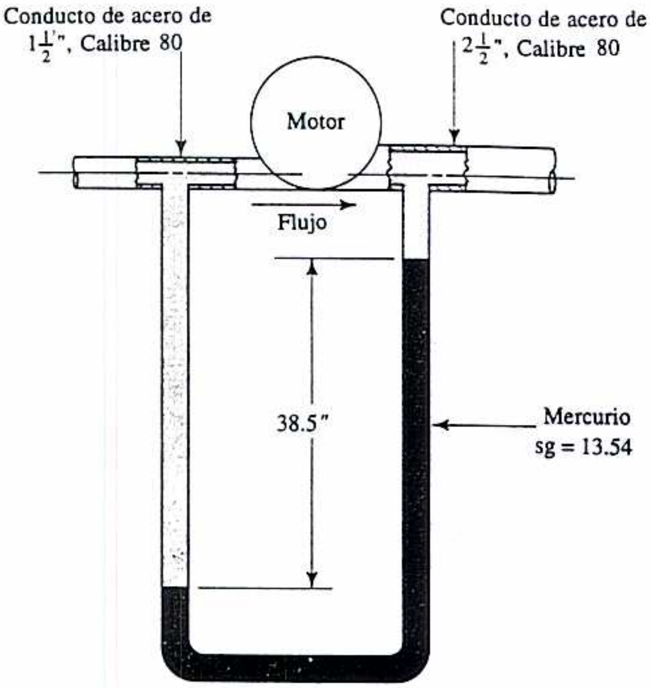

Conducto de acero de $1\frac{1}{2}$", Calibre 80
Conducto de acero de $2\frac{1}{2}$", Calibre 80
Motor
Flujo
38.5"
Mercurio
sg = 13.54

FIGURA 7.39 Problemas 7.44 y 7.45.

trar 40 galones en 8.0 s? La Gravedad específica del combustible es de 0.76. En la boquilla hay una pérdida de energía de 4.75 lb–pies/lb.

7.42E El profesor Croker está construyendo una cabina en la ladera de una colina, y desea construir el sistema de agua que se presenta en la figura 7.38. El tanque de distribución de la cabina mantiene una presión de 30.0 lb/pulg² relativa por encima del agua. Existe una pérdida de energía de 15.5 lb–pies/lb en la tubería. Cuando la bomba proporciona 40 gal/min de agua, calcule la potencia en caballos de fuerza transmitida por la bomba al agua.

7.43E Si la bomba del profesor Croker descrita en el problema 7.42 tiene una eficiencia del 72 por ciento, ¿de qué potencia deberá ser el motor que haga funcionar la bomba?

7.44E La configuración para prueba que se muestra en la figura 7.39 mide la diferencia de presión entre la entrada y la salida del motor de fluido. La rapidez de flujo del aceite hidráulico (sg = [illegible] de 135 gal/min. Calcule la potencia que el fluido transfiere al motor.

7.45E Si el motor de fluido del problema 7.44 tiene una eficiencia del 78 por ciento, ¿cuánta potencia proporciona el motor?

8 Número de Reynolds, flujo laminar y flujo turbulento

8.1 OBJETIVOS

Para calcular la cantidad de energía perdida debido a la fricción en un sistema de fluido, es necesario caracterizar la naturaleza del flujo. Un flujo lento y uniforme se conoce como *flujo laminar*, mientras que un flujo rápido y caótico se conoce como *flujo turbulento*. Los métodos que se utilizan para calcular la pérdida de energía es diferente para cada tipo de flujo.

El tipo de flujo puede predecirse mediante el cálculo de un número sin dimensiones, el *número de Reynolds*, que relaciona las variables más importantes que describen un flujo: velocidad, longitud de la trayectoria del flujo, densidad de fluido y viscosidad.

Después de haber terminado el estudio de este capítulo, usted deberá ser capaz de:

1. Describir la apariencia de un flujo laminar y de uno turbulento.
2. Establecer la relación que se utiliza para calcular el número de Reynolds.
3. Identificar los valores límite del número de Reynolds mediante el cual se puede predecir si un flujo es laminar o turbulento.
4. Calcular el número de Reynolds para el flujo de fluidos en conductos y tubos redondos.
5. Definir el término *radio hidráulico* en la forma en que se aplica a la descripción del tamaño de trayectorias de flujo no circulares.
6. Calcular el número de Reynolds para el flujo en trayectorias no circulares.
7. Describir el perfil de velocidad para flujos laminar y turbulento.
8. Describir la capa frontera laminar en la forma en que se presenta en un flujo turbulento.

8.2 FLUJO LAMINAR Y FLUJO TURBULENTO

Cuando analizamos un fluido en una corriente de flujo, es importante ser capaces de determinar el carácter del flujo. En algunas condiciones, el fluido parecerá que fluye en capas, de una manera uniforme y regular. Se puede observar este fenómeno cuando se abre un grifo de agua lentamente, hasta que el chorro es uniforme y estable. A este tipo de flujo se le conoce como *flujo laminar*. Si se abre más el grifo, permitiendo que aumente la velocidad del flujo, se alcanzaría un punto en el que el flujo ya no es uniforme ni regular. El agua del chorro parecerá que se mueve de una manera bastante caótica. Al flujo, entonces, se le conoce como *flujo turbulento*.

En la figura 8.1 se muestra una forma de visualizar el flujo laminar en un conducto circular. Anillos concéntricos de fluido se trasladan siguiendo una trayectoria recta y uniforme. Hay poca mezcla o ninguna del fluido a través de los "límites" de cada capa, conforme el flujo se desplaza por el conducto. En realidad, sin embargo, el fluido está conformado por un número infinito de capas.

Otra forma de visualizar un flujo laminar se representa en la figura 8.2, en la que se muestra un fluido transparente, como el agua, que fluye en un tubo de vidrio

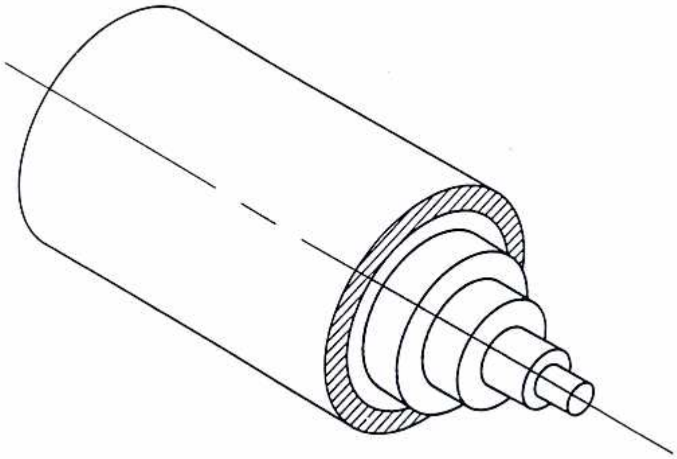


FIGURA 8.1 Ilustración del flujo laminar en un conducto circular.

transparente. Una partícula o una corriente de otro fluido inyectado en el flujo se desplazará en una línea recta y no se mezclará con el volumen del fluido. La línea oscura en la figura es un fluido coloreado, que puede ser tinta, que permanece intacto siempre que el flujo permanezca laminar.

El flujo laminar también se presenta en un flujo de canal abierto, como el que se muestra en la figura 8.3. En un canal abierto, al flujo laminar se le llama *flujo tranquilo*, un término bastante descriptivo. Un flujo tranquilo sobre un muro aparece como una lámina uniforme de fluido, lo cual se utiliza a menudo en fuentes de ornato.

En contraste con el flujo laminar, el flujo turbulento parece caótico y no uniforme, y existe bastante mezcla del fluido. Una corriente de tinta que fuera introducida en el flujo turbulento, inmediatamente se disiparía en el flujo principal del sistema, como se muestra en la figura 8.4.

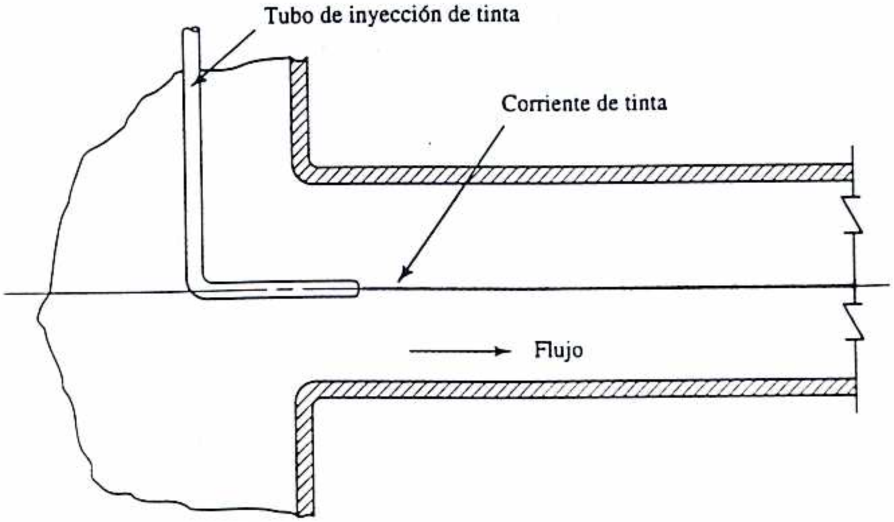


FIGURA 8.2 Corriente de tinta en un flujo laminar.

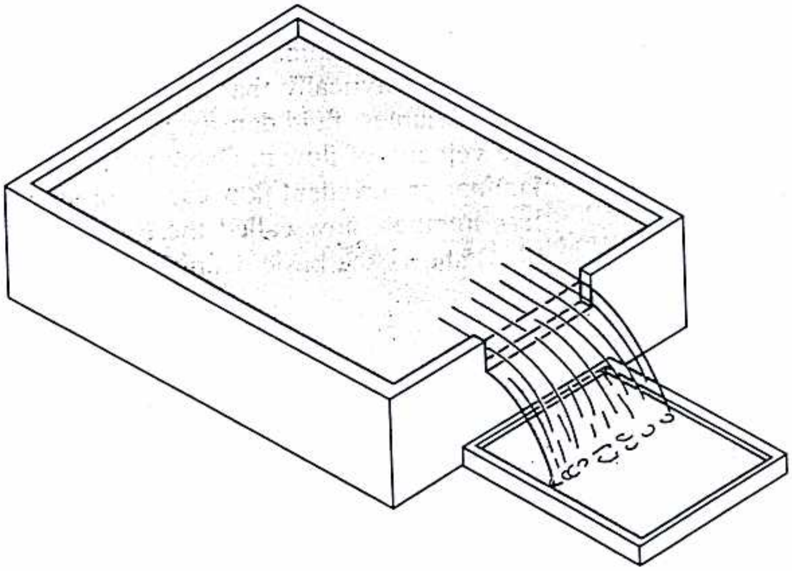


FIGURA 8.3 Flujo tranquilo (laminar) sobre un muro.

Efectivamente, una importante razón para crear un flujo turbulento es promover la mezcla en aplicaciones como:

1. Mezcla de dos o más fluidos.
2. Aceleración de reacciones químicas.
3. Aumento de la transferencia de calor hacia un fluido o fuera de éste.

8.3 NÚMERO DE REYNOLDS

El comportamiento de un fluido, particularmente con respecto a las pérdidas de energía, depende bastante de si el flujo es laminar o turbulento, como se verá en el capítulo 9. Por esta razón deseamos tener medios para predecir el tipo de flujo sin tener necesidad de observarlo. En efecto, la observación directa es imposible para fluidos que se encuentran en conductos opacos. Se puede mostrar experimental-

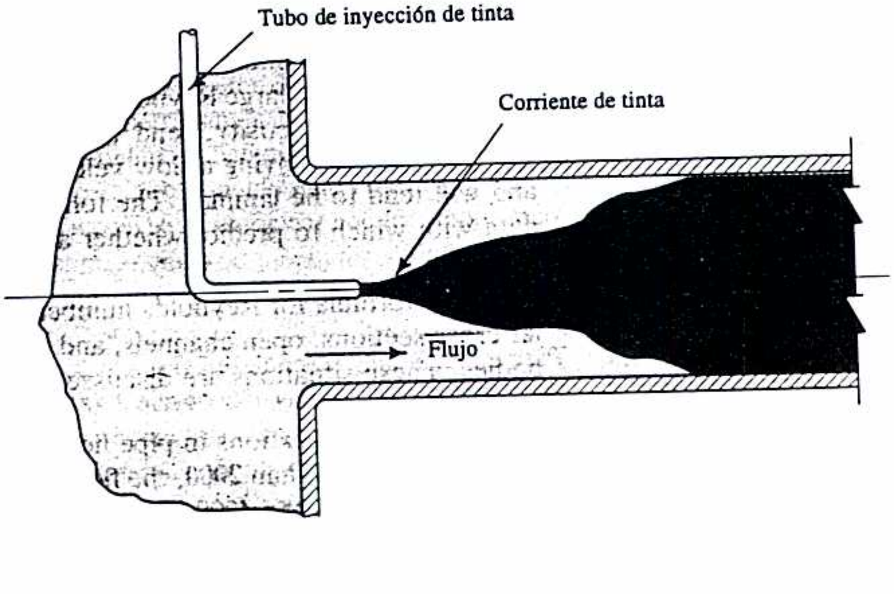


FIGURA 8.4 Corriente de tinta que se mezcla en un flujo turbulento.

mente y verificar analíticamente que el carácter del flujo en un conducto redondo depende de cuatro variables: la densidad del fluido, ρ, la viscosidad del fluido, μ, el diámetro del conducto, D, y la velocidad promedio de flujo, υ. Osborne Reynolds fue el primero en demostrar que un flujo laminar o turbulento puede ser predicho si se conoce la magnitud de un número adimensional, conocido ahora como número de Reynolds (N_R). La ecuación (8–1) muestra la definición básica del número de Reynolds.

NÚMERO DE REYNOLDS

$$N_R = \frac{\upsilon D \rho}{\mu} = \frac{\upsilon D}{\nu} \tag{8–1}$$

Estas dos formas de la ecuación son equivalentes, puesto que $\nu = \mu/\rho$, según se vio en el capítulo 2.

Podemos demostrar que el número de Reynolds no tiene dimensiones al sustituir unidades estándar SI en la ecuación (8–1):

$$N_R = \frac{\upsilon D \rho}{\mu} = \upsilon \times D \times \rho \times \frac{1}{\mu}$$

$$N_R = \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \text{m} \times \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \frac{\text{m} \cdot \text{s}}{\text{kg}}$$

Debido a que todas las unidades se pueden cancelar, N_R es adimensional. Sin embargo, es esencial que todos los términos de la ecuación estén en unidades congruentes, con el fin de obtener el valor numérico correcto para N_R. En unidades del Sistema Británico, υ debe estar en pies por segundo, D en pies, ρ en slug/pies^3, μ en libras por segundo por pie cuadrado (lb · s/pies^2), y ν en pies cuadrados por segundo (pies^2/s).

El número de Reynolds es uno de varios números sin dimensiones que son útiles en el estudio de la mecánica de fluidos y en la transferencia de calor. El proceso conocido como *análisis dimensional* se puede usar para determinar los números adimensionales (véase la referencia 2). El número de Reynolds es el cociente de la fuerza de inercia sobre un elemento de fluido, entre la fuerza viscosa. La fuerza de inercia se deriva de la segunda ley de Newton del movimiento, $F = ma$. Como se analizó en el capítulo 2, la fuerza viscosa está relacionada con el producto de la tensión de corte por el área.

Los flujos que tienen un número de Reynolds grande, típicamente debido a una alta velocidad o a una baja viscosidad, o a ambas, tienden a ser turbulentos. Aquellos fluidos que poseen una alta viscosidad y/o que se mueven a bajas velocidades tendrán un número de Reynolds pequeño y tenderán a ser laminares. En la siguiente sección se dan algunos datos cuantitativos con los cuales se puede predecir si un sistema de flujo dado será laminar o turbulento.

La fórmula para obtener el número de Reynolds toma una forma diferente para conductos con secciones transversales no circulares, canales abiertos y para el flujo de fluidos alrededor de cuerpos inmersos. Estas situaciones se analizan más adelante en el texto.

8.4 NÚMEROS DE REYNOLDS CRÍTICOS

Para aplicaciones prácticas en flujos de conductos, tenemos que si el número de Reynolds para el flujo es menor que 2000, el flujo será laminar. Tenemos también que si el número de Reynolds es mayor que 4000, se puede suponer que el flujo es turbulento. En el intervalo de números de Reynolds comprendido entre 2000 y 4000, es imposible predecir qué tipo de flujo existe; por consiguiente, este intervalo se conoce como *región crítica*. Las aplicaciones típicas involucran flujos que se encuentran bien colocados en el intervalo de los flujos laminares o en el intervalo de los flujos turbulentos, de modo que la existencia de esta región de incertidumbre no ocasiona gran dificultad.

Si se encuentra que el flujo de un sistema está en la región crítica, la práctica normal consiste en cambiar la rapidez de flujo o el diámetro del conducto para hacer que el flujo sea claramente laminar o turbulento. Entonces se hace posible un análisis más preciso.

Mediante una cuidadosa minimización de las perturbaciones externas, es posible mantener un flujo laminar para números de Reynolds hasta de 50 000. Sin embargo, cuando N_R es mayor que aproximadamente 4000, una perturbación menor de la corriente de flujo ocasionaría un cambio súbito en el flujo de laminar a turbulento. Es por esta razón, y porque estamos tratando con aplicaciones prácticas en el presente libro, que supondremos lo siguiente:

Si $N_R < 2000$, el flujo es laminar.
Si $N_R > 4000$, el flujo es turbulento.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 8.1** Determine si el flujo es laminar o turbulento, si fluye glicerina a 25 °C en un conducto cuyo diámetro interior es de 150 mm. La velocidad promedio de flujo es de 3.6 m/s.

Solución Primero debemos evaluar el número de Reynolds, utilizando la ecuación (8–1):

$$N_R = vD\rho/\mu$$
$$v = 3.6\ \text{m/s}$$
$$D = 0.15\ \text{m}$$
$$\rho = 1258\ \text{kg/m}^3 \qquad \text{(del apéndice B)}$$
$$\mu = 9.60 \times 10^{-1}\ \text{Pa} \cdot \text{s} \qquad \text{(del apéndice B)}$$

Entonces tenemos:

$$N_R = \frac{(3.6)(0.15)(1258)}{9.60 \times 10^{-1}} = 708$$

Debido a que $N_R = 708$, menor que 2000, el flujo es laminar. Observe que cada término fue convertido a unidades SI congruentes antes de evaluar N_R.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 8.2** Determine si el flujo es laminar o turbulento cuando agua a 70 °C fluye en un tubo de cobre de 1 pulg, tipo K, con una rapidez de flujo de 285 L/min.

Solución Evalúe el número de Reynolds, utilizando la ecuación (8–1):

$$N_R = \frac{vD\rho}{\mu} = \frac{vD}{\nu}$$

Para un tubo de cobre de 1 pulg, tipo K, $D = 0.02527$ m y $A = 5.017 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$ (del apéndice H). Entonces tenemos:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{285\ \text{L/min}}{5.017 \times 10^{-4}\ \text{m}^2} \times \frac{1\ \text{m}^3/\text{s}}{60\ 000\ \text{L/min}} = 9.47\ \text{m/s}$$

$$\nu = 4.11 \times 10^{-7}\ \text{m}^2/\text{s} \qquad \text{(del apéndice A)}$$

$$N_R = \frac{(9.47)(0.02527)}{4.11 \times 10^{-7}} = 5.82 \times 10^5$$

Debido a que el número de Reynolds es mayor que 4000, el flujo es turbulento.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 8.3** Determine el intervalo de velocidad promedio de flujo para el cual el flujo estaría en la región crítica si aceite SAE 10 a 60 °F fluye en un conducto de acero de 2 pulg, Calibre 40. El aceite tiene una gravedad específica de 0.89.

Solución El flujo estaría en la región crítica si $2000 < N_R < 4000$. Primero utilizamos el número de Reynolds y despejamos la velocidad:

$$N_R = \frac{vD\rho}{\mu}$$

$$v = \frac{N_R \mu}{D\rho} \qquad \textbf{(8–2)}$$

Después encontramos los valores de μ, de D y de ρ:

$$D = 0.1723\ \text{pies} \qquad \text{(del apéndice F)}$$

$$\mu = 2.10 \times 10^{-3}\ \text{lb-s/pies}^2 \qquad \text{(del apéndice D)}$$

$$\rho = (\text{sg})(1.94\ \text{slugs/pies}^3) = (0.89)(1.94\ \text{slugs/pies}^3) = 1.73\ \text{slugs/pies}^3$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación (8–2) tenemos:

$$v = \frac{N_R(2.10 \times 10^{-3})}{(0.1723)(1.73)} = (7.05 \times 10^{-3})N_R$$

Para $N_R = 2000$ tenemos:

$$v = (7.05 \times 10^{-3})(2 \times 10^3) = 14.1\ \text{pies/s}$$

Para $N_R = 4000$ tenemos:

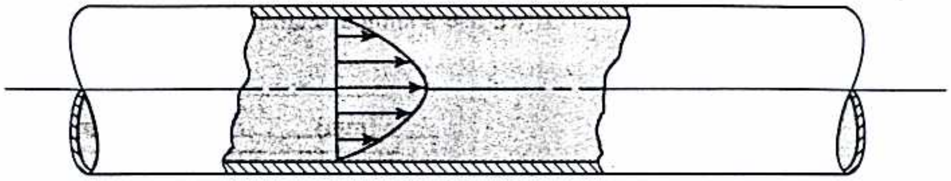
$$v = (7.05 \times 10^{-3})(4 \times 10^3) = 28.2\ \text{pies/s}$$

Por consiguiente, si $14.1 < v < 28.2$ pies/s, el flujo estará en la región crítica.

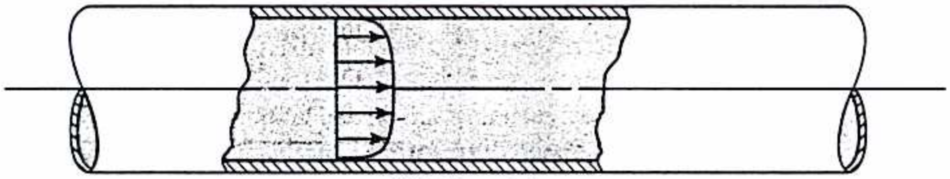
8.5 PERFILES DE VELOCIDAD

A menos que se diga otra cosa, suponemos que el término velocidad indica la velocidad promedio del flujo que encontramos a partir de la ecuación de continuidad, $v = Q/A$. Sin embargo, en algunos casos debemos determinar la velocidad del fluido en un punto dentro de la corriente de flujo. La magnitud de la velocidad no es, en modo alguno, uniforme a través de una sección particular del conducto, y, como se muestra en la figura 8.5, la forma en que la velocidad varía con respecto a la posición depende del tipo de flujo que exista. Observamos en el capítulo 2 (Sección 2.2) que la velocidad de un fluido en contacto con un límite sólido estacionario es cero. La velocidad máxima para cualquier tipo de flujo se presenta en el centro del conducto. La razón de las diferentes formas de los perfiles de velocidad es que, debido al movimiento bastante caótico y a la mezcla violenta de las molécu-

FIGURA 8.5 Perfiles de velocidad para flujos en conductos.



(a) Flujo laminar



(b) Flujo turbulento

las del fluido en un flujo turbulento, existe una transferencia de momento entre las moléculas, lo cual trae como resultado una distribución de velocidad más uniforme que en el caso del flujo laminar. Puesto que el flujo laminar está conformado esencialmente por capas de fluido, la transferencia de momento entre las moléculas es menor y el perfil de velocidad se hace parabólico.

Observe en la figura 8.5(b) que, a pesar de que el flujo como un todo es turbulento, existe una capa delgada de fluido cerca de la pared del conducto en donde la velocidad es bastante pequeña y en la cual el flujo es realmente laminar. A ésta se le conoce como la *capa frontera*. El grueso real de la capa frontera y la distribución de velocidades en ella son muy importantes en el análisis de la transferencia de calor hacia el fluido, y para determinar el arrastre sobre los cuerpos sumergidos en un fluido.

Debido a la regularidad del perfil de velocidad en un flujo laminar, podemos definir una ecuación para la velocidad local en cualquier punto dentro de la trayectoria de flujo. Si llamamos a la velocidad local U a un radio r, al radio máximo r_o y a la velocidad promedio υ, entonces

$$U = 2\upsilon[1 - (r/r_o)^2] \tag{8-3}$$

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 8.4** Utilizando los datos del ejemplo ilustrativo 8.1, calcule los puntos sobre el perfil de velocidad desde la pared del conducto a la parte central del mismo en incrementos de 15 mm. Grafique los datos para U contra r. También muestre en la gráfica la velocidad promedio.

Solución Del ejemplo ilustrativo 8.1, encontramos que el número de Reynolds es de 708, lo cual indica que el flujo es laminar. La velocidad promedio del flujo es de 3.60 m/s. Entonces, calculamos r_o:

$$r_o = D/2 = 150/2 = 75 \text{ mm}$$

En $r = 75$ mm $= r_o$ en la pared del conducto, $r/r_o = 1$ y $U = 0$, según la ecuación (8–3). Esto es congruente con la observación de que la velocidad de un fluido en una frontera sólida es igual a la velocidad de la frontera.

A $r = 60$ mm,

$$U = 2(3.6 \text{ m/s})[1 - (60/75)^2] = 2.59 \text{ m/s}$$

Si utilizamos una técnica similar, podemos calcular los siguientes valores:

r (mm)	r/ro	U (m/s)	
75	1.0	0	(en la pared del conducto)
60	0.8	2.59	
45	0.6	4.61	
30	0.4	6.05	
15	0.2	6.91	
0	0.0	7.20	(en el centro del conducto)

Observe que la velocidad local en el centro del conducto es 2.0 veces la velocidad promedio. En la figura 8.6 se muestra la gráfica de U contra r.

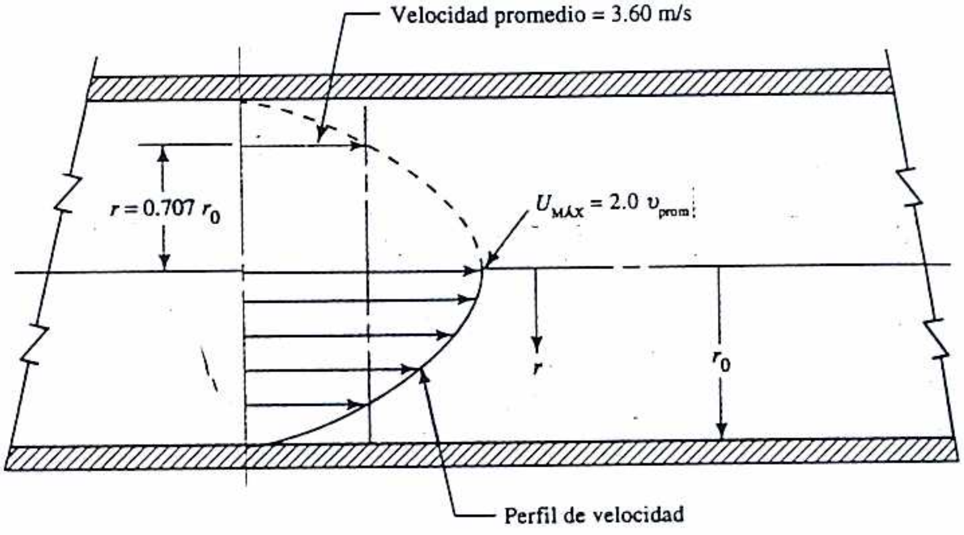

Velocidad promedio = 3.60 m/s
$r = 0.707\ r_0$
$U_{MÁX} = 2.0\ \upsilon_{prom}$
r
r_0
Perfil de velocidad

FIGURA 8.6 Resultados de los ejemplos ilustrativos 8.4 y 8.5. Perfil de velocidad para un flujo laminar.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 8.5** Calcule el radio al cual la velocidad local U sería igual a la velocidad promedio υ para un flujo laminar.

Solución En la ecuación (8–3), para la condición de que $U = \upsilon$, podemos primero dividir entre U para obtener:

$$1 = 2[1 - (r/r_o)^2]$$

Ahora, resolviendo para r *se* tiene:

$$r = \sqrt{0.5}\ r_o = 0.707 r_o \tag{8–4}$$

Para los datos del ejemplo ilustrativo 8.1, la velocidad local es igual a la velocidad promedio 3.6 m/s en:

$$r = 0.707(75\ \text{mm}) = 53.0\ \text{mm}$$

El calculo de la velocidad local en puntos dentro de un flujo turbulento requiere el conocimiento del *factor de fricción, f,* que se desarrolla en el capítulo 9, donde se presentará un análisis más detallado del perfil de velocidad para flujos turbulentos.

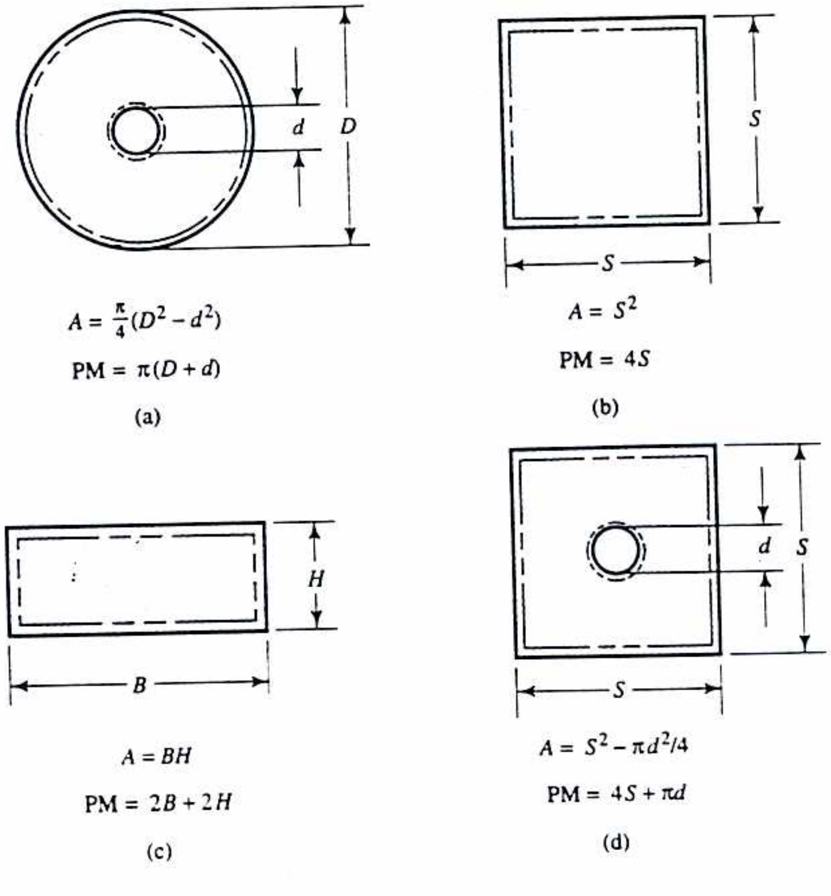
8.6 RADIO HIDRÁULICO PARA SECCIONES TRANSVERSALES NO CIRCULARES

Todas las ecuaciones y ejemplos vistos hasta este punto para el cálculo del número de Reynolds, han sido aplicables al caso de un flujo que fluye en un conducto circular lleno. En tales casos, la dimensión característica de la trayectoria de flujo es el diámetro interior. Sin embargo, muchos problemas prácticos de mecánica de fluidos implican el flujo en secciones transversales no circulares.

Las secciones circulares no transversales pueden ser conductos cerrados completamente llenos o canales abiertos, una de cuyas superficies está expuesta a la atmósfera local. Estos tipos son bastante diferentes uno del otro. Aquí solamente trabajaremos con secciones completamente llenas, debido a que el análisis sobre pérdidas de energía que haremos en el capítulo siguiente es similar tanto para conductos circulares como para secciones transversales cerradas, no circulares, completamente llenas. El flujo en canales abiertos se estudia en el capítulo 13, en donde se presentará una forma revisada del número de Reynolds.

En la figura 8.7 se presentan secciones transversales típicas no circulares cerradas. Las secciones mostradas podrían representar (a) un intercambiador de casco y tubo, (b) y (c) ductos de distribución y (d) trayectoria de flujo dentro de una máquina.

FIGURA 8.7 Ejemplos de secciones transversales no circulares cerradas.



$A = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)$

$PM = \pi(D + d)$

(a)

$A = S^2$

$PM = 4S$

(b)

$A = BH$

$PM = 2B + 2H$

(c)

$A = S^2 - \pi d^2/4$

$PM = 4S + \pi d$

(d)

La dimensión característica de las secciones transversales no circulares se conoce como *radio hidráulico*, R, definido como el cociente del área neta de la sección transversal de una corriente de flujo entre el perímetro mojado, PM, de la sección. Esto es,

RADIO HIDRÁULICO

$$R = \frac{A}{PM} = \frac{\text{área}}{\text{perímetro mojado}} \tag{8-5}$$

La unidad de R es el metro en el SI. En el Sistema Británico de Unidades, R se expresa en pies.

En el cálculo del radio hidráulico, el área neta de la sección transversal deberá calcularse a partir de la geometría de la sección. El *perímetro mojado* se define como la suma de la longitud de los límites de la sección que realmente están en contacto con (es decir, mojados por) el fluido. Expresiones para el área A y para el perímetro mojado, PM, se presentan en la figura 8.7, para las secciones ilustradas. En cada caso, el fluido se desplaza por la parte sombreada de la sección. Se muestra una línea punteada adyacente a los límites que conforman el perímetro mojado.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 8.6** Determine el radio hidráulico de la sección que se muestra en la figura 8.7(d), si la dimensión interna de cada lado del cuadrado es de 250 mm y el diámetro exterior del tubo es de 150 mm.

Solución El área de flujo neta es la diferencia entre el área del cuadrado y el área del círculo:

$$A = S^2 - \pi d^2/4 = (250)^2 - \pi(150)^2/4 = 44\ 829\ \text{mm}^2$$

El perímetro mojado es la suma de los cuatro lados del cuadrado más la circunferencia del círculo:

$$PM = 4S + \pi d = 4(250) + \pi(150) = 1471\ \text{mm}$$

Entonces el radio hidráulico, R, es

$$R = \frac{A}{PM} = \frac{44\ 829\ \text{mm}^2}{1471\ \text{mm}} = 30.5\ \text{mm} = 0.0305\ \text{m}$$

8.7 NÚMEROS DE REYNOLDS PARA SECCIONES TRANSVERSALES NO CIRCULARES CERRADAS

Cuando el fluido llena completamente el área de la sección transversal disponible y se encuentra bajo presión, la velocidad promedio del flujo se determina utilizando la rapidez de flujo de volumen y el área neta de flujo en la familiar ecuación de continuidad. Esto es,

$$v = Q/A$$

Note que el área es la misma que se utilizó para calcular el radio hidráulico.

El número de Reynolds para un flujo en secciones no circulares se calcula de manera muy parecida a la usada para conductos y tubos circulares. La única alteración a la ecuación (8–1) es la sustitución del diámetro, D, con $4R$, cuatro veces el radio hidráulico. El resultado es:

NÚMERO DE REYNOLDS–SECCIONES NO CIRCULARES

$$N_R = \frac{v(4R)\rho}{\mu} = \frac{v(4R)}{\nu} \tag{8-6}$$

La validez de esta sustitución puede demostrarse calculando el radio hidráulico para un conducto circular:

$$R = \frac{A}{PM} = \frac{\pi D^2/4}{\pi D} = \frac{D}{4}$$

Entonces,

$$D = 4R$$

Por consiguiente, $4R$ es equivalente a D para el conducto circular. Así pues, por analogía, el uso de $4R$ como la dimensión característica para secciones transversales no circulares es apropiado. Este planteamiento dará resultados razonables siempre que la sección transversal tenga un *cociente de aspecto* no mucho muy diferente del de la sección transversal circular. En este contexto, el cociente de aspecto es el cociente del ancho de la sección entre su altura. Así pues, para una sección circular, el cociente de aspecto es 1.0. En la figura 8.7, todos los ejemplos mostrados tienen cocientes de aspecto razonables.

Un ejemplo de una forma que tiene un cociente de aspecto inaceptable es un rectángulo cuya longitud es cuatro veces más grande que su altura. (Véase la referencia 2.) Para tales formas, el radio hidráulico es aproximadamente un medio de la altura. (Véase la referencia 1.) Algunas formas anulares, parecidas a la mostrada en la figura 8.7(a), tendrán cocientes de aspecto grandes si el espacio entre los dos conductos es pequeño. Sin embargo, no hay datos disponibles fácilmente para lo que constituye un espacio "pequeño" o para determinar el radio hidráulico. Se recomienda, para tales secciones, que se hagan pruebas de funcionamiento.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 8.7** Calcule el número de Reynolds para el flujo de etilenglicol a 25 °C por la sección que se muestra en la figura 8.7(d). La rapidez de flujo de volumen es de 0.16 m^3/s. Utilice las dimensiones dadas en el ejemplo ilustrativo 8.6.

Solución Se puede utilizar el resultado para el radio hidráulico para la sección del ejemplo ilustrativo 8.6: $R = 0.0305$ m. Ahora el número de Reynolds se puede calcular con la ecuación (8–6). Podemos utilizar $\mu = 1.62 \times 10^{-2}$ Pa · s y $\rho = 1100$ kg/m^3 (del apéndice B). El área debe convertirse a m^2.

$$A = (44\,829 \text{ mm}^2)(1 \text{ m}^2/10^6 \text{ mm}^2) = 0.0448 \text{ m}^2$$

La velocidad promedio del flujo es:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{0.16 \text{ m}^3/\text{s}}{0.0448 \text{ m}^2} = 3.57 \text{ m/s}$$

Podemos calcular ahora el número de Reynolds:

$$N_R = \frac{v(4R)\rho}{\mu} = \frac{(3.57)(4)(0.0305)(1100)}{1.62 \times 10^{-2}}$$

$$N_R = 2.96 \times 10^4$$

REFERENCIAS

1. Crane Co. 1988. *Flow of Fluids Through Valves, Fittings, and Pipe.* [Flujo de fluidos a través de válvulas, conectores y tubos.] Artículo técnico no. 410. Joliet, IL: Autor.

2. Fox, Robert W. y Alan T. McDonald. 1992. *Introduction to Fluid Mechanics.* [Introducción a la mecánica de fluidos.] Nueva York: John Wiley & Sons, Inc. 4ª ed.

PROBLEMAS DE PRÁCTICA

Los siguientes problemas requieren el uso de los datos de referencia dados a continuación:

- Apéndices A-C: Propiedades de los líquidos
- Apéndice D: Viscosidad dinámica de fluidos
- Apéndices F-J: Dimensiones de conductos y tuberías
- Apéndice K: Factores de conversión
- Apéndice L: Propiedades de áreas

8.1E Un conducto de 4 pulg de diámetro lleva 0.20 pies³/s de glicerina (sg = 1.26) a 100 °F. ¿Es el flujo laminar o turbulento?

8.2C Calcule la velocidad mínima de flujo en pies/s y en m/s de agua a 160 °F que fluye en un conducto de 2 pulg de diámetro, para la cual el flujo es turbulento.

8.3M *Calcule la rapidez de flujo de volumen máxima de aceite combustible a 45 °C a la cual el flujo seguirá siendo laminar en un conducto de 100 mm de diámetro. Para el aceite utilice sg = 0.895 y una viscosidad dinámica de* 4.0×10^{-2} *Pa · s.*

8.4E Calcule el número de Reynolds para el flujo de cada uno de los siguientes fluidos en un conducto de acero de 2 pulg, Calibre 40, si la rapidez de flujo de volumen es de 0.25 pies³/s: (a) agua a 60 °F, (b) acetona a 77 °F, (c) aceite de linaza a 77 °F, y (d) aceite SAE 10 a 210 °F (sg = 0.87).

8.5M *Determine el tamaño de tubo de cobre, tipo K, más pequeño que llevará 4 L/min de los siguientes fluidos en un flujo laminar: (a) agua a 40 °C, (b) gasolina (sg = 0.68) a 25 °C, (c) alcohol etílico (sg = 0.79) a 0 °C, y (d) aceite combustible pesado a 25 °C.*

8.6M *En una instalación existente, se debe transportar aceite SAE 10 (sg = 0.89) en un conducto de acero de 3 pulg, Calibre 40, a una rapidez de 850 L/min. La operación eficiente de un cierto proceso requiere que el número de Reynolds del flujo sea aproximadamente de* 5×10^4. *¿A qué temperatura debe estar el aceite para que se lleve a cabo lo anterior?*

8.7E De los datos del apéndice C, podemos ver que el aceite hidráulico para automóvil y el aceite medio para máquinas herramienta tienen casi la misma viscosidad cinemática a 212 °F. Sin embargo, debido a su diferente índice de viscosidad, sus viscosidades a 104 °F son bastante diferentes. Calcule el número de Reynolds para el flujo de cada tipo de aceite a cada una de las temperaturas mencionadas en un conducto de acero de 5 pulg, Calibre 80, a una velocidad de 10 pies/s. ¿Son los flujos laminares o turbulentos?

8.8M *Calcule el número de Reynolds para el flujo de 325 L/min de agua a 10 °C en un tubo de acero estándar de 2 pulg, con un grueso de pared de 0.065 pulg. ¿Es el flujo laminar o turbulento?*

8.9M *Por un conducto de acero de 1 pulg, Calibre 80, fluye benceno (sg = 0.86) a 60 °C, con una rapidez de 25 L/min. ¿Es el flujo laminar o turbulento?*

8.10M *En un tubo de cobre de* $^1/_2$ *pulg, Tipo K, fluye agua caliente a 80 °C hacia una lavadora de platos con una rapidez de 15.0 L/min. ¿Es el flujo laminar o turbulento?*

8.11E Un colector principal de agua es un conducto de acero dúctil de 18 pulg. Calcule el número de Reynolds si el conducto lleva 16.5 pies³/s de agua a 50 °F.

8.12E El cárter de un motor contiene aceite de motor SAE 10 (sg = 0.88). El aceite es distribuido a otras partes del motor mediante una bomba de aceite y a través de un tubo de acero de $^1/_8$ pulg, con un grosor de pared de 0.032 pulg. La facilidad con que el aceite es bombeado se ve afectada, obviamente, por su viscosidad. Calcule el número de Reynolds para el flujo de 0.40 gal/min del aceite a 40 °F.

8.13E Repita el problema 8.12 para una temperatura de aceite de 160 °F.

8.14E ¿A aproximadamente qué rapidez de flujo de volumen el flujo de alcohol propil a 77 °F se volverá turbulento, cuando fluye en un tubo de cobre de 3 pulg, tipo K?

8.15M *Aceite SAE 30 (sg = 0.89) está fluyendo a 45 L/min por un tubo de acero de* $^7/_8$ *de pulg con un grueso de pared de 0.065 pulg. Si el aceite está a 110 °C, ¿es el flujo laminar o turbulento?*

8.16M *Repita el problema 8.15 para una temperatura del aceite de 0 °C.*

8.17M *Repita el problema 8.15, sólo que ahora el tubo tiene 2 pulg con un grueso de pared de 0.065.*

8.18M *Repita el problema 8.17 para una temperatura de aceite de 0 °C.*

8.19C El sistema de lubricación para una prensa troqueladora transmite 1.65 gal/min de un aceite de lubricación ligero (véase apéndice C) a través de tubos de acero de $^5/_{16}$ pulg, con un grueso de pared de 0.049. Poco después de que se pone en funcionamiento la prensa, la temperatura del aceite alcanza 104 °F. Calcule el número de Reynolds para el flujo de aceite.

8.20C Después de que la prensa ha estado en funcionamiento durante un rato, el aceite lubricante descrito en el problema 8.19 se calienta a 212 °F. Calcule el número de Reynolds para el flujo de aceite a esta temperatura. Analice la posible dificultad de operación que aparecería conforme se calienta el aceite.

8.21E Se está diseñando un sistema para que transporte 500 gal/min de etilenglicol a 77 °F. En el capítulo 6 se recomienda que la máxima velocidad debería ser aproximadamente de 10.0 pies/s. Especifique el conducto de acero estándar, Calibre 40, más pequeño que cumple con dicha condición. Después, para el conducto seleccionado, calcule el número de Reynolds para el flujo.

8.22E El intervalo de números de Reynolds comprendido entre 2000 y 4000 se conoce como la *región crítica*, porque no es posible predecir si el flujo es laminar o turbulento. Uno debería evitar el funcionamiento de un sistema de flujo de fluido en este intervalo. Calcule el intervalo de rapidez de flujo de volumen, en gal/min, de agua a 60 °F para el cual el flujo estaría en la región crítica en un tubo de cobre de $^3/_4$ pulg, tipo K.

8.23E La línea de agua descrita en el problema 8.22 es una línea de distribución de agua fría. En otro punto del sistema, un tubo del mismo tamaño transporta agua a 180 °F. Calcule el intervalo de rapidez de flujo de volumen cuyo flujo estaría en la región crítica.

8.24C En un establo, se informa que la leche a 100 °F tiene una viscosidad cinemática de 1.30 centistokes. Calcule el número de Reynolds para el flujo de leche a 45 gal/min a través de un tubo de acero de 1 $^1/_4$ pulg, con un grueso de pared de 0.065 pulg.

8.25C En una embotelladora de refrescos, el jarabe concentrado que se utiliza para hacer el refresco tiene una viscosidad cinemática de 17.0 centistokes a 80 °F. Calcule el número de Reynolds para el flujo de 215 L/min de jarabe a través de un tubo de cobre de 1 pulg, tipo K.

8.26C Un cierto combustible de chorro tiene una viscosidad cinemática de 1.20 centistokes. Si el combustible está siendo transferido al motor a 200 L/min a través de un tubo de acero de 1 pulg, con un grueso de pared de 0.065, calcule el número de Reynolds para el flujo.

8.27M *Una sonda de baja velocidad va a ser insertada por la pared de un conducto. Si medimos desde el exterior del conducto de 6 pulg, Calibre 40, ¿qué tan lejos (en mm) deberá estar insertada la sonda para que detecte la velocidad promedio si el flujo en el conducto es laminar?*

8.28M *Si la precisión de la colocación de la sonda descrita en el problema 8.27 es de más o menos 5.0 mm, calcule el posible error que se podría cometer en la medición de la velocidad promedio.*

8.29M *Un esquema alternativo para utilizar la sonda de velocidad descrita en el problema 8.27 es colocarla en el centro del conducto, en donde se espera que la velocidad sea 2.0 veces la velocidad promedio. Calcule la profundidad de inserción requerida para colocar la sonda en el centro. Después, si la precisión de la colocación es, de nuevo, más o menos 5.0 mm, calcule el posible error cometido al medir la velocidad promedio.*

8.30M *Un dispositivo existente en el sistema inserta la prueba de velocidad descrita en el problema 8.27 a exactamente 60.0 mm de la superficie exterior del conducto. Si la sonda indica una velocidad de 2.48 m/s, calcule la velocidad promedio real del flujo, suponiendo que éste es laminar. Después, verifique si el flujo es de verdad laminar, si el fluido es un aceite combustible pesado con una viscosidad cinemática de 850 centistokes.*

Secciones transversales no circulares

8.31M *Aire con un peso específico de 12.5 N/m^3 y una viscosidad dinámica de 2.0 x 10^{-5} Pa · s, fluye a través de la parte sombreada del ducto de la figura 8.8, con una rapidez de 150 m^3/h. Calcule el número de Reynolds del flujo.*

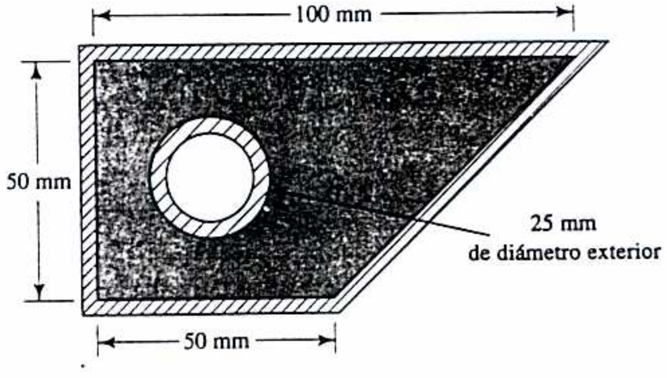


FIGURA 8.8 Problema 8.31

8.32E Dióxido de carbono con un peso específico de 0.114 lb/pies^3 y una viscosidad dinámica de 3.34 × 10^{-7} lb-s/pies^2 fluye en la parte sombreada del ducto que se presenta en la figura 8.9. Si la rapidez de flujo de volumen es de 200 pies^3/min, calcule el número de Reynolds del flujo.

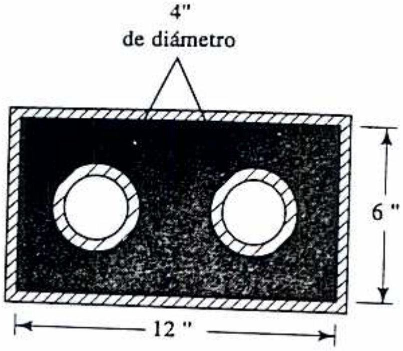


FIGURA 8.9 Problema 8.32.

8.33E Agua a 90 °F fluye en el espacio comprendido entre un conducto de acero de 6 pulg, Calibre 40, y un ducto cuadrado con dimensiones internas de 10.0 pulg. El ducto es parecido al que se presenta en la figura 8.7(d). Calcule el número de Reynolds si la rapidez de flujo de volumen es de 4.00 pies^3/s.

8.34M *Remítase al intercambiador de calor de casco y tubo que se presenta en la figura 6.16. Ambos tubos son estándar de acero con un grueso de pared de 0.049 pulg. El tubo interno lleva 4.75 gal/min de agua a 95 °C, mientras que el casco lleva 15.0 gal/min de etilenglicol a 25 °C para retirar calor del agua. Calcule el número de Reynolds para el flujo en el tubo y en el casco.*

8.35M *Remítase a la figura 6.17, en la que se muestran dos conductos de 6 pulg, Calibre 40, dentro de un ducto rectangular. Cada conducto transporta 450 L/min de agua a 20 °C. Calcule el número de Reynolds para el flujo de agua. Después, para el benceno (sg = 0.862) a 70 °C, que fluye dentro del ducto, calcule la rapidez de flujo de volumen requerida para producir el mismo número de Reynolds.*

8.36E Remítase a la figura 6.18, en la que se muestran tres conductos dentro de otro más grande. Los conductos interiores transportan agua a 200 °F, mientras que el conducto grande transporta agua a 60 °F. La velocidad de flujo promedio es de 25.0 pies/s en cada conducto; calcule el número de Reynolds para cada uno de los flujos.

8.37M *Está fluyendo agua a 10 °C en el casco que se muestra en la figura 8.10 con una rapidez de 850 L/min. El casco consiste en un tubo de cobre de 2 pulg, tipo K, mientras que los tubos interiores son de cobre de $^3/_8$ pulg, tipo K. Calcule el número de Reynolds para el flujo.*

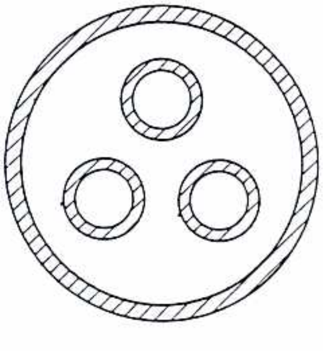
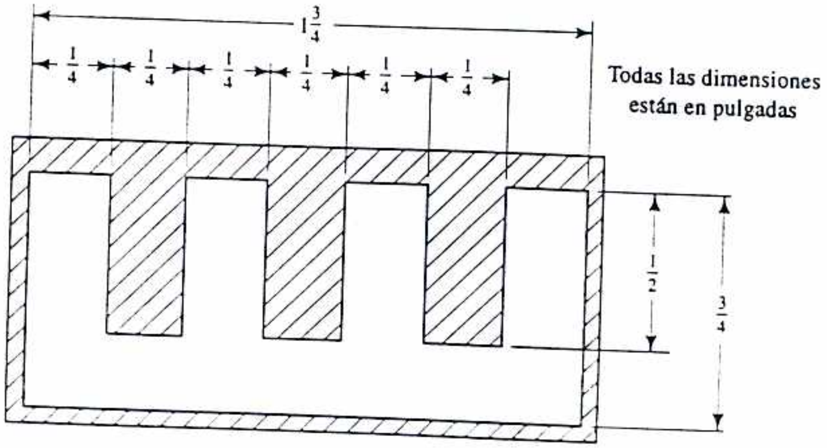


FIGURA 8.10 Problema 8.37.

8.38E En la figura 8.11 se muestra la sección transversal de un intercambiador de calor utilizado para enfriar un banco de dispositivos electrónicos. Etilenglicol fluye a 77 °F en el área sombreada. Calcule la rapidez de flujo de volumen requerida para producir un número de Reynolds de 1500.

8.39M *En la figura 8.12 se presenta un intercambiador de calor líquido a aire en el cual el aire fluye a 50 m^3/h dentro de un pasaje rectangular y alrededor de un conjunto de cinco tubos colocados de manera verti-*

FIGURA 8.11 Problema 8.38.



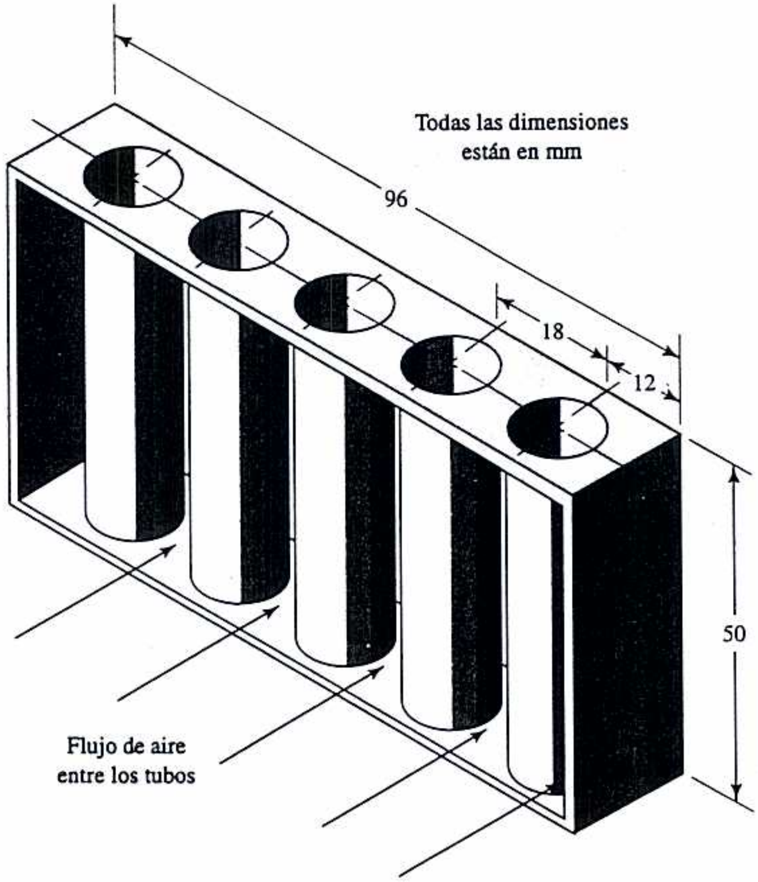


FIGURA 8.12 Problema 8.39.

cal. Cada tubo es de $^1/_2$ pulg con un grueso de pared de 0.049 pulg. El aire tiene una densidad de 1.15 kg/m^3 y una viscosidad dinámica de 1.63×10^{-5} Pa · s. Calcule el número de Reynolds para el flujo de aire.

8.40M *Glicerina (sg = 1.26) a 40 °C fluye en la parte del ducto que está fuera de los tubos cuadrados que se muestran en la figura 8.13. Calcule el número de Reynolds para una rapidez de flujo de 0.10 m^3/s.*

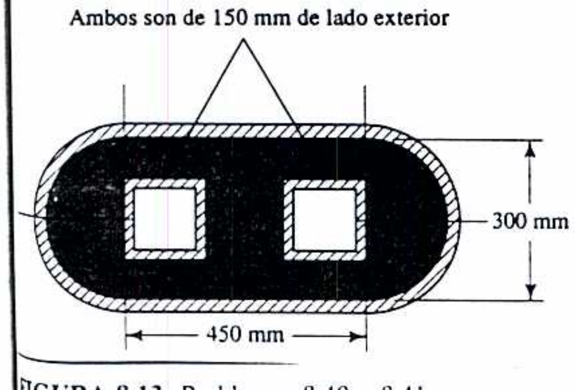


FIGURA 8.13 Problemas 8.40 y 8.41.

8.41M *Cada uno de los tubos cuadrados que se muestran en la figura 8.13 transportan 0.75 m^3/s de agua a 90 °C. El grueso de las paredes es de 2.77 mm. Calcule el número de Reynolds del flujo de agua.*

8.42E Un resumidero de calor para un circuito electrónico está hecho abriendo un hueco en un bloque de aluminio y luego cubriéndolo con una placa plana para hacer posible el paso de agua fría, como se muestra en la figura 8.14. Calcule el número de Reynolds si el agua fluye a 50 °F con una rapidez de 78.0 gal/min.

8.43E En la figura 8.15 se muestra la sección transversal de un pasaje de enfriamiento para un dispositivo de forma extraña. Calcule la rapidez de flujo de volumen del agua a 50 °F que produciría un número de Reynolds de 5×10^5.

8.44E En la figura 8.16 se presenta la sección transversal de una trayectoria de flujo hecha con una pieza de fundición utilizando una broca de taladro de $^3/_4$ pulg de diámetro. Tomando en cuenta todos los filetes, calcule el radio hidráulico del pasaje, y después calcule la rapidez de flujo de volumen de acetona a 77 °F, requerida para producir un número de Reynolds de 2.6×10^4 para el flujo.

FIGURA 8.14 Problema 8.42.

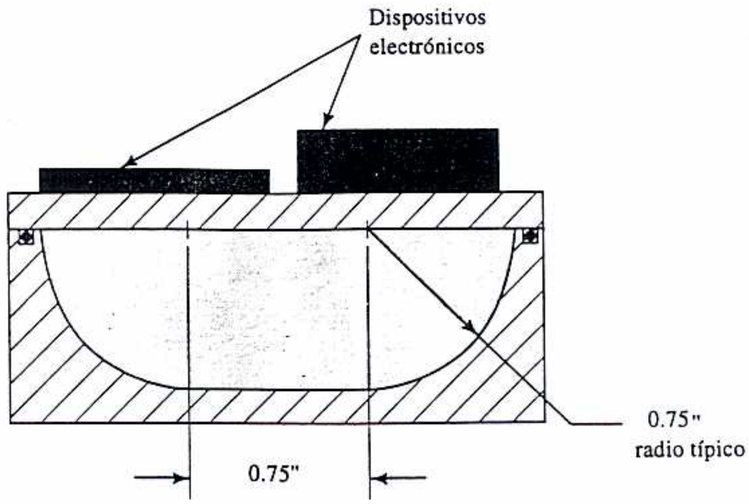


FIGURA 8.15 Problema 8.43.

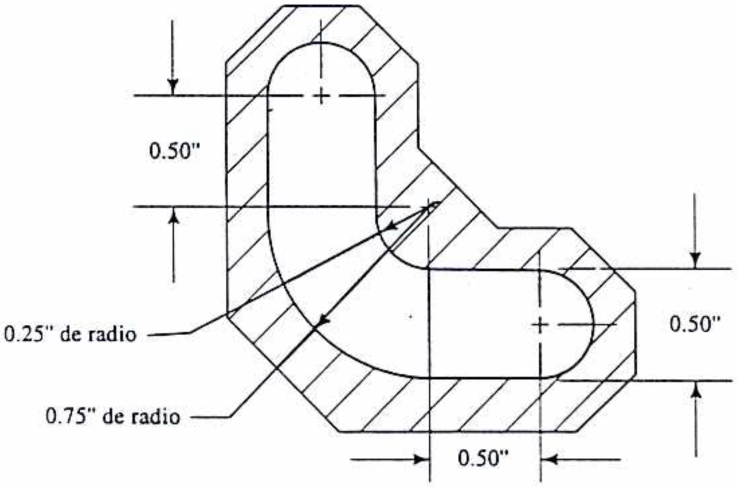
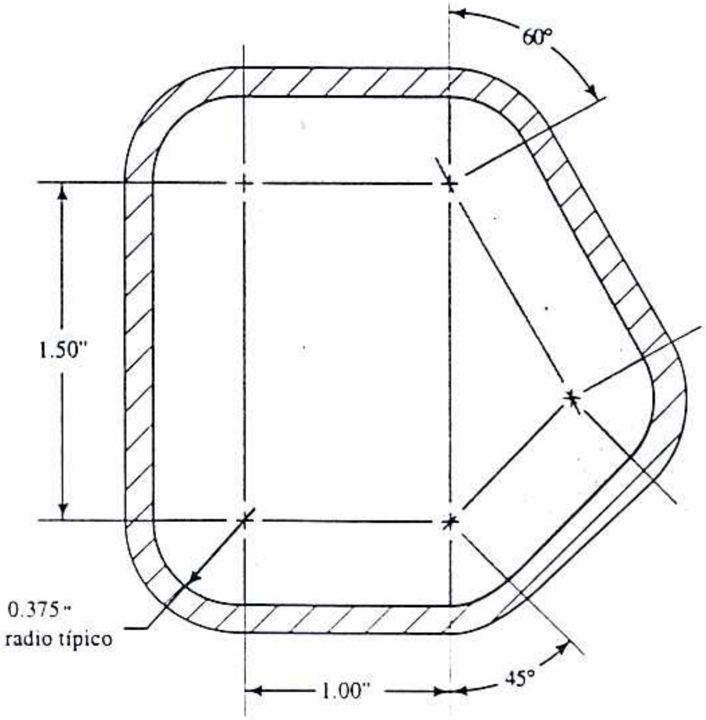


FIGURA 8.16 Problema 8.44.



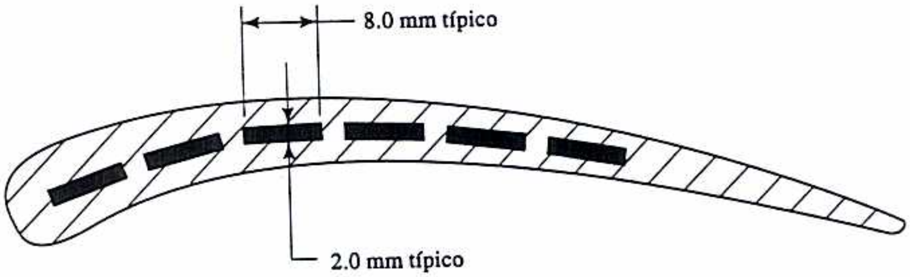


FIGURA 8.17 Problema 8.45.

8.45M *La hoja de un motor de turbina de gas contiene pasajes de enfriamiento interno, como se muestra en la figura 8.17. Calcule la rapidez de flujo de volumen de aire requerida para producir una velocidad promedio de flujo en cada pasaje de 25.0 m/s. El flujo de aire se distribuye uniformemente en los seis pasajes. Después, calcule el número de Reynolds si el aire tiene una densidad de 1.20 kg/m*^{3} *y una viscosidad dinámica de* 1.50×10^{-5} *Pa · s.*

9 Pérdidas de energía debido a la fricción

9.1 OBJETIVOS

A medida que un fluido fluye por un conducto, tubo o algún otro dispositivo, ocurren pérdidas de energía debido a la fricción interna en el fluido. Como se indica en la ecuación general de la energía, tales pérdidas de energía traen como resultado una disminución de la presión entre dos puntos del sistema de flujo. Es muy importante ser capaces de calcular la magnitud de dichas pérdidas de energía.

Después de haber terminado el estudio de este capítulo, usted deberá ser capaz de:

1. Establecer la *ecuación de Darcy* para el cálculo de la pérdida de energía debido a la fricción.
2. Definir el *factor de fricción*, en ocasiones conocido como *coeficiente de fricción*.
3. Establecer la *ecuación de Hagen-Poiseuille* para el cálculo de la pérdida de energía debido a la fricción en un flujo laminar.
4. Calcular el factor de fricción equivalente del flujo laminar para su uso en la ecuación de Darcy.
5. Elegir los valores de diseño para la rugosidad de las paredes del conducto.
6. Calcular la rugosidad relativa.
7. Determinar el factor de fricción para un flujo turbulento, utilizando el diagrama de Moody.
8. Calcular la magnitud de la pérdida de energía para un flujo laminar o para uno turbulento en conductos y tubos redondos, y utilizar la pérdida de energía en la ecuación general de energía.
9. Utilizar fórmulas para calcular la magnitud del factor de fricción.
10. Determinar el factor de fricción y las pérdidas de energía para un flujo en secciones transversales no circulares.
11. Utilizar la fórmula de Hazen-Williams para calcular la pérdida de energía debido a la fricción en el flujo de agua en conductos.

9.2 ECUACIÓN DE DARCY

En la ecuación general de la energía:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + h_A - h_R - h_L = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

el término h_L se define como la energía perdida por el sistema. Una componente de la pérdida de energía se debe a la fricción en el fluido en movimiento. La fricción es proporcional a la cabeza de velocidad del flujo y al cociente de la longitud entre el diámetro de la corriente de flujo, para el caso de flujo en conductos y tubos. Lo anterior se expresa de manera matemática en la ecuación de Darcy:

⇨ ECUACIÓN DE DARCY PARA LA PÉRDIDA DE ENERGÍA

$$h_L = f \times \frac{L}{D} \times \frac{v^2}{2g} \qquad (9\text{–}1)$$

en la que: h_L = pérdida de energía debido a la fricción (N · m/N, m, lb–pie/lb, pie)
L = longitud de la corriente de flujo (m o pie)
D = diámetro del conducto (m o pie)
v = velocidad de flujo promedio (m/s o pie/s)
f = factor de fricción (sin dimensiones)

La ecuación de Darcy se puede utilizar para calcular la pérdida de energía en secciones largas y rectas de conductos redondos, tanto para flujo laminar como turbulento. La diferencia entre los dos está en la evaluación del factor de fricción, f, que carece de dimensiones.

9.3 PÉRDIDAS DE FRICCIÓN EN FLUJO LAMINAR

Cuando se tiene un flujo laminar, el fluido parece desplazarse en forma de varias capas, una sobre la otra. Debido a la viscosidad del fluido, se crea una tensión de corte entre las capas del fluido. La energía se pierde del fluido mediante la acción de vencer a las fuerzas de fricción producidas por la tensión de corte. Puesto que el flujo laminar es tan regular y ordenado, podemos derivar una relación entre la pérdida de energía y los parámetros medibles del sistema de flujo. Esta relación se conoce como *ecuación de Hagen-Poiseuille*:

ECUACIÓN DE HAGEN-POISEUILLE

$$h_L = \frac{32\mu L v}{\gamma D^2} \qquad (9\text{–}2)$$

Los parámetros implicados son las propiedades del fluido correspondientes a viscosidad y peso específico, las características geométricas correspondientes a longitud y diámetro del conducto, y la dinámica del flujo, caracterizada por la velocidad promedio. La ecuación de Hagen-Poiseuille ha sido verificada de manera experimental muchas veces. De la ecuación (9–2), se podrá observar que la pérdida de energía en un flujo laminar es independiente de la condición de la superficie del conducto. Las pérdidas por fricción viscosa dentro del fluido determinan la magnitud de la pérdida de energía.

La ecuación de Hagen-Poiseuille solamente es válida para flujos laminares ($N_R < 2000$). Sin embargo, afirmamos anteriormente que la ecuación de Darcy, ecuación (9–1), podría utilizarse también para calcular la pérdida por fricción en un flujo laminar. Si se igualan las dos relaciones para h_L, podemos despejar el valor del factor de fricción:

$$f \times \frac{L}{D} \times \frac{v^2}{2g} = \frac{32\mu L v}{\gamma D^2}$$

$$f = \frac{32\mu L v}{\gamma D^2} \times \frac{D2g}{Lv^2} = \frac{64\mu g}{vD\gamma}$$

Como $\rho = \gamma/g$, obtenemos

$$f = \frac{64\mu}{vD\rho}$$

El número de Reynolds se define como $N_R = vD\rho/\mu$. Entonces tenemos:

FACTOR DE FRICCIÓN PARA FLUJO LAMINAR

$$f = \frac{64}{N_R} \qquad (9\text{–}3)$$

En resumen, la pérdida de energía debido a la fricción en un *flujo laminar* se puede calcular a partir de la ecuación de Hagen-Poiseuille:

$$h_L = \frac{32\mu L v}{\gamma D^2}$$

o a partir de la ecuación de Darcy:

$$h_L = f \times \frac{L}{D} \times \frac{v^2}{2g}$$

en la que $f = 64/N_R$.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 9.1** Determine la pérdida de energía si tenemos glicerina a 25 °C fluyendo 30 m a través de un conducto de 150 mm de diámetro, con una velocidad promedio de 4.0 m/s.

Solución Primero debemos determinar si el flujo es laminar o turbulento, mediante la evaluación del número de Reynolds:

$$N_R = \frac{vD\rho}{\mu}$$

De acuerdo con el apéndice B, encontramos que para la glicerina a 25 °C:

$$\rho = 1258 \text{ kg/m}^3$$
$$\mu = 9.60 \times 10^{-1} \text{ Pa}\cdot\text{s}$$

Entonces tenemos:

$$N_R = \frac{(4.0)(0.15)(1258)}{9.60 \times 10^{-1}} = 786$$

Puesto que $N_R < 2000$, el flujo es laminar.

Utilizando la ecuación de Darcy obtenemos:

$$h_L = f \times \frac{L}{D} \times \frac{v^2}{2g}$$

$$f = \frac{64}{N_R} = \frac{64}{786} = 0.081$$

$$h_L = 0.081 \times \frac{30}{0.15} \times \frac{(4.0)^2}{2(9.81)} \text{ m} = 13.2 \text{ m}$$

Observe que cada término de cada ecuación está expresado en unidades SI. Por consiguiente, las unidades resultantes para h_L son m o N · m/N. Esto significa que 13.2 N · m de energía se pierden por cada newton de glicerina que fluye a lo largo de la longitud de 30 m de conducto.

9.4 PÉRDIDAS DE FRICCIÓN EN FLUJO TURBULENTO

Para el flujo turbulento de fluidos en conductos circulares resulta más conveniente utilizar la ecuación de Darcy para calcular la pérdida de energía debido a la fricción. No podemos determinar el factor de fricción, *f*, mediante un simple cálculo, como lo hicimos para un flujo laminar, pues el flujo turbulento no se conforma de movimientos regulares y predecibles. Es bastante caótico y está cambiando constantemente. Por estas razones debemos confiar en los datos experimentales para determinar el valor de *f*.

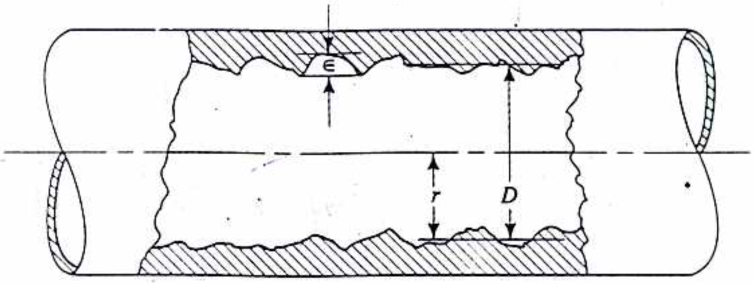


FIGURA 9.1 Rugosidad de pared de conducto (exagerada).

Las pruebas han mostrado que el número adimensional f depende de otros dos números, también adimensionales, el número de Reynolds y la rugosidad relativa del conducto. Esta última es el cociente del diámetro, D, del conducto entre la rugosidad promedio, ϵ (letra griega épsilon), de la pared del conducto. En la figura 9.1 se ilustra la rugosidad de la pared del conducto (exagerada) como la altura de los picos de las irregularidades superficiales. La condición de la superficie del conducto depende bastante del material con que está hecho el conducto y el método de fabricación. Para conductos y tuberías disponibles comercialmente, el valor de diseño de la rugosidad de la pared, ϵ, ha sido determinada de la forma en que se muestra en la figura 9.1. *Éstos son solamente valores promedio para conductos nuevos y limpios. Se debe esperar que haya algo de variación. Después de que un conducto ha estado en servicio durante algún tiempo, la rugosidad puede cambiar debido a la formación de depósitos sobre la pared, o debido a la corrosión.*

TABLA 9.1 Rugosidad de conducto: valores de diseño.

Material	Rugosidad, ϵ (m)	Rugosidad, ϵ (pie)
Vidrio, plástico	Suavidad	Suavidad
Cobre, latón, plomo (tubería)	1.5×10^{-6}	5×10^{-6}
Hierro fundido: sin revestir	2.4×10^{-4}	8×10^{-4}
Hierro fundido: revestido de asfalto	1.2×10^{-4}	4×10^{-4}
Acero comercial o acero soldado	4.6×10^{-5}	1.5×10^{-4}
Hierro forjado	4.6×10^{-5}	1.5×10^{-4}
Acero remachado	1.8×10^{-3}	6×10^{-3}
Concreto	1.2×10^{-3}	4×10^{-3}

Uno de los métodos más extensamente empleados para evaluar el factor de fricción hace uso del diagrama de Moody que se presenta en la figura 9.2. El diagrama muestra el factor de fricción, f, graficado contra el número de Reynolds, N_R, con una serie de curvas paramétricas relacionadas con la rugosidad relativa, D/ϵ. Estas curvas fueron generadas a partir de datos experimentales por L.F. Moody (véase referencia 2).

Tanto f como N_R están graficados en escalas logarítmicas, debido al amplio intervalo de valores encontrados. En el extremo izquierdo del diagrama, para números de Reynolds menores que 2000, la línea recta muestra la relación $F = 64/N_R$ para flujo laminar. Para $2000 < N_R < 4000$, no se trazan curvas, pues se trata de la

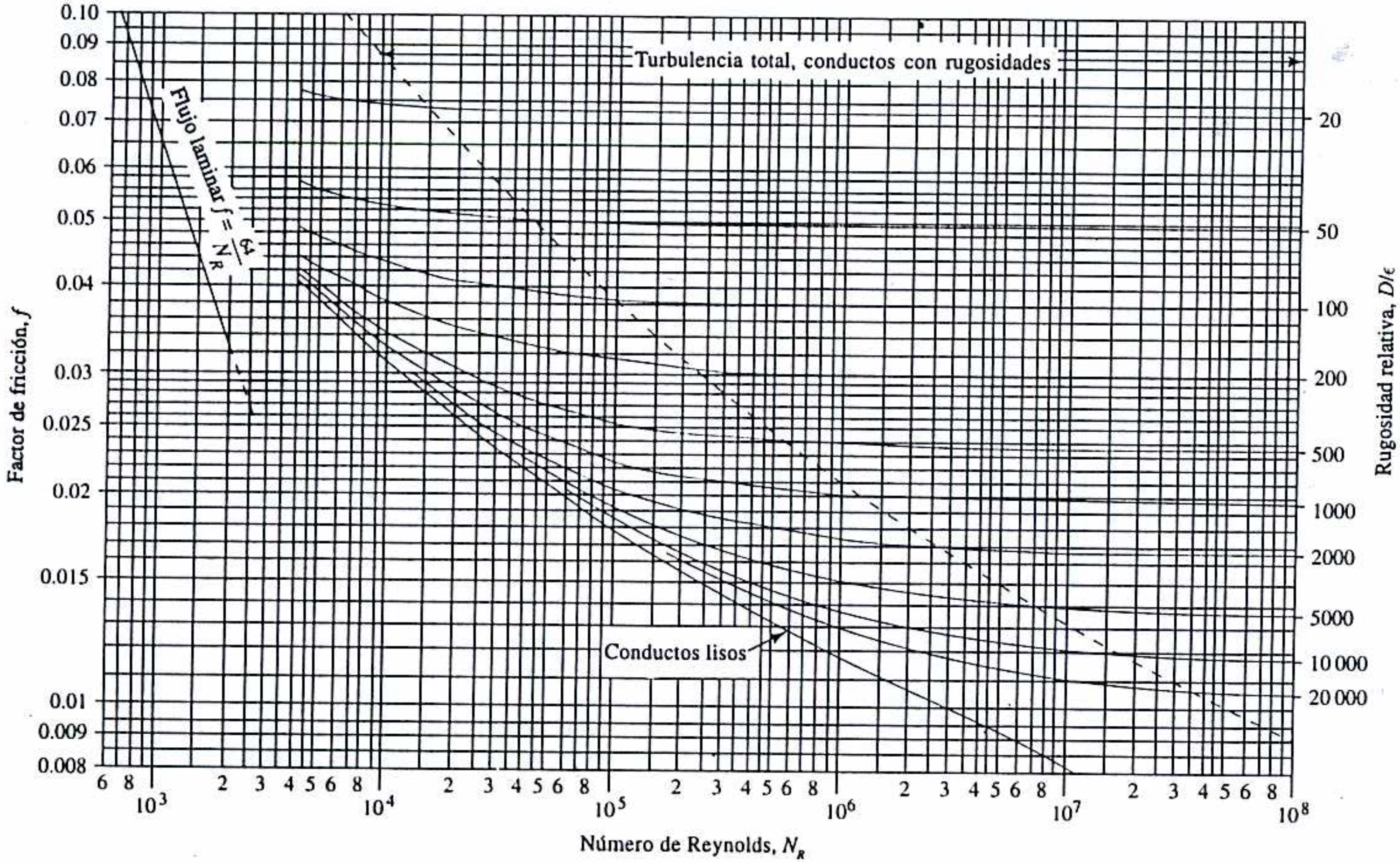


FIGURA 9.2 Diagrama de Moody. (Fuente: Pao, RHF. 1961. *Fluid Mechanics*. New York: John Wiley & Sons, p. 284.)

zona crítica entre flujo laminar y turbulento y no es posible predecir el tipo de flujo. Más arriba de $N_R = 4000$, se grafica la familia de curvas para diferentes valores de D/ϵ. A partir de estas curvas se pueden hacer varias observaciones importantes:

1. Para un número de Reynolds dado de un flujo, conforme la rugosidad relativa, D/ϵ aumenta, el factor de fricción disminuye.
2. Para una cierta rugosidad relativa dada, D/ϵ, el factor de fricción disminuye al aumentar el número de Reynolds, hasta que se alcanza la zona de turbulencia completa.
3. Dentro de la zona de completa turbulencia, el número de Reynolds no tiene efecto alguno sobre el factor de fricción.
4. Conforme aumenta la rugosidad relativa, D/ϵ, el valor del número de Reynolds en el cual se inicia la zona de completa turbulencia empieza a aumentar.

En la figura 9.3 se presenta un dibujo simplificado del diagrama de Moody en el cual se identifican las diferentes zonas. La *zona laminar* en la parte izquierda ya ha sido analizada. En la parte derecha de la línea punteada que cruza el diagrama se encuentra la *zona de completa turbulencia*. El factor de fricción más pequeño posible para un flujo turbulento es indicado por la línea correspondiente a *conductos lisos*.

Entre la línea de conductos lisos y la línea que señala el inicio de la zona de completa turbulencia se encuentra la *zona de transición*. En ésta, las diferentes líneas D/ϵ están curvadas, y se debe tener cuidado de evaluar el factor de fricción

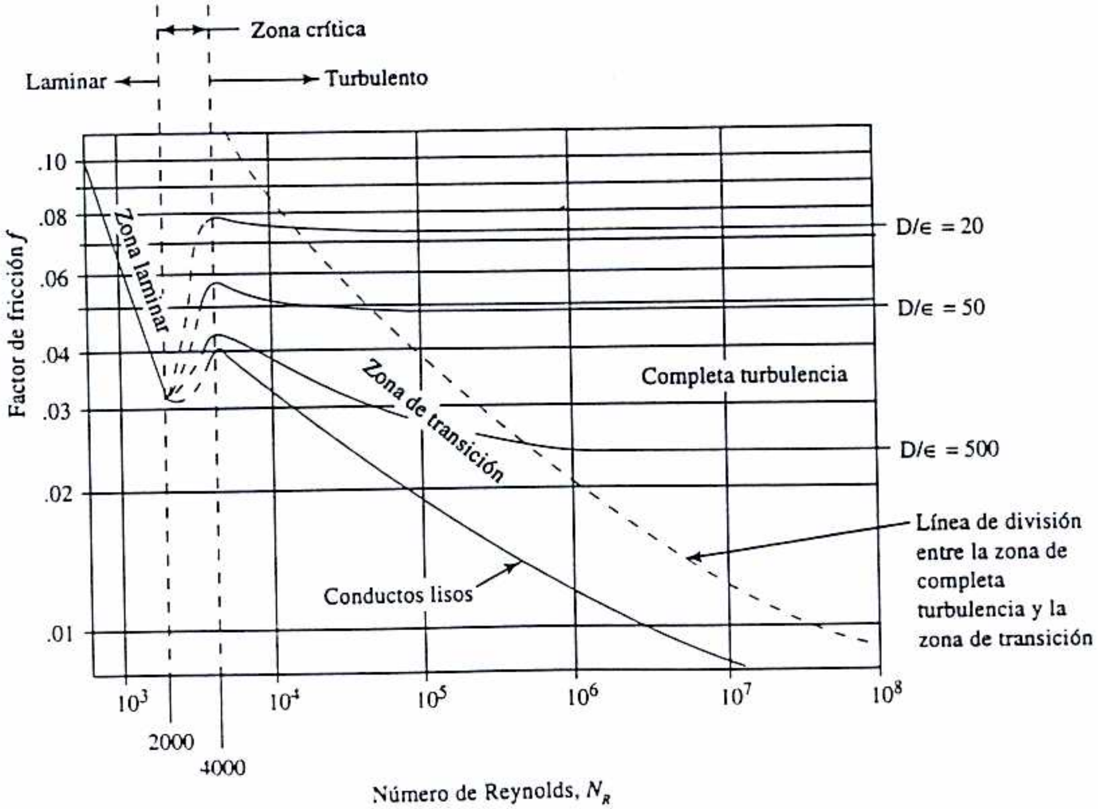


FIGURA 9.3 Explicación de las partes del diagrama de Moody.

de manera adecuada. Se puede ver, por ejemplo, que el valor del factor de fricción para una rugosidad relativa de 500 disminuye de 0.0420 con $N_R = 4000$, a 0.0240 con $N_R = 6.0 \times 10^5$, en donde empieza la zona de completa turbulencia.

Como se estableció en el capítulo 8, la zona crítica entre los números de Reynolds 2000 y 4000 debe evitarse de ser posible, pues dentro de este intervalo el tipo de flujo no puede ser pronosticado. Las curvas punteadas muestran cómo el factor de fricción podría cambiar de acuerdo con el valor de la rugosidad relativa. Para valores bajos de D/ϵ (lo cual indica una rugosidad de pared del conducto alta), el aumento en el factor de fricción es mayor conforme el flujo cambia de laminar a turbulento. Por ejemplo, para un flujo en un conducto con $D/\epsilon = 20$, el factor de fricción aumentaría de 0.032 para $N_R = 2000$ al final del intervalo laminar a aproximadamente 0.077 para $N_R = 4000$ al inicio de la zona turbulenta, un aumento del 240 por ciento. Más aún, no se puede predecir el valor del número de Reynolds en donde esto puede ocurrir. Debido a que la pérdida de energía es directamente proporcional al factor de fricción, los cambios en dicha magnitud son significativos.

Debe observarse que debido a que la rugosidad relativa se define como D/ϵ, una alta rugosidad relativa indica un valor bajo de ϵ, es decir, un conducto liso. De hecho, la curva etiquetada como *conductos lisos* se utiliza para materiales, como el vidrio, que poseen una rugosidad tan pequeña que D/ϵ sería un número extremadamente grande. Algunos textos y referencias utilizan otras convenciones para representar la rugosidad relativa, como ϵ/D, ϵ/r o r/ϵ, en donde r es el radio del conducto. Consideramos que la convención adoptada en el presente libro hace que los cálculos y las interpolaciones sean más fáciles.

9.4.1
Uso del diagrama de Moody

El diagrama de Moody se utiliza como una ayuda para determinar el valor del factor de fricción, f, para flujo turbulento. Deben conocerse los valores del número de Reynolds y de la rugosidad relativa. Por consiguiente, los datos básicos requeridos son el diámetro interior del conducto, el material con que el conducto está hecho, la velocidad de flujo y el tipo de fluido y su temperatura, con los cuales se puede encontrar la viscosidad. Los siguientes ejemplos ilustrativos muestran el procedimiento para encontrar f.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 9.2** Determine el factor de fricción, f, si agua a 160 °F está fluyendo a 30.0 pies/s en un conducto de hierro forjado no recubierto cuyo diámetro interior es de 1 pulg.

Solución Primero, se debe calcular el número de Reynolds para determinar si el flujo es laminar o turbulento:

$$N_R = \frac{vD}{\nu}$$

Pero $D = 1$ pulg $= 0.0833$ pies, y $\nu = 4.38 \times 10^{-6}$ pies²/s. Ahora tenemos:

$$N_R = \frac{(30.0)(0.0833)}{4.38 \times 10^{-6}} = 5.70 \times 10^5$$

Así pues, el flujo es turbulento. Ahora se debe calcular la rugosidad relativa. De la tabla 9.1 tenemos que $\epsilon = 8 \times 10^{-4}$ pies. Entonces, la rugosidad relativa es:

$$\frac{D}{\epsilon} = \frac{0.0833 \text{ pies}}{8 \times 10^{-4} \text{ pies}} = 1.04 \times 10^2 = 104$$

Observe que, con el fin de que D/ϵ sea un cociente sin dimensiones, tanto D como ϵ deben estar en las mismas unidades.

Los pasos finales del procedimiento son:

1. Localice el número de Reynolds sobre la abscisa del diagrama de Moody:

$$N_R = 5.70 \times 10^5$$

2. Proyecte verticalmente hasta que se alcance la curva correspondiente a $D/\epsilon = 104$. Puesto que 104 está muy cercano a 100, esa curva se puede utilizar.
3. Proyecte horizontalmente hacia la izquierda, y lea el valor $f = 0.038$.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 9.3** Si la rapidez de flujo de agua del ejemplo ilustrativo 9.2 es de 0.45 pies/s con las demás condiciones iguales, determine el factor de fricción f.

Solución

$$N_R = \frac{vD}{\nu} = \frac{(0.45)(0.0833)}{4.38 \times 10^{-6}} = 8.55 \times 10^3$$

$$\frac{D}{\epsilon} = \frac{0.0833}{8 \times 10^{-4}} = 104$$

Entonces, de la figura 9.2, $f = 0.044$. Observe que éste se encuentra sobre la parte curvada de la línea correspondiente a D/ϵ y que hay un aumento significativo en el factor de fricción con respecto al del ejemplo ilustrativo 9.2.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 9.4** Determine el factor de fricción, f, si está fluyendo alcohol etílico a 25 °C a 5.3 m/s en un conducto de acero estándar de 1½ pulg, Calibre 80.

Solución Para determinar el número de Reynolds utilizamos la ecuación:

$$N_R = \frac{vD\rho}{\mu}$$

Del apéndice B, $\rho = 787\ \text{kg/m}^3$ y $\mu = 1.00 \times 10^{-3}$ Pa · s. Tenemos también, para un conducto de 1½ pulg, Calibre 80 $D = 0.0381$ m. Entonces tenemos:

$$N_R = \frac{(5.3)(0.0381)(787)}{1.00 \times 10^{-3}} = 1.59 \times 10^5$$

Por consiguiente el flujo es turbulento. Para un conducto de acero, $\epsilon = 4.6 \times 10^{-5}$ m, de modo que la rugosidad relativa es:

$$\frac{D}{\epsilon} = \frac{0.0381\ \text{m}}{4.6 \times 10^{-5}\ \text{m}} = 828$$

De acuerdo con la figura 9.2, $f = 0.0225$. Debe interpolar tanto en N_R como en D/ϵ para determinar este valor, y deberá esperar alguna variación. Sin embargo, deberá ser capaz de leer el valor del factor de fricción, f, con un error de ±0.0005 en esta parte de la gráfica.

El siguiente es un ejemplo ilustrativo programado que ilustra una situación típica de tubería para fluido. La pérdida de energía debido a la fricción debe calcularse como parte de la solución.

EJEMPLO ILUSTRATIVO PROGRAMADO

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 9.5**

En una planta de procesamiento químico, debe transmitirse benceno a 50 °C (sg = 0.86) al punto B, con una presión de 550 kPa. En el punto A está colocada una bomba a 21 m por debajo del punto B, y los dos puntos están conectados por 240 m de conducto plástico cuyo diámetro interior es de 50 mm. Si la rapidez de flujo de volumen es de 110 L/min, calcule la presión requerida en la salida de la bomba.

Escriba la ecuación de la energía entre los puntos A y B.

La relación es:

$$\frac{p_A}{\gamma} + z_A + \frac{v_A^2}{2g} - h_L = \frac{p_B}{\gamma} + z_B + \frac{v_B^2}{2g}$$

El término h_L es necesario, pues existe una pérdida de energía debido a la fricción, entre los puntos A y B. El punto A está en la salida de la bomba, y el objetivo del problema es calcular p_A. Ahora despeje algebraicamente para p_A.

La ecuación es:

$$p_A = p_B + \gamma\left[(z_B - z_A) + \frac{v_B^2 - v_A^2}{2g} + h_L\right] \tag{9-4}$$

¿Cuál es el valor de $z_B - z_A$?

Encontramos $z_B - z_A = +21$ m, porque el punto B está más alto que el punto A. Ahora, ¿cuál es el valor de $(v_B^2 - v_A^2)/2g$?

Es cero. Puesto que los puntos A y B están ambos en el mismo conducto con un flujo estable, las velocidades son iguales.

Esto nos lleva a h_L, la pérdida de energía debido a la fricción entre A y B. ¿Cuál es el primer paso?

La obtención del número de Reynolds es el primer paso. Se debe determinar el tipo de flujo, laminar o turbulento. Termine el cálculo del número de Reynolds antes de pasar al siguiente panel.

El valor correcto es $N_R = 9.54 \times 10^4$. En seguida presentamos cómo se encontró:

$$N_R = vD\rho/\mu$$

Para un conducto de 50 mm, $D = 0.050$ m y $A = 1.963 \times 10^{-3}$ m². Entonces tenemos:

$$Q = (110\ \text{L/min})\left(\frac{1\ \text{m}^3/\text{s}}{60\,000\ \text{L/min}}\right) = 1.83 \times 10^{-3}\ \text{m}^3/\text{s}$$

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{1.83 \times 10^{-3}\ \text{m}^3/\text{s}}{1.963 \times 10^{-3}\ \text{m}^2} = 0.932\ \text{m/s}$$

Para benceno a 50 °C, con una gravedad específica de 0.86, encontramos que:

$$\rho = (0.86)(1000\ \text{kg/m}^3) = 860\ \text{kg/m}^3$$
$$\mu = 4.2 \times 10^{-4}\ \text{Pa}\cdot\text{s} \qquad \text{(del apéndice D)}$$

Entonces tenemos:

$$N_R = \frac{(0.932)(0.050)(860)}{4.2 \times 10^{-4}} = 9.54 \times 10^4$$

Por tanto, el flujo es turbulento. ¿Qué relación debe utilizarse para calcular h_L?

Para flujo turbulento debe usarse la ecuación de Darcy:

$$h_L = f \times \frac{L}{D} \times \frac{v^2}{2g}$$

Con el fin de utilizar el diagrama de Moody y encontrar el valor de f, ¿se necesita el valor de la rugosidad relativa, D/ϵ?

En este caso no. Debido a que el conducto es de plástico, la superficie interior es lisa y podemos utilizar la curva del diagrama de Moody etiquetada como *conductos lisos*. Calcule ahora el valor de f.

El resultado es $f = 0.018$. Ahora se puede terminar el cálculo de h_L.

El valor correcto es $h_L = 3.83$ m.

$$h_L = f \times \frac{L}{D} \times \frac{v^2}{2g} = 0.018 \times \frac{240}{0.050} \times \frac{(0.932)^2}{2(9.81)}\ \text{m}$$
$$h_L = 3.83\ \text{m}$$

Regresando a la ecuación (9-4), puede ahora calcular p_A.

Deberá tener $p_A = 759$ kPa.

$$p_A = p_B + \gamma\left[(z_B - z_A) + \frac{v_B^2 - v_A^2}{2g} + h_L\right]$$
$$p_A = 550\ \text{kPa} + \frac{(0.86)(9.81\ \text{kN})}{\text{m}^3}(21\ \text{m} + 0 + 3.83\ \text{m})$$
$$p_A = 550\ \text{kPa} + 209\ \text{kN/m}^2 = 550\ \text{kPa} + 209\ \text{kPa}$$
$$p_A = 759\ \text{kPa}$$

■

9.5 ECUACIONES DEL FACTOR DE FRICCIÓN

El diagrama de Moody de la figura 9.2 es un medio conveniente y lo suficientemente preciso para determinar el factor de fricción cuando se resuelven problemas mediante cálculos manuales. Sin embargo, si los cálculos deben ser algo automático para poder obtener la solución en una computadora o con una calculadora programable, es necesario tener ecuaciones para el factor de fricción.

La ecuación que se utiliza en el trabajo hecho por Moody (1944) cubre tres diferentes zonas del diagrama[1]. En la *zona de flujo laminar*, para valores del número de Reynolds por debajo de 2000, f puede encontrarse con la ecuación (9–3):

FACTOR DE FRICCIÓN PARA FLUJO LAMINAR

$$f = 64/N_R$$

Esta relación, desarrollada en la Sección 9.2, está graficada en el diagrama de Moody como una línea recta en el lado izquierdo del diagrama.

Desde luego, para los números de Reynolds desde 2000 hasta 4000, el flujo se encuentra en la región crítica y es imposible predecir el valor de f.

Por encima del número de Reynolds de 4000, por lo general el flujo se conoce como *turbulento*. Sin embargo, en esencia existen dos zonas de interés en este punto. Hacia el lado derecho del diagrama, el flujo está en la *zona de completa turbulencia*. Se puede observar que el valor de f no depende del número de Reynolds, sino sólo de la rugosidad relativa D/ϵ. En este intervalo, se aplica la siguiente fórmula:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log_{10}(3.7\ D/\epsilon) \qquad \textbf{(9–5)}$$

La frontera de esta zona es la línea punteada que corre, por lo general, de la parte superior izquierda a la parte inferior derecha del diagrama de Moody. La ecuación de esta línea es:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = \frac{N_R}{200(D/\epsilon)} \qquad \textbf{(9–6)}$$

La tercera zona del diagrama de Moody, que se conoce como *zona de transición*, se encuentra entre la zona de completa turbulencia y la línea que se identifica como *conductos lisos*. La línea de "conductos lisos" tiene la ecuación:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log_{10}\left(\frac{N_R\sqrt{f}}{2.51}\right) \qquad \textbf{(9–7)}$$

Siendo lisos, estos conductos no presentan irregularidades superficiales al flujo, de modo que el factor de fricción sólo es función del número de Reynolds. Los conductos hechos de vidrio o de cobre tienen un valor de rugosidad relativa que los acerca a la línea de conductos lisos.

En la zona de transición, el factor de fricción es función tanto del número de Reynolds como de la rugosidad relativa. C.F. Colebrook desarrolló la relación para el factor de fricción en esta zona:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10}\left(\frac{1}{3.7(D/\epsilon)} + \frac{2.51}{N_R\sqrt{f}}\right) \qquad \textbf{(9–8)}$$

---

[1] Trabajos anteriores sobre el desarrollo de ecuaciones fueron hechos por varios investigadores, entre los que destacan C.F. Colebrook, L. Prandtl, H. Rouse, T. van Karman y J. Nikuradse, cuyos artículos están enlistados en la bibliografía del artículo de Moody para la ASME (véase la referencia 2).

La ecuación (9–8) se aproxima a la ecuación para completa turbulencia, ecuación (9–5), para números de Reynolds grandes, a medida que el segundo término que está dentro del paréntesis se vuelve muy pequeño. Tenemos también que, para valores grandes de D/ϵ, el primer término se vuelve pequeño y la ecuación se reduce a la correspondiente a conductos lisos.

Como la ecuación (9–8) requiere un procedimiento de solución de prueba y error, no resulta conveniente para un cálculo automatizado del factor de fricción.

9.5.1 Ecuación explícita para el factor de fricción

La siguiente ecuación, que permite el cálculo directo del valor del factor de fricción, fue desarrollada por P.K. Swamee y A.K. Jain, y viene en la referencia 4 (1976).

FACTOR DE FRICCIÓN PARA FLUJO TURBULENTO

$$f = \frac{0.25}{\left[\log\left(\frac{1}{3.7\,(D/\epsilon)} + \frac{5.74}{N_R^{0.9}}\right)\right]^2} \qquad \textbf{(9–9)}$$

La ecuación (9–9) produce valores para f que se encuentran entre ±1.0% del valor de los correspondientes a la ecuación de Colebrook (9–8), dentro del intervalo de rugosidad relativa, D/ϵ, comprendido entre 1000 y 1×10^6, y para números de Reynolds que van de 5×10^3 hasta 1×10^8. Ésta es virtualmente la zona de turbulencia completa del diagrama de Moody.

Resumen

Para calcular el valor del factor de fricción, f, cuando se conocen el número de Reynolds y la rugosidad relativa, utilice la ecuación (9–3) para flujo laminar, y la ecuación (9–9), para flujo turbulento.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 9.6** Calcule el valor del factor de fricción si el número de Reynolds para el flujo es de 1×10^5, y la rugosidad relativa es de 2000.

Solución Debido a que se encuentra en la zona turbulenta, se utiliza la ecuación (9–9).

$$f = \frac{0.25}{\left[\log\left(\frac{1}{3.7(2000)} + \frac{5.74}{(1 \times 10^5)^{0.9}}\right)\right]^2}$$

$$f = 0.0204$$

Este valor está muy cercano al valor obtenido de la figura 9.2.

9.6 PÉRDIDAS DE FRICCIÓN EN SECCIONES TRANSVERSALES NO CIRCULARES

La ecuación de Darcy para la pérdida por fricción puede ser utilizada para secciones transversales no circulares si la geometría está representada por el radio hidráulico en lugar del diámetro del conducto, como se utiliza en secciones circulares. La definición del radio hidráulico y el método para calcular su valor se presentaron en el capítulo 8.

Después de calcular el radio hidráulico, podemos calcular el número de Reynolds sustituyendo $4R$ en lugar del diámetro, D. La ecuación, entonces, queda:

NÚMERO DE REYNOLDS PARA SECCIONES NO CIRCULARES

$$N_R = \frac{v(4R)\rho}{\mu} = \frac{v(4R)}{\nu} \qquad \textbf{(9–10)}$$

Una sustitución parecida se puede hacer para calcular la pérdida por fricción. En la ecuación de Darcy, sustituyendo D con $4R$ da:

ÓN DE DARCY PARA ONES NO CIRCULARES

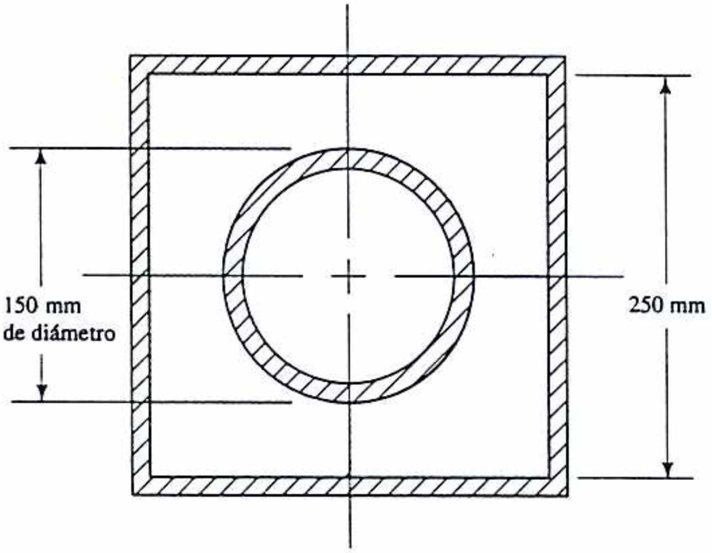
$$h_L = f\frac{L}{4R}\frac{v^2}{2g} \tag{9–11}$$

La rugosidad relativa, D/ϵ, se convierte en $4R/\epsilon$. El factor de fricción se puede encontrar en el diagrama de Moody.

MPLO ILUSTRATIVO 9.7

Determine la caída de presión para una longitud de 50 m de un conducto cuya sección transversal se muestra en la figura 9.4. Está fluyendo etilenglicol a 25°C y con una rapidez de 0.16 m^3/s. La dimensión interna del cuadrado es de 250 mm y el diámetro exterior del tubo es de 150 mm. Utilice $\epsilon = 3 \times 10^{-5}$ m, un poco más liso que el conducto de acero comercial.

9.4 Sección transversal del ejemplo ilustrativo



Solución El área, la velocidad, el radio hidráulico y el número de Reynolds fueron calculados en los ejemplos ilustrativos 8.6 y 8.7. Los resultados son:

$$A = 0.0448\ \text{m}^2$$
$$v = 3.57\ \text{m/s}$$
$$R = 0.0305\ \text{m}$$
$$N_R = 2.96 \times 10^4$$

El flujo es turbulento y se puede utilizar la ecuación de Darcy para calcular la pérdida de energía entre dos puntos separados 50 m. Con el fin de determinar el factor de fricción, primero debemos encontrar la rugosidad relativa:

$$4R/\epsilon = (4)(0.0305)/(3 \times 10^{-5}) = 4067$$

De acuerdo con el diagrama de Moody, $f = 0.0245$. Entonces tenemos:

$$h_L = f \times \frac{L}{4R} \times \frac{v^2}{2g} = 0.0245 \times \frac{50}{(4)(0.0305)} \times \frac{(3.57)^2}{(2)(9.81)}\ \text{m}$$
$$h_L = 6.52\ \text{m}$$

Si el conducto está colocado horizontalmente,

$$h_L = \Delta p/\gamma$$
$$\Delta p = \gamma h_L$$

En la que Δp es la caída de presión ocasionada por la pérdida de energía. Entonces, tenemos:

$$\Delta p = \frac{10.79 \text{ kN}}{\text{m}^3} \times 6.52 \text{ m} = 70.4 \text{ kPa}$$

9.7 PERFIL DE VELOCIDAD PARA FLUJO TURBULENTO

En el capítulo 8 mostramos que el perfil de velocidad para un flujo laminar tiene una forma parabólica para la cual la velocidad local en cualquier punto podía ser calculada sencillamente con la ecuación (8–4). Las únicas variables son la velocidad promedio del flujo y el radio del conducto. En la figura 8.6 se muestra una gráfica detallada de la velocidad local contra la posición dentro del fluido.

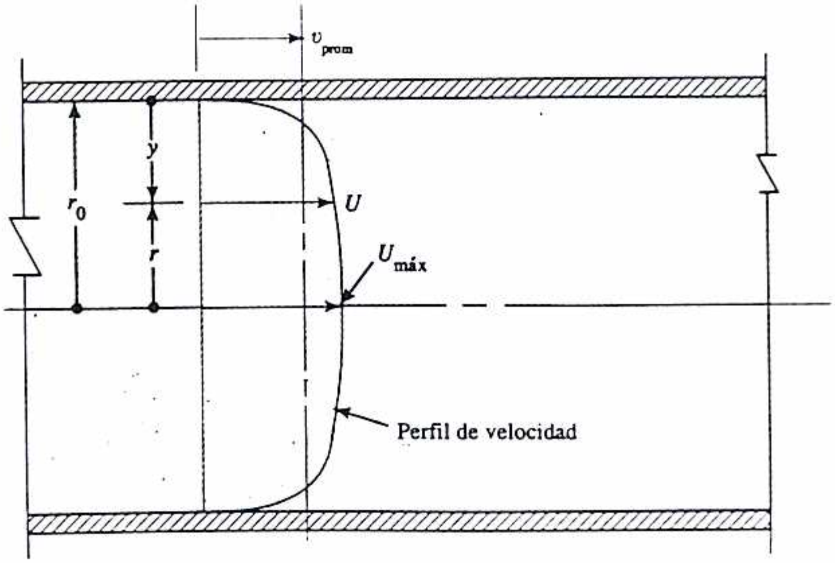
El perfil de velocidad para un flujo turbulento es bastante diferente de la distribución parabólica correspondiente a un flujo laminar. Como se muestra en la figura 9.5, la velocidad del fluido cerca de la pared del conducto cambia rápidamente de cero, en la pared, a una casi uniforme distribución de velocidad a través del resto de la sección transversal. La forma real del perfil de velocidad varía con el factor de fricción, *f*, el cual, a su vez, varía con respecto del número de Reynolds y la rugosidad relativa del conducto. La ecuación correspondiente es:

$$U = v[1 + 1.43\sqrt{f} + 2.15\sqrt{f}\,\log_{10}(1 - r/r_o)] \tag{9–12}$$

Una forma alternativa de esta ecuación se puede desarrollar mediante la definición de la distancia a partir de la pared de los conductos como $y = r_o - r$. Entonces, el argumento del término logarítmico queda:

$$1 - \frac{r}{r_o} = \frac{r_o - r}{r_o} = \frac{y}{r_o}$$

FIGURA 9.5 Forma general del perfil de velocidad para un flujo turbulento.



La ecuación (9–12) es entonces,

$$U = v[1 + 1.43\sqrt{f} + 2.15\sqrt{f}\,\log_{10}(y/r_o)] \tag{9–13}$$

Cuando se evalúe la ecuación (9–12) o la (9–13), recuerde que el logaritmo de cero no está definido. Puede hacer que r se *aproxime a* r_o, pero no que sean iguales. De manera parecida, y solamente puede aproximarse a cero.

La máxima velocidad se presenta en el centro del conducto ($r = 0$ o $y = r_o$), y su valor se puede calcular con la ecuación:

$$U_{\text{máx}} = v(1 + 1.43\sqrt{f}) \tag{9–14}$$

En la figura 9.6 se comparan los perfiles de velocidad de un flujo laminar y uno turbulento, con una variedad de números de Reynolds.

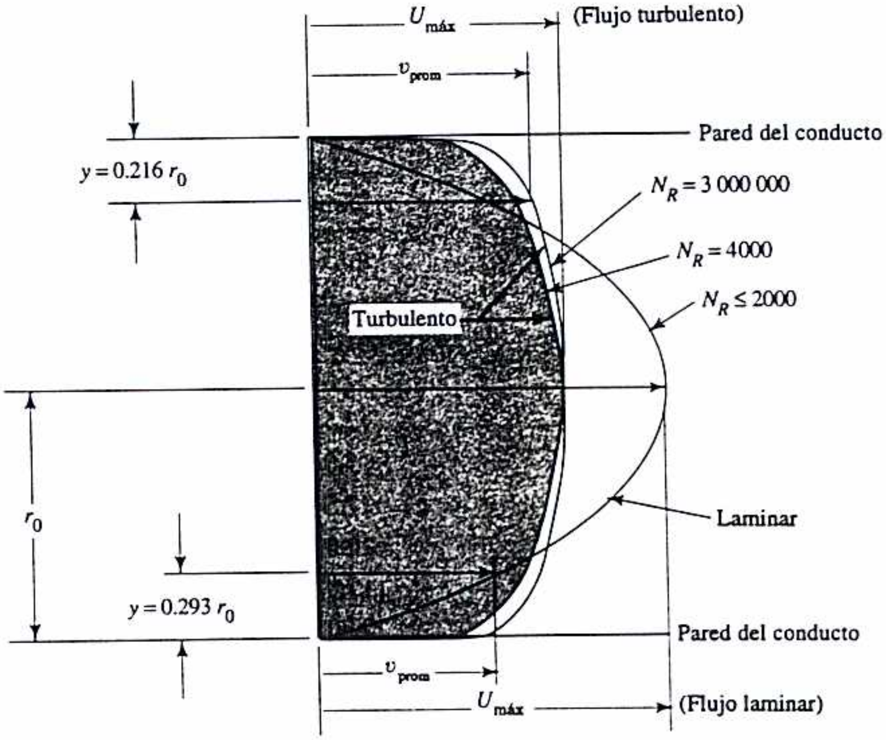


FIGURA 9.6 Perfiles de velocidad en flujos laminar y turbulento en un conducto liso. (Fuente: Miller, R.W. 1983, *Flow Measurement Engineering Handbook*. [Manual de ingeniería de mediciones de flujo]. Nueva York: McGraw-Hill.)

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 9.8** Para los datos del ejemplo ilustrativo 9.5, calcule la máxima velocidad de flujo esperada, y calcule varios puntos sobre el perfil de velocidad. Grafique la velocidad contra la distancia de la pared del conducto.

Solución Del ejemplo ilustrativo 9.5, se pueden tomar los siguientes datos:

$D = 50$ mm = diámetro interno del conducto

$v = 0.932$ m/s = velocidad promedio

$f = 0.018$ = factor de fricción

$N_R = 9.54 \times 10^4$ (turbulento)

Ahora bien, de acuerdo con la ecuación (9–14), vemos que la máxima velocidad de flujo es:

$$U_{\text{máx}} = v(1 + 1.43\sqrt{f}) = (0.932 \text{ m/s})(1 - 1.43\sqrt{0.018})$$

$$U_{\text{máx}} = 1.111 \text{ m/s en el centro del conducto}$$

La ecuación (9–13) se puede utilizar para determinar los puntos sobre el perfil de velocidad. Sabemos que la velocidad es igual a cero en la pared del conducto ($y = 0$). Tenemos también que la rapidez de cambio de velocidad con respecto de la posición es mayor cerca de la pared que cerca del centro del conducto. Por consiguiente, se utilizarán aumentos de 0.5 mm desde $y = 0.5$ mm a $y = 2.5$ mm. Después se usarán incrementos de 2.5 mm hasta llegar a $y = 10$ mm. Finalmente, aumentos de 5.0 nos proporcionarán una definición suficiente del perfil cerca del centro del conducto. A $y = 1.0$ mm y $r_o = 25$ mm,

$$U = v[1 + 1.43\sqrt{f} + 2.15\sqrt{f}\ \log_{10}(y/r_o)]$$

$$U = (0.932 \text{ m/s})[1 + 1.43\sqrt{0.018} + 2.15\sqrt{0.018}\ \log_{10}(1/25)]$$

$$U = 0.735 \text{ m/s}$$

Llevando a cabo cálculos parecidos, podemos calcular los siguientes valores:

y (mm)	y/r_o	U (m/s)	
0.5	0.02	0.654	
1.0	0.04	0.735	
1.5	0.06	0.782	
2.0	0.08	0.816	
2.5	0.10	0.842	
5.0	0.20	0.923	
7.5	0.30	0.970	
10.0	0.40	1.004	
15.0	0.60	1.051	
20.0	0.80	1.085	
25.0	1.00	1.111	($U_{\text{máx}}$ en el centro del conducto)

En la figura 9.7 se presenta la gráfica de y contra la velocidad en la forma en que el perfil de velocidad se muestra normalmente.

9.8 FÓRMULA DE HAZEN-WILLIAMS PARA FLUJO DE AGUA

La ecuación de Darcy que presentamos en este capítulo para calcular la pérdida de energía debido a la fricción es aplicable a cualquier fluido newtoniano. Es conveniente tener un planteamiento alternativo para el caso especial del flujo de agua en sistemas de tuberías.

La *fórmula de Hazen-Williams* es una de las más populares para el diseño y análisis de sistemas de agua. Su uso está limitado al flujo de agua en conductos mayores de 2.0 pulg y menores de 6.0 pies de diámetro. La velocidad de flujo no debe exceder los 10.0 pies/s. Se tiene también que fue desarrollada para agua a 60 °F.

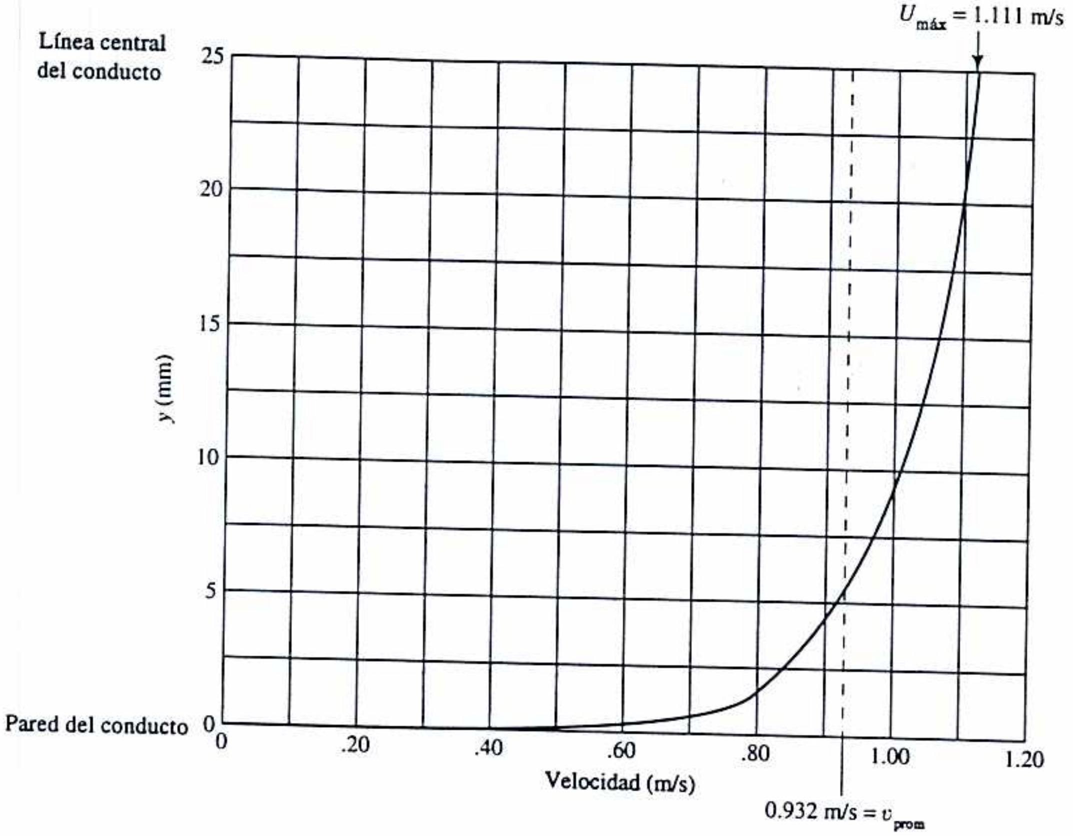


FIGURA 9.7 Perfil de velocidad para el flujo turbulento del ejemplo ilustrativo 9.8.

El tratamiento a temperaturas mucho menores o mayores podría dar como resultado algún error.

La fórmula de Hazen-Williams es específica de las unidades. En el Sistema Británico de Unidades toma la forma:

UNIDADES DEL SISTEMA BRITÁNICO DE LA FÓRMULA DE HAZEN-WILLIAMS

$$v = 1.32\, C_h\, R^{0.63}\, s^{0.54} \tag{9–15}$$

en la que: v = velocidad promedio de flujo (pie/s)
C_h = Coeficiente de Hazen-Williams (sin dimensiones)
R = Radio hidráulico de conducto de flujo (pie)
s = Cociente h_L/L: pérdida de energía entre longitud del conducto (pie/pie)

El uso del radio hidráulico en la fórmula hace posible su aplicación tanto en secciones no circulares como en secciones circulares. Recuerde que $R = D/4$ para conductos circulares.

El coeficiente C_h depende únicamente de la condición de la superficie del tubo o conducto. En la tabla 9.2 se dan los valores típicos. Observe que algunos están descritos como conductos limpios y nuevos, mientras que el valor de diseño toma en cuenta la acumulación de depósitos que se da en la parte interna del conducto después de usarlo algún tiempo, incluso cuando agua limpia fluye por él. Los conductos más lisos tienen valores más altos de C_h en comparación con los más rugosos.

TABLA 9.2 Coeficiente de Hazen-Williams, C_h.

Tipo de conducto	Promedio para conductos limpios y nuevos	Valor de diseño
Acero, hierro dúctil o hierro fundido con cemento aplicado centrífugamente o revestimiento bituminoso	150	140
Plástico, cobre, latón, vidrio	140	130
Acero o hierro fundido	130	100
Concreto	120	100
Acero corrugado	60	60

La fórmula de Hazen-Williams en unidades del SI es:

UNIDADES SI PARA LA FÓRMULA DE HAZEN-WILLIAMS

$$v = 0.85\, C_h\, R^{0.63}\, s^{0.54} \qquad \textbf{(9–16)}$$

en la que

v = velocidad promedio de flujo (m/s)
C_h = Coeficiente de Hazen-Williams (sin dimensiones)
R = Radio hidráulico de conducto de flujo (m)
s = Cociente h_L/L: pérdida de energía entre longitud del conducto (m/m)

Al igual que antes, la rapidez de flujo de volumen puede calcularse con la ecuación $Q = Av$.

EJEMPLO ILUSTRATIVO 9.9 ¿Para qué velocidad de flujo de agua en un conducto de acero nuevo y limpio de 6 pulg, Calibre 40, se presentaría una pérdida de energía de 20 pies de cabeza sobre una longitud de 1000 pies? Calcule la rapidez de flujo de volumen a esa velocidad.

Solución Podemos utilizar la ecuación (9–15).

$$s = h_L/L = (20 \text{ pies})/(1000 \text{ pies}) = 0.02$$

$$R = D/4 = (0.5054 \text{ pies})/4 = 0.126 \text{ pies}$$

$$C_h = 130$$

Entonces:

$$v = 1.32\, C_h\, R^{0.63}\, s^{0.54}$$

$$v = (1.32)(130)(0.126)^{0.63}(0.02)^{0.54} = 5.64 \text{ pies/s}$$

$$Q = Av = (0.2006 \text{ pies}^2)(5.64 \text{ pies/s}) = 1.13 \text{ pies}^3\text{/s}$$

Observe que la velocidad y la rapidez de flujo de volumen son ambas directamente proporcionales al valor de C_h. Si el conducto de ejemplo ilustrativo 9.9 se degrada a un valor de $C_h = 100$ después de un tiempo de uso, la rapidez de flujo permitida para limitar la pérdida de energía al mismo valor de 20 pies por 1000 pies de longitud de conducto sería:

$$v = (5.64 \text{ pies/s})\,(100/130) = 4.34 \text{ pies/s}$$

$$Q = (1.13 \text{ pies}^3\text{/s})\,(100/130) = 0.869 \text{ pies}^3\text{/s}$$

9.9 OTRAS FORMAS DE LA FÓRMULA DE HAZEN-WILLIAMS

Las ecuaciones (9–15) y (9–16) permiten el cálculo directo de la velocidad de flujo para un tipo y un tamaño dados de conducto de flujo, cuando se conoce o especifica la pérdida de energía por unidad de longitud. La rapidez de flujo de volumen simplemente se puede calcular utilizando $Q = A\upsilon$. Otros tipos de cálculos que a menudo se desea hacer son:

1. Para determinar el tamaño requerido de conducto para transportar una rapidez de flujo dada, mientras se limita la pérdida de energía a algún valor específico.
2. Para determinar la pérdida de energía para una rapidez de flujo dada por un tipo y tamaños dados de conducto de longitud conocida.

En la tabla 9.3 se muestran varias formas de la fórmula de Hazen-Williams que facilitan tales cálculos.

TABLA 9.3 Formas alternativas de la fórmula de Hazen-Williams.

Unidades del Sistema Británico	Unidades SI
$\upsilon = 1.32\ C_h R^{0.63} s^{0.54}$	$\upsilon = 0.85\ C_h R^{0.63} s^{0.54}$
$Q = 1.32\ A\ C_h R^{0.63} s^{0.54}$	$Q = 0.85\ A\ C_h R^{0.63} s^{0.54}$
$h_L = L\left[\dfrac{Q}{1.32\,A\,C_h\,R^{0.63}}\right]^{1.852}$	$h_L = L\left[\dfrac{Q}{0.85\,A\,C_h\,R^{0.63}}\right]^{1.852}$
$D = \left[\dfrac{2.31\,Q}{C_h\,s^{0.54}}\right]^{0.380}$	$D = \left[\dfrac{3.59}{C_h\,s^{0.54}}\right]^{0.380}$
Nota: Las unidades deben ser congruentes:	
υ en pies/s	υ en m/s
Q en pies^3/s	Q en m^3/s
A en pies^2	A en m^2
h_L, L, R y D en pies	h_L, L, R y D en m
s en pies/pies (sin dimensiones)	s en m/m (sin dimensiones)

9.10 NOMOGRAFÍA PARA RESOLVER LA FÓRMULA DE HAZEN-WILLIAMS

La nomografía mostrada en la figura 9.8 permite obtener la solución de la fórmula de Hazen-Williams alineando simplemente las cantidades conocidas con una regla y leyendo las incógnitas deseadas en la intersección de la regla con el eje vertical apropiado. Observe que *esta nomografía está estructurada para el valor del coeficiente de Hazen-Williams de* $C_h = 100$. Si las condiciones actuales de la tubería garantizan el uso de diferentes valores de C_h, las siguientes fórmulas pueden ser empleadas para ajustar los resultados. El subíndice 100 se refiere a valores leídos del nomograma para $C_h = 100$. El subíndice "c" se refiere al valor del coeficiente C_h.

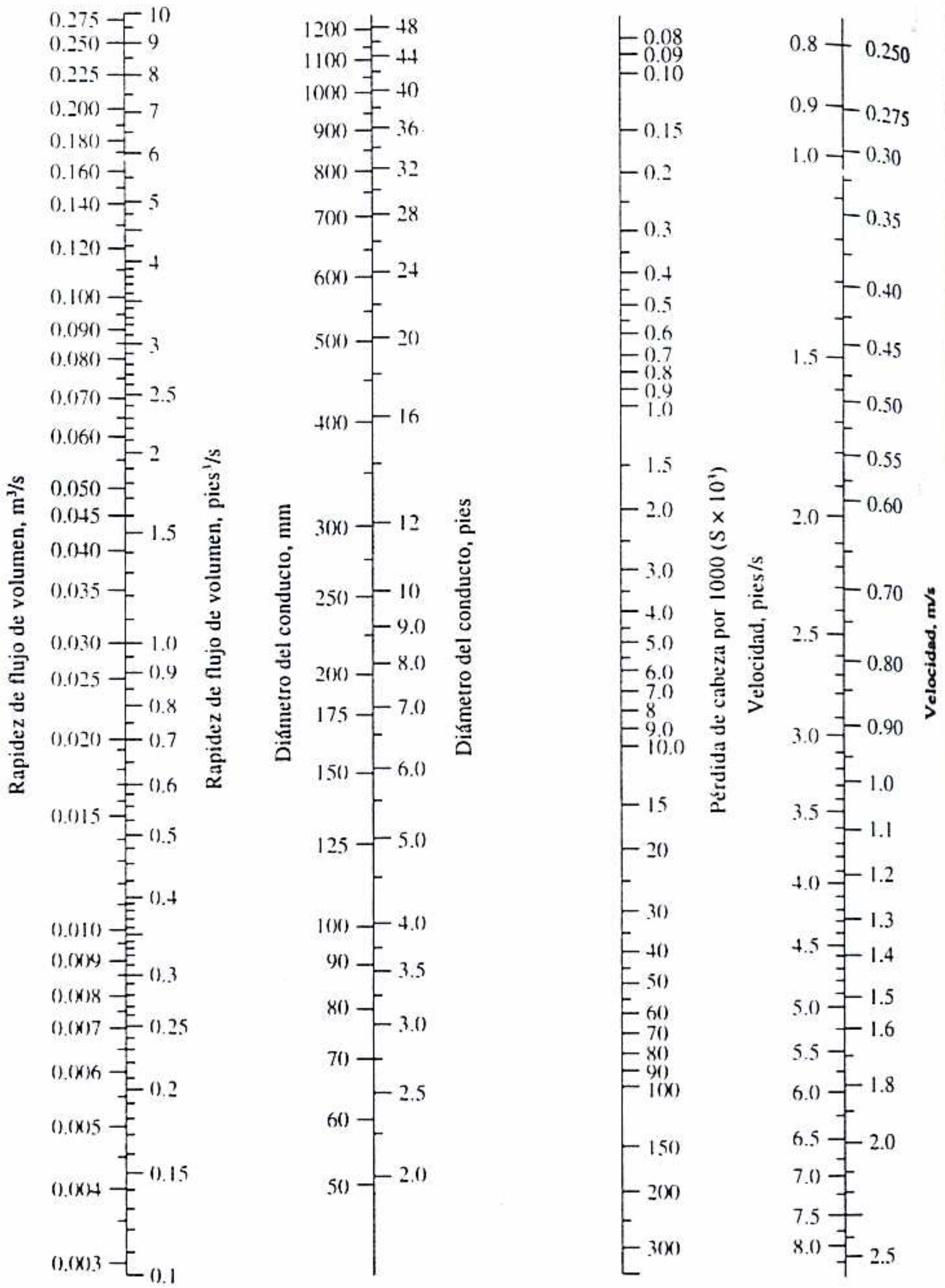
$$\upsilon_c = \upsilon_{100}(C_h/100) \qquad \text{[velocidad]} \qquad (9\text{–}17)$$

$$Q_c = Q_{100}(C_h/100) \qquad \text{[rapidez de flujo de volumen]} \qquad (9\text{–}18)$$

$$D_c = D_{100}(100/C_h)^{0.38} \qquad \text{[diámetro del conducto]} \qquad (9\text{–}19)$$

$$s_c = s_{100}(100/C_h)^{1.85} \qquad \text{[pérdida de cabeza/longitud]} \qquad (9\text{–}20)$$

FIGURA 9.8 Nomografía para la solución de la fórmula de Hazen-Williams para $C_h = 100$.



Un uso frecuente de una nomografía como la que presentamos en la figura 9.8 consiste en determinar el tamaño requerido del conducto para transportar una rapidez de flujo dada, mientras se limita la pérdida de energía a algún valor específico. Por tanto se trata de una herramienta conveniente de diseño.

☐ EJEMPLO ILUSTRATIVO 9.10 Especifique el tamaño requerido de conducto de acero, Calibre 40, que transporte 1.20 pies³/s de agua con no más de 4.0 pies de cabeza sobre una longitud de 1000 pies de conducto. Utilice el valor de diseño para C_h.

Solución La tabla 9.2 sugiere que $C_h = 100$. Ahora bien, utilizando la figura 9.8, podemos colocar una regla que una el valor $Q = 1.20$ pies^3/s sobre la línea correspondiente a la rapidez de flujo de volumen con el valor $s = (4.0 \text{ pies})/(1000 \text{ pies})$ sobre la línea correspondiente a pérdida de energía. La regla entonces intersecta la línea correspondiente al tamaño del conducto en aproximadamente 9.7 pulg. El siguiente tamaño de conducto estándar más grande enlistado en el apéndice F es el conducto de 10 pulg nominal con un diámetro interno de 10.02 pulg.

Regresando al diagrama de la figura 9.8 y realineando ligeramente $Q = 1.20$ pies^3/s con $D = 10.02$ pulg, podemos leer una velocidad promedio de $v = 2.25$ pies/s. Este valor es relativamente bajo para un sistema de distribución de agua y el tamaño del conducto es demasiado grande. Si la línea de conductos es larga, el costo del entubado sería excesivamente grande.

Si permitimos que la velocidad de flujo aumente a aproximadamente 6.0 pies/s para la misma rapidez de flujo de volumen, podemos utilizar el diagrama para mostrar que un conducto de 6 pulg podría ser utilizado con una pérdida de cabeza de aproximadamente 37 pies por 1000 pies de conducto. El costo más bajo del conducto comparado con el de 10 pulg tendría que ser comparado con el costo más alto de energía requerido para sobrepasar la pérdida de cabeza adicional.

REFERENCIAS

1. Miller, R.W. 1983. *Flow Measurement Engineering Handbook.* [Manual de ingeniería de medición de flujo.] Nueva York: McGraw-Hill.
2. Moody, L.F. 1944, Friction Factors for Pipe Flow. [Factores de fricción para flujo en conductos.] *Transacciones de la ASME* 66(8):671-684. Nueva York: American Society of Mechanical Engineers. [Sociedad Norteamericana de Ingenieros Mecánicos.]
3. Steel, E.W. y Terence J. McGhee. 1979. *Water Supply and Sewerage.* [Suministro de agua y drenaje.] Nueva York: McGraw-Hill.
4. Swamee, P.K. y A.K. Jain. 1976. "Explicits Equations for Pipe-flow Problems." [Ecuaciones explícitas para problemas de flujo en conductos.] *Journal of the Hydraulics Division*, 102(HY5):657-664. Nueva York: American Society of Civil Engineers. [Sociedad Norteamericana de Ingenieros Civiles.]

PROBLEMAS DE PRÁCTICA

9.1M *A través de 60 m de conducto de acero de 1 pulg, Calibre 80, a una velocidad de 0.64 m/s fluye aceite crudo verticalmente hacia abajo. El aceite tiene una gravedad específica de 0.06 y se encuentra a 0 °C. Calcule la diferencia de presión entre la parte superior y la inferior del conducto.*

9.2M *Agua a 75 °C está fluyendo en un tubo de cobre de $^1/_2$ pulg, tipo K, a una rapidez de flujo de 12.9 L/min. Calcule la diferencia de presión entre dos puntos separados 45 m, si el tubo está en posición horizontal.*

9.3E Aceite para combustible está fluyendo en un conducto de acero de 4 pulg, Calibre 40, a la máxima rapidez de flujo, para la cual el flujo es laminar. El aceite tiene una gravedad específica de 0.895 y una viscosidad dinámica de 8.3×10^{-4} lb–s/pies^2, calcule la pérdida de energía por 100 pies del conducto.

9.4E Un conducto de acero de 3 pulg, Calibre 40, tiene 5000 pies de largo y transporta un aceite lubricante entre dos puntos, A y B, de modo tal que el número de Reynolds es de 800. El punto B está 20 m más alto que el A. El aceite tiene una gravedad específica de 0.90 y una viscosidad dinámica de 4×10^{-4} lb–s/pies^2. Si la presión en A es de 50 lb/pulg^2 relativa, calcule la presión en B.

9.5M *Benceno a 60 °C está fluyendo en un conducto de 1 pulg, Calibre 80, con una rapidez de flujo de 20 L/min. El peso específico del benceno es de 8.62 kN/m^3. Calcule la diferencia de presión entre dos puntos separados 100 m, si el conducto está en posición horizontal.*

9.6M *Como una prueba para determinar la rugosidad de las paredes de una instalación existente de tubería, se bombea agua a 10 °C a través del sistema a una rapidez de 225 L/min. El conducto es de acero comercial estándar de $1^1/_2$pulg, con un grueso de pared de 0.083 pulg. Medidores de presión colocados a una distancia de 30 m entre sí en un sector horizontal del sistema indican 1035 kPa y 669 kPa. Determine la rugosidad de la pared del conducto.*

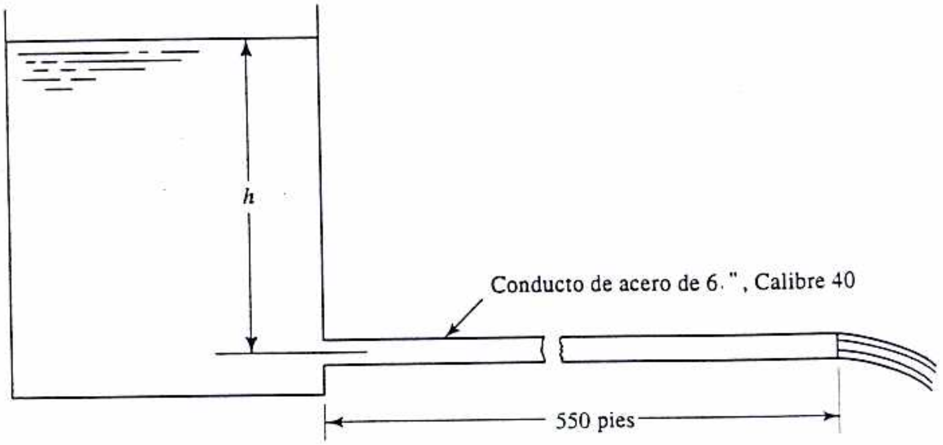


FIGURA 9.9 Problema 9.7.

9.7E Agua a 80 °F fluye desde un tanque de almacenamiento a través de 550 pies de conducto de acero de 6 pulg, Calibre 40, como se muestra en la figura 9.9. Tomando en consideración la pérdida de energía debido a la fricción, calcule la cabeza, *h*, por encima de la entrada del conducto necesaria para producir una rapidez de flujo de volumen de 2.50 pies^3/s.

9.8E Una cañería de agua consiste en un conducto de presión hecho de concreto de 18 pulg de diámetro. Calcule la caída de presión en una tramo de 1 milla de longitud debido a la fricción en la pared del conducto, si éste transporta 15.0 pies^3/s de agua a 50 °F.

9.9E En la figura 9.10 se muestra una parte de un sistema de protección contra incendios en el cual una bomba saca agua a 60 °F de un recipiente y la transporta al punto B, con una rapidez de flujo de 1500 gal/min.

a. Calcule la altura, *h*, requerida para el nivel del agua en el tanque, con el fin de mantener 5.0 lb/pulg^2 relativa de presión en el punto A.

b. Suponiendo que la presión en A es de 5.0 lb/pulg^2 relativa, calcule la potencia transmitida por la bomba al agua con el fin de mantener la presión en el punto B a 85 lb/pulg^2 relativa.

Incluya cualquier pérdida de energía debido a la fricción, pero desprecie cualquier otra forma de pérdida de energía.

9.10E Una bomba sumergible de pozo profundo entrega 745 gal/h de agua a 60 °F, mediante un conducto de acero de 1 pulg, Calibre 40, cuando se pone en funcionamiento en el sistema que se muestra en la figura 9.11. Si la longitud total del conducto es de 140 pies, calcule la potencia transmitida por la bomba al agua.

9.11E En una granja, se transporta agua a 60 °F de un tanque de almacenamiento presurizado hasta un abrevadero, mediante un conducto de acero de $1\,^1/_2$ pulg, Calibre 40, de 300 pies de longitud, como se muestra en la figura 9.12. Calcule la presión de aire requerida por encima del agua en el tanque para producir 75 gal/min de flujo.

9.12M *En la figura 9.13 se muestra un sistema para entrega de fertilizante de pasto en forma líquida. La boquilla que se encuentra en el extremo de la manguera requiere 140 kPa de presión para operar de manera efec-*

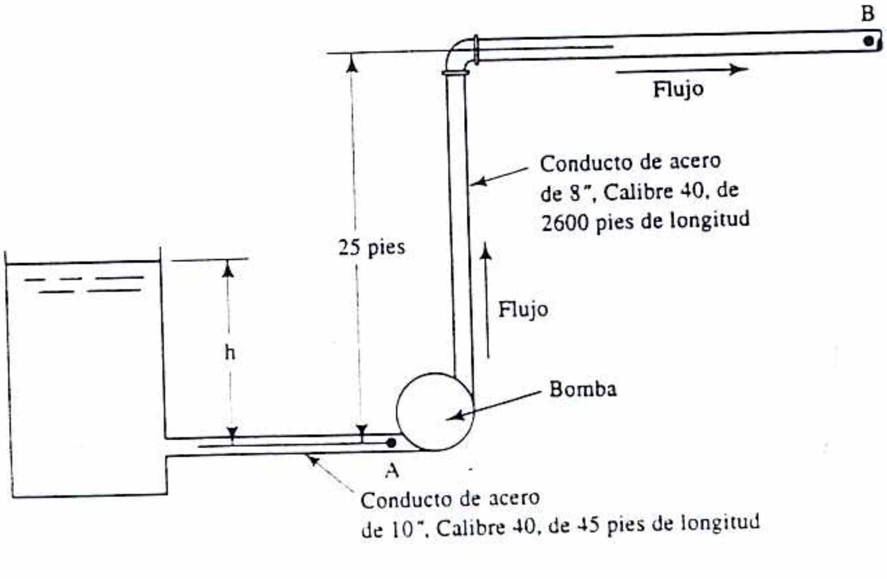

B
Flujo
Conducto de acero de 8", Calibre 40, de 2600 pies de longitud
25 pies
Flujo
h
Bomba
A
Conducto de acero de 10", Calibre 40, de 45 pies de longitud

FIGURA 9.10 Problema 9.9.

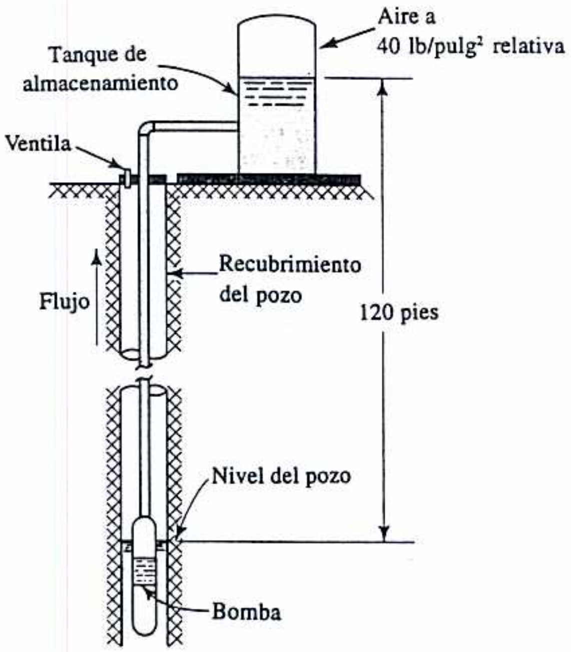


FIGURA 9.11 Problema 9.10.

tiva. La manguera está hecha de plástico liso y tiene un diámetro interior de 25 mm. La solución fertilizante tiene una gravedad específica de 1.10 y una viscosidad dinámica de 2.0×10^{-3} Pa · s. Si la longitud de la manguera es de 85 m, determine (a) la potencia transferida por la bomba a la solución y (b) la presión a la salida de la bomba. Desprecie las pérdidas de energía en el lado correspondiente a la succión de la bomba. La rapidez de flujo es de 95 L/min.

9.13M *Una tubería que transporta aceite crudo (sg = 0.93) a 1200 L/min está hecha con conducto de acero de 6 pulg, Calibre 80. Las estaciones de bombeo están espaciadas 3.2 km entre sí. Si el aceite está a 10 °C, calcule (a) la caída de presión entre estaciones y (b) la potencia requerida para mantener la misma presión en la entrada de cada bomba.*

9.14M *Para la tubería descrita en el problema 9.13, considere que el aceite debe calentarse a 100 °C para disminuir su viscosidad.*

a. ¿De qué manera afecta este hecho los requerimientos de potencia de la bomba?

FIGURA 9.12 Problema 9.11.

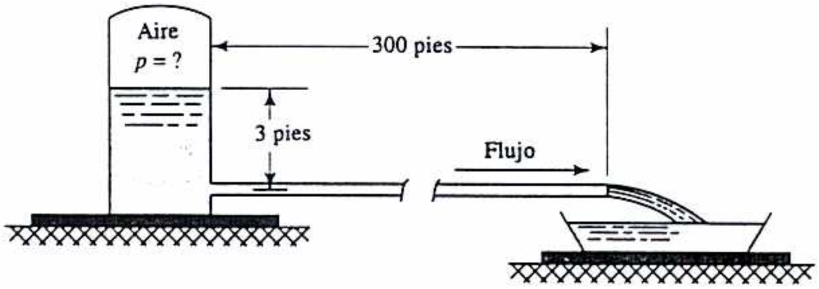
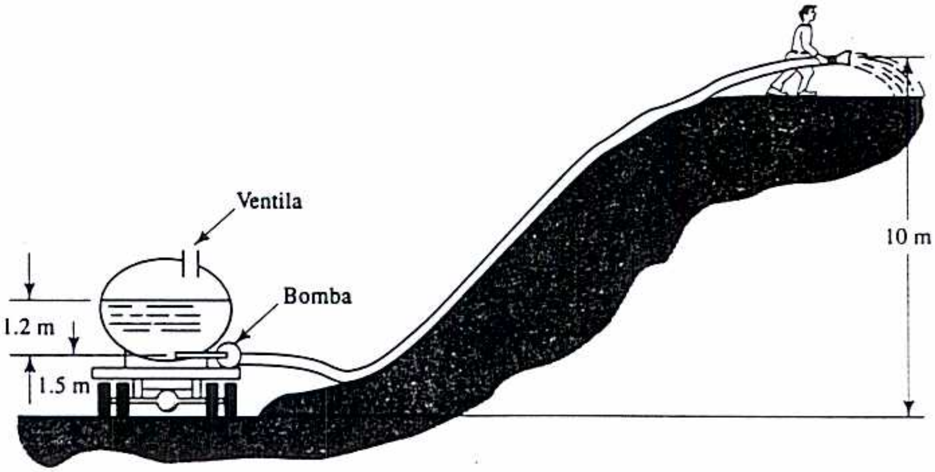


FIGURA 9.13 Problemas 9.12 y 9.14.



b. ¿A qué distancia de separación se podrían colocar las bombas con la misma caída de presión del problema 9.13?

9.15M *Agua a 10 °C fluye a una rapidez de 900 L/min desde el recipiente y a través del conducto que se presenta en la figura 9.14. Calcule la presión en el punto B, tomando en cuenta la pérdida de energía debido a la fricción, y despreciando otro tipo de pérdidas.*

9.16E Para el sistema que se muestra en la figura 9.15, calcule la potencia que transmite la bomba al agua, para bombear 50 gal/min de agua a 60 °F hacia el tanque. El aire en éste está a 40 lb/pulg^2 relativa. Considere la pérdida por fricción en el conducto de descarga cuya longitud es de 225 pies, y desprecie cualquier otra pérdida.

9.17E Se está llevando aceite combustible (sg = 0.94) a un horno con una rapidez de 60 gal/min, a través de un conducto de acero de $1\frac{1}{2}$ pulg, Calibre 40. Calcule la diferencia de presión entre dos puntos separados entre sí una distancia de 40.0 pies, si el conducto está en posición horizontal y el aceite se encuentra a 85 °F.

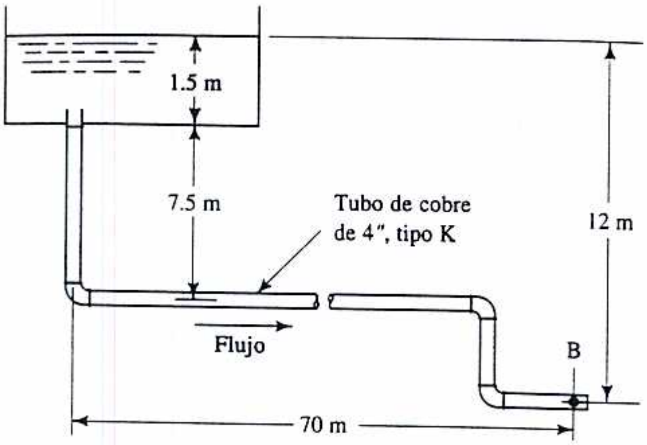
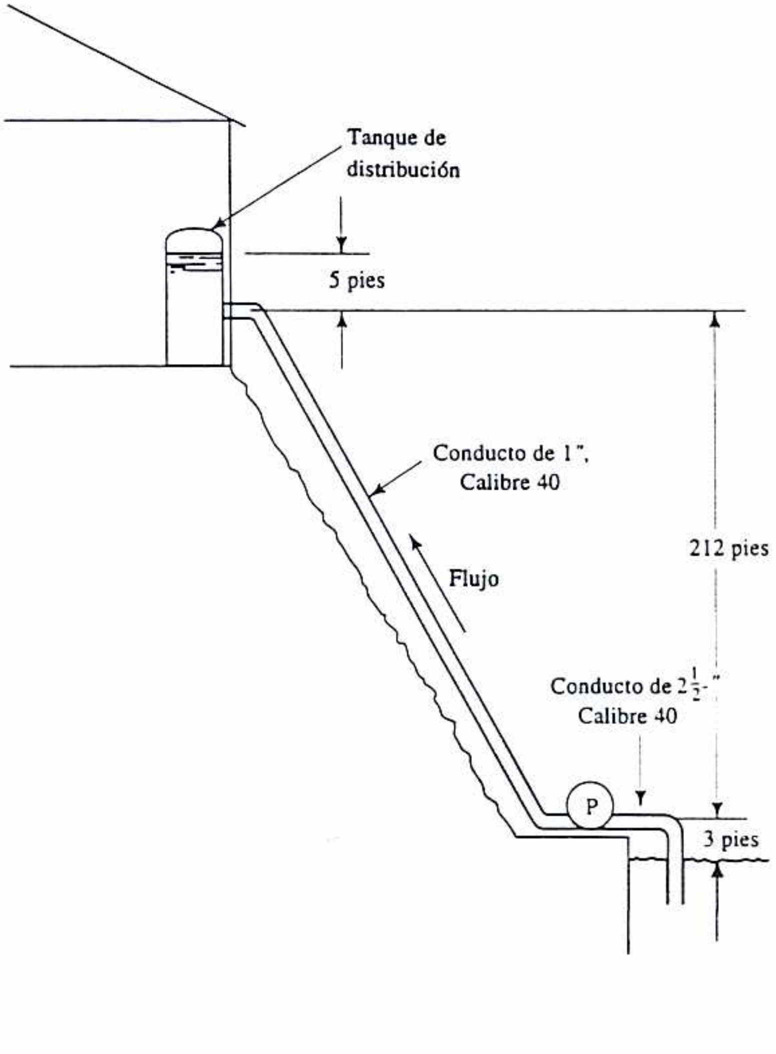


FIGURA 9.14 Problema 9.15.

FIGURA 9.15 Problema 9.16.


Tanque de distribución
5 pies
Conducto de 1", Calibre 40
Flujo
212 pies
Conducto de $2\frac{1}{2}$" Calibre 40
P
3 pies

9.18E En la figura 9.16 se muestra un sistema utilizado para rociar agua contaminada hacia el aire, con el fin de aumentar el contenido de oxígeno del agua y hacer que los solventes volátiles se vaporicen. La presión en el punto B, justo encima de la cabeza de la boquilla, debe estar a 25 lb/pulg² relativa para que la boquilla funcione adecuadamente. La presión en el punto A (la entrada de la bomba) es de −3.50 lb/pulg² relativa. La rapidez de flujo de volumen es de 0.50 pies³/s. La viscosidad dinámica del fluido es de 4.0×10^{-5} lb · s/pie². La gravedad específica del fluido es de 1.026. Calcule la potencia transmitida por la bomba al fluido, tomando en cuenta la pérdida de energía por fricción en la línea de descarga.

9.19E En un sistema de procesamiento químico, el flujo de glicerina a 60 °F (sg = 1.24) en un tubo de cobre debe permanecer laminar con un número de Reynolds aproximadamente igual a 300, pero sin exceder este valor. Especifique el tamaño más pequeño de tubo de cobre estándar Tipo K que transportará una rapidez de flujo de 0.90 pies³/s. Entonces, para un flujo de 0.90 pies³/s en el tubo que usted ha especificado, calcule la caída de presión entre dos puntos separados entre sí una distancia de 55.0 pies, si el tubo está en posición horizontal.

9.20E Agua a 60 °F está siendo bombeada desde una corriente hasta un estanque cuya superficie está a 210 pies por encima de la bomba. Véase la figura 9.17. El conducto que conecta a la bomba con el estanque es de acero de 8 pulg, Calibre 40. Si se bombean 4.00 pies³/s, calcule la presión a la salida de la bomba. Tome en cuenta las pérdidas por fricción, y desprecie cualquier otro tipo de pérdida de energía.

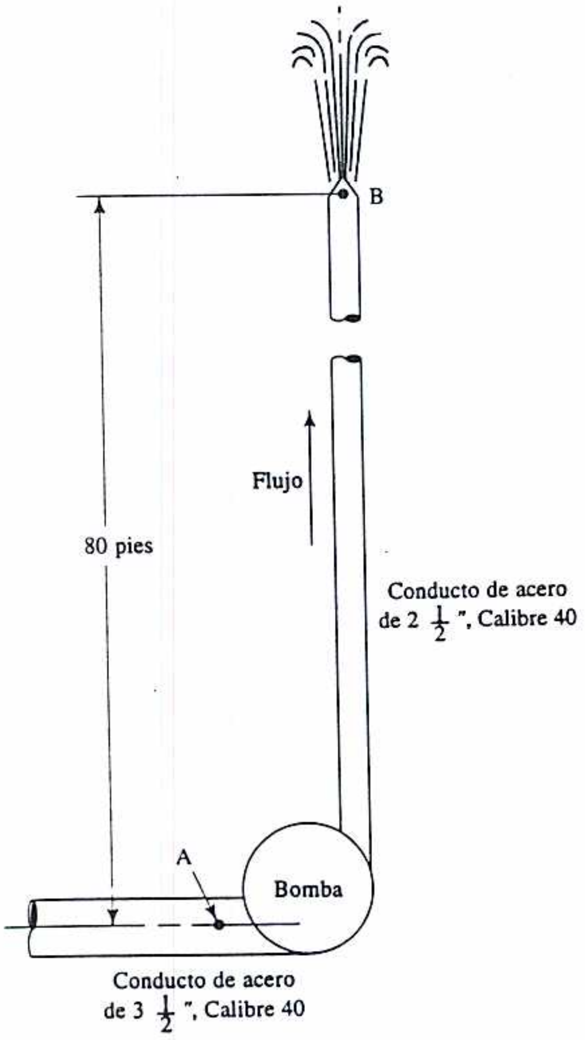

B
Flujo
80 pies
Conducto de acero de 2 ½ ", Calibre 40
A
Bomba
Conducto de acero de 3 ½ ", Calibre 40

FIGURA 9.16 Problema 9.18.

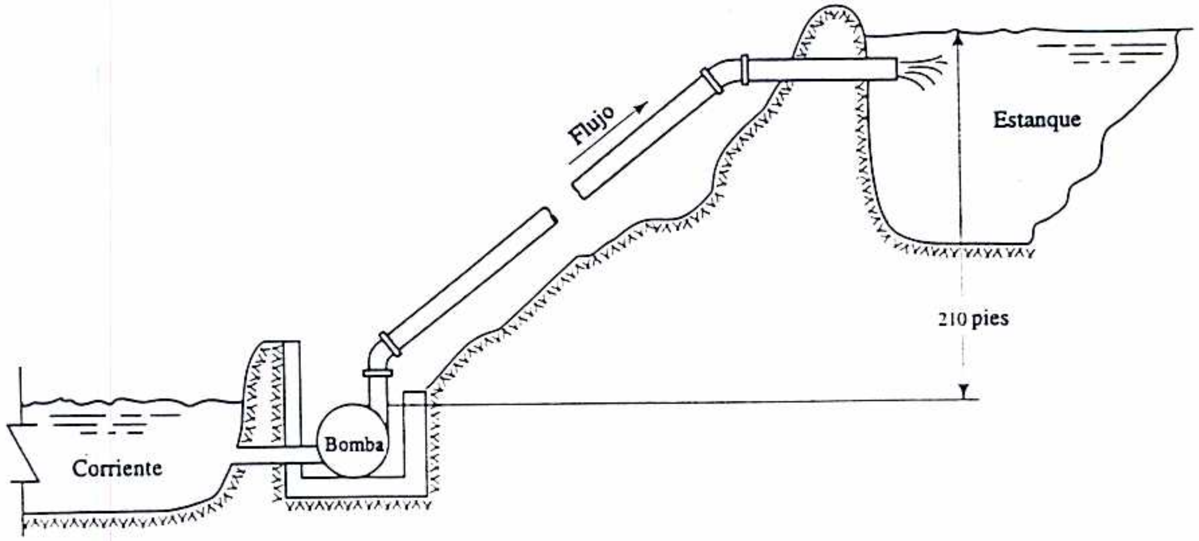


FIGURA 9.17 Problemas 9.20 y 9.21.

9.21E Para la bomba descrita en el problema 9.20, si la presión en la entrada a la bomba es de −2.36 lb/pulg^2 relativa, calcule la potencia transmitida por la bomba al agua.

9.22E Gasolina a 50 °F fluye del punto A al B a través de 3200 pies de conducto de acero estándar de 10 pulg, Calibre 40, con una rapidez de 4.25 pies^3/s. El punto B debe estar a 40.0 lb/pulg^2 relativa. Tomando en cuenta la pérdida de energía por fricción en el conducto, calcule la presión requerida en A.

9.23E En la figura 9.18 se muestra una bomba que hace recircular 300 gal/min de aceite de lubricación para máquinas–herramientas pesadas, a 104 °F con el fin de probar la estabilidad del aceite. La longitud total del conducto de 4 pulg es de 25.0 pies, y la longitud total del conducto de 3 pulg es de 75 pies. Calcule la potencia transmitida por la bomba al aceite.

9.24M *Aceite de linaza a 25 °C fluye a 3.65 m/s en un tubo de cobre de $^3/_4$ pulg, tipo K. Calcule la diferencia de presión entre dos puntos del tubo separados 17.5 m, si el primer punto está 1.88 m por encima del segundo.*

9.25M *Glicerina a 25 °C fluye por un tubo recto de cobre (de 3 pulg, tipo K) con una rapidez de flujo de 180 L /min. Calcule la diferencia de presión entre dos puntos separados entre sí 25.8 m, si el primer punto se encuentra 0.68 m por debajo del segundo.*

NOTA: Para los problemas 9.26 a 9.36, utilice las ecuaciones de la sección 9.5, para calcular el factor de fricción.

9.26M *Agua a 75 °C fluye en un tubo de cobre de $^1/_2$ pulg, tipo K, con una rapidez de 12.9 L/min.*

9.27M *Benceno (sg = 0.88) a 60 °C fluye en un conducto de acero de 1 pulg, Calibre 80 con una rapidez de 20 L / min.*

9.28E Agua a 80 °F fluye en un conducto dúctil de 6 pulg con una velocidad de 2.50 pies^3/s. Suponga que la rugosidad es $\epsilon = 2.0 \times 10^{-4}$ pies.

9.29E Agua a 50 °F fluye a 15.0 pies^3/s en un conducto de concreto cuyo diámetro interior es de 18.0 pulg.

9.30E Agua a 60 °F fluye a 1500 gal/min en un conducto de acero de 10 pulg, Calibre 40.

9.31M *Una solución fertilizante líquida (sg = 1.10) con una viscosidad dinámica de 2.0×10^{-3} Pa · s, fluye a 95 L/min a través de una manguera de plástico liso de 25 mm de diámetro.*

9.32M *Aceite crudo (sg = 0.93) a 100 °C está fluyendo con una rapidez de 1200 L/min en un conducto de acero de 6 pulg, Calibre 80.*

9.33M *Agua a 65 °C fluye en un conducto de acero de $1^1/_2$ pulg, Calibre 40, con una rapidez de 10 m/s.*

9.34M *Alcohol propílico fluye en un tubo de cobre de 3 pulg, tipo K, a 25 °C con una rapidez de 0.026 m^3/s.*

9.35E Agua a 70 °F fluye en un conducto de concreto de 12 pulg de diámetro a 3.0 pies^3/s.

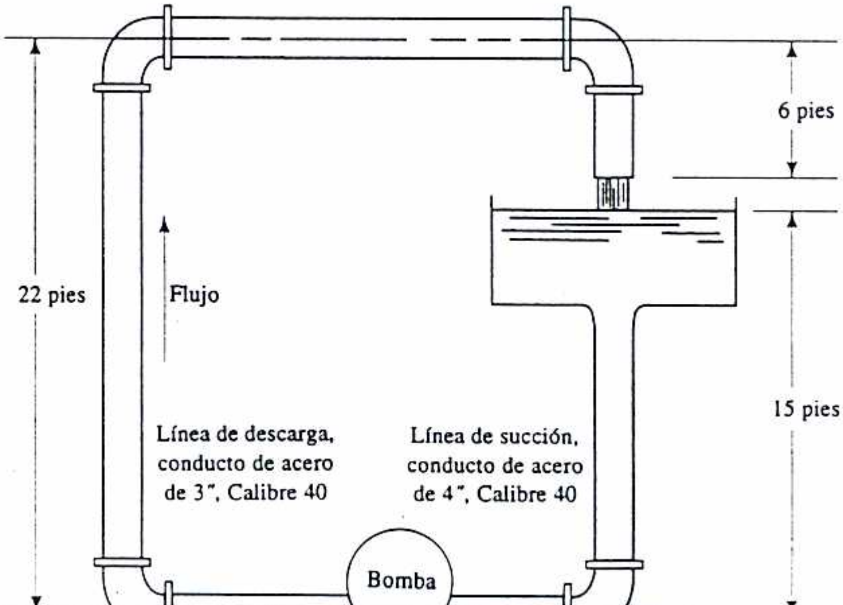
9.36E Aceite combustible pesado a 77 °F fluye en un conducto de acero de 6 pulg, Calibre 40, a 12 pies/s.

Secciones transversales no circulares

9.37E Para el sistema descrito en el problema 8.33, calcule la diferencia de presión entre dos puntos separados una distancia de 30.0 pies, si el conducto está horizontal. Utilice $\epsilon = 8.5 \times 10^{-5}$ pies.

9.38M *Para el intercambiador de calor de casco y tubo descrito en el problema 8.34, calcule la diferencia de presión para ambos fluidos entre dos puntos separa-*

FIGURA 9.18 Problema 9.23.


6 pies
22 pies
Flujo
15 pies
Línea de descarga, conducto de acero de 3", Calibre 40
Línea de succión, conducto de acero de 4", Calibre 40
Bomba

dos entre sí 5.25 m, si el intercambiador está en posición horizontal.

9.39M *Para el sistema descrito en el problema 8.35, calcule la caída de presión para ambos fluidos entre dos puntos separados entre sí 3.80 m, si el conducto está en posición horizontal. Utilice la rugosidad del conducto de acero para todas las superficies.*

9.40E Para el sistema descrito en el problema 8.36, calcule la diferencia de presión tanto en los conductos pequeños como en el conducto grande, entre dos puntos separados entre sí 50 pies, si los conductos están horizontales. Utilice la rugosidad del conducto de acero para todas las superficies.

9.41M *Para el intercambiador de calor de casco y tubo descrito en el problema 8.37, calcule la caída de presión para el flujo de agua en el casco. Utilice la rugosidad del cobre para todas las superficies. La longitud es de 3.60 m.*

9.42E Para el intercambiador de calor descrito en el problema 8.38, calcule la caída de presión para una longitud de 57 pulg.

9.43M *Para la glicerina descrita en el problema 8.40, calcule la caída de presión para un conducto horizontal de 22.6 m de largo. Todas las superficies son de cobre.*

9.44M *Para el flujo de agua en los tubos cuadrados descritos en el problema 8.41, calcule la caída de presión en una longitud de 22.6 m. Todas las superficies son de cobre y el conducto está en posición horizontal.*

9.45E Si el resumidero de calor descrito en el problema 8.42 tiene 105 pulg de longitud, calcule la caída de presión del agua. Utilice $\epsilon = 2.5 \times 10^{-5}$ pies para el aluminio.

9.46E Calcule la pérdida de energía para el flujo de agua en el pasaje de enfriamiento descrito en el problema 8.43, si su longitud total es de 45 pulg.

9.47E En la figura 9.19, etilenglicol (sg = 1.10) a 77 °F fluye alrededor de los tubos y dentro del pasaje rectangular. Calcule la rapidez de flujo de volumen del etilenglicol en gal/min requerida para que el flujo tenga un número de Reynolds de 8000. Luego calcule la pérdida de energía sobre una longitud de 128 pulg. Todas las superficies son de latón.

9.48M *En la figura 9.20 se presenta un conducto en el cual fluye alcohol metílico a 25 °C, con una rapidez de 3000 L/min. Calcule la pérdida de energía sobre una longitud de 2.25 m del conducto. Todas las superficies son de plástico liso.*

9.49E Un intercambiador de calor de un horno tiene una sección transversal como la que se muestra en la figura 9.21. El aire fluye alrededor de los tres pasajes delgados en los cuales fluyen los gases calientes. El aire está a 140 °F y tiene una densidad de 2.06×10^{-3} slugs/pies^3 y una viscosidad dinámica de 4.14×10^{-7} lb · s/pies^2. Calcule el número de Reynolds para el flujo, si la velocidad es de 20 pies/s.

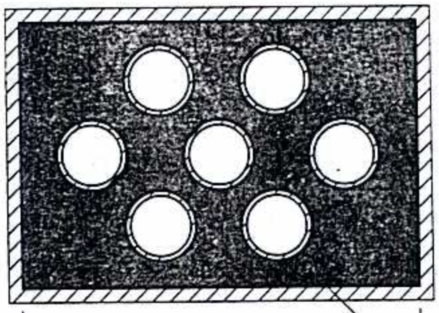


FIGURA 9.19 Problema 9.47.

9.50E En la figura 9.22 se muestra un sistema en el cual fluye alcohol metílico a 77 °F fuera de los tres tubos, mientras que alcohol etílico a 0 °F fluye dentro de los tubos. Calcule la rapidez de flujo de volumen de cada fluido requerida para producir un número de Reynolds de 3.5×10^4 pulg en todas las partes del sistema. Después, calcule la diferencia de presión entre dos puntos separados entre sí 10.5 pies, si el sistema está en posición horizontal. Todas las superficies son de cobre.

Perfil de velocidad para flujo turbulento

9.51M *Para el flujo de 12.9 L/min de agua a 75 °C en un tubo de cobre de $^1/_2$ pulg, Tipo K, calcule la velocidad máxima esperada de flujo con la ecuación (9–14).*

9.52M *Una tubería larga con un diámetro interno de 1200 m transporta aceite parecido al SAE 10, a 40 °C, (sg = 0.8). Calcule la rapidez de flujo de volumen requerida para producir un número de Reynolds de 3.60×10^4. Luego, si el conducto es de acero limpio, calcule varios puntos sobre el perfil de velocidad y grafique los datos de manera parecida a la mostrada en la figura 9.7.*

9.53M *Repita el problema 9.52, si el aceite está a 110 °C, pero con la misma rapidez de flujo. Analice las diferencias en el perfil de velocidad.*

9.54 Utilizando la ecuación (9–13), calcule la distancia y para la cual la velocidad local U es igual a la velocidad promedio υ.

9.55E El resultado del problema 9.54 pronostica que la velocidad promedio para un flujo turbulento se encontrará a una distancia de $0.216(r_o)$ a partir de la pared del conducto. Calcule esta distancia para un conducto de acero de 24 pulg, Calibre 40. Después, si el conducto transporta agua a 50 °F con una rapidez de flujo

FIGURA 9.20 Problema 9.48.

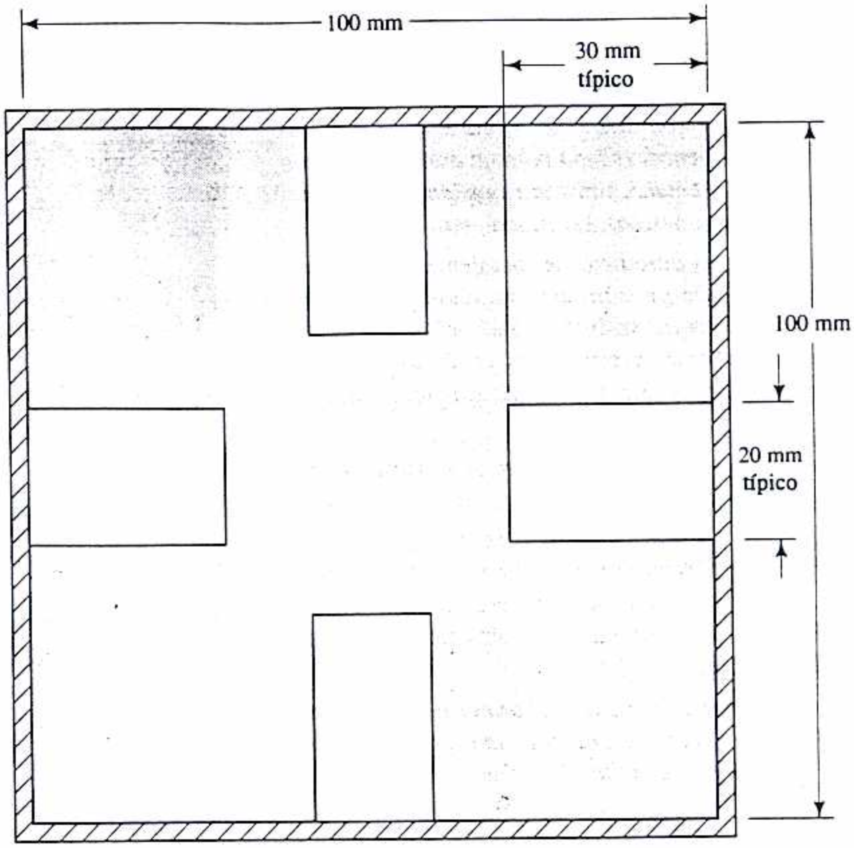


FIGURA 9.21 Problema 9.49.

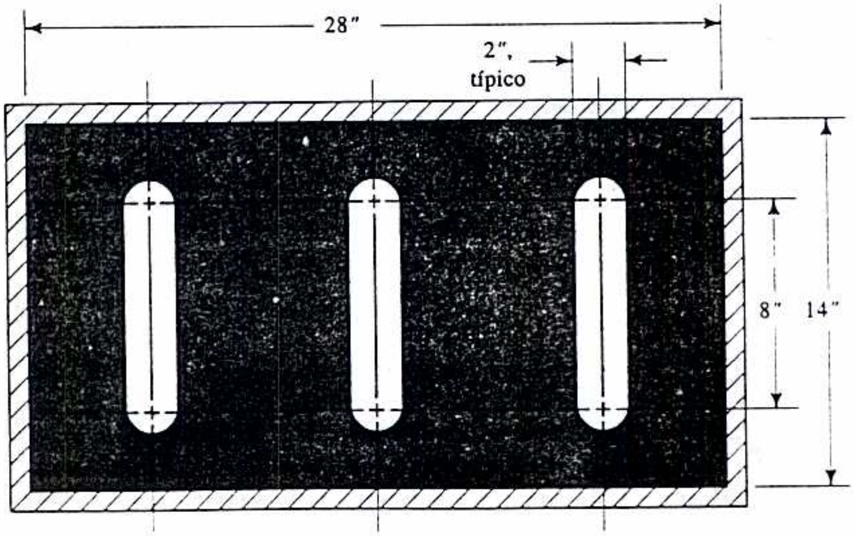
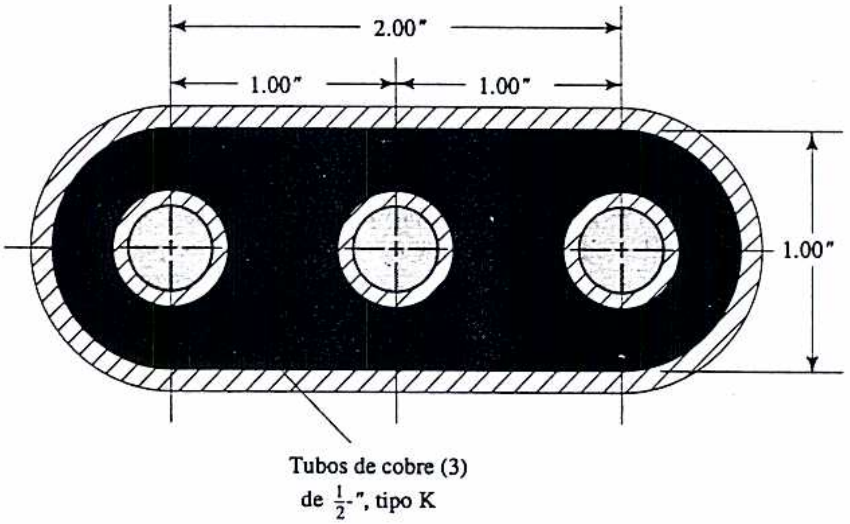


FIGURA 9.22 Problema 9.50



de 16.75 pies³/s, calcule la velocidad en puntos colocados 0.50 pulg a ambos lados del punto correspondiente a la velocidad promedio.

9.56 Utilizando la ecuación (9–14), calcule el cociente de la velocidad promedio entre la velocidad máxima de flujo, en conductos lisos con números de Reynolds de 4000, 10^4, 10^5 y 10^6.

9.57 Utilizando la ecuación (9–14), calcule el cociente de la velocidad promedio entre la máxima velocidad de flujo para el flujo de un líquido en un conducto de concreto cuyo diámetro interno es de 8.00 pulg, con números de Reynolds de 4000, 10^4, 10^5 y 10^6.

9.58E Utilizando la ecuación (9–13), calcule varios puntos sobre el perfil de velocidad para el flujo de 400 gal/min de agua a 50 °F, en un conducto de acero, limpio y nuevo, de 4 pulg, Calibre 40. Trace una gráfica parecida a la de la figura 9.7, con una escala bastante grande.

9.59E Repita el problema 9.58 con las mismas condiciones, sólo que ahora el diámetro interior del conducto está rugoso por el uso, de modo que $\epsilon = 5.0 \times 10^{-3}$. Grafique los resultados sobre la misma gráfica que se utilizó para los resultados del problema 9.58.

9.60E Para ambas situaciones descritas en los problemas 9.58 y 9.59, calcule la caída de presión que se presentaría sobre una distancia de 250 pies de conducto horizontal.

Pérdida de energía utilizando la fórmula de Hazen-Williams

Utilice los valores de diseño para el coeficiente C_h de la tabla 9.2, a menos que se indique lo contrario. Utilice las diferentes formas de la fórmula o la nomografía de la figura 9.8 como se indique.

9.61E Agua fluye con una rapidez de 1.50 pies³/s a través de un conducto de hierro dúctil de 4 pulg, cementado, cuya longitud es de 550 pies. Calcule la pérdida de energía.

9.62M *Calcule la pérdida de energía mientras fluye agua en un tubo de cobre de 4 pulg, tipo K, con una rapidez de 1000 L/min sobre una longitud de 45 m.*

9.63E Una cañería para agua consiste en un conducto de concreto presurizado de 18 pulg de diámetro. Calcule la pérdida de energía sobre una distancia de una milla si transporta 7.50 pies³/s de agua.

9.64E Un sistema de protección contra incendios incluye un conducto de acero de 10 pulg, Calibre 40, con una longitud de 1500 pies. Calcule la pérdida de energía en el conducto cuando transporta 1500 gal/min de agua.

9.65M *Un tubo de cobre de 4 pulg, tipo K, transporta 900 L/min de agua sobre una distancia de 80 m. Calcule la pérdida de energía.*

9.66E Calcule la pérdida de energía a 0.20 pies³/s de agua que fluye a través de una distancia de 80 pies en un conducto de acero de $2^1/_2$ pulg, Calibre 40.

9.67E Se desea hacer fluir 2.0 pies³/s de agua a través de 2500 pies de conducto de 8 pulg. Calcule la pérdida de cabeza para un conducto de acero Calibre 40 y para uno de acero dúctil revestido con una capa de cemento aplicada de manera centrífuga.

9.68E Especifique un tamaño adecuado de conducto de acero, Calibre 40, nuevo y limpio, que transportaría 300 gal/min de agua sobre una longitud de 1200 pies, con no más de 10 pies de pérdida de cabeza. Para el conducto seleccionado, calcule la pérdida de cabeza real esperada.

9.69E Para el conducto seleccionado en el problema 9.68, calcule la pérdida de cabeza utilizando el valor de diseño para C_h, más que el correspondiente a un conducto nuevo y limpio.

9.70E Compare la pérdida de cabeza que se tendría del flujo de 100 gal/min de agua a través de 1000 pies de conducto de acero, nuevo y limpio, Calibre 40, de tamaños 2 pulg y 3 pulg.

TAREAS DE PROGRAMACIÓN EN COMPUTADORA

1. Escriba un programa para calcular el factor de fricción para el flujo de cualquier fluido a través de conductos y tubos, utilizando las ecuaciones (9–3) y (9–9). El programa debe calcular el número de Reynolds y la rugosidad relativa. Después se deben tomar decisiones de la forma siguiente:
   a. Si $N_R < 2000$, utilice $f = 64/N_R$ [ecuación (9–3)].
   b. Si $2000 < N_R < 4000$, el flujo se encuentra en la región crítica y no se puede calcular ningún valor confiable para f. Imprima un mensaje al usuario del programa.
   c. Si $N_R > 4000$, el flujo es turbulento. Utilice la ecuación (9–9) para calcular f.
   d. Imprima N_R, D/ϵ y f.
2. Incorpore el programa 1 en un programa mejorado para que calcule la caída de presión para el flujo de cualquier fluido a través de un conducto de cualquier tamaño. Dos de los puntos de interés pueden estar separados entre sí una distancia cualquiera, y un extremo puede estar a cualquier elevación posible con respecto al otro. El programa debe ser capaz de llevar a cabo análisis como los requeridos en los problemas 9.1, 9.2 y 9.5. También debe ser capaz de determinar la pérdida de energía, solamente para resolver problemas como el 9.3.
3. Escriba un programa para calcular el perfil de velocidad para un flujo turbulento utilizando las ecuaciones (9–12), (9–13) y (9–14). El operador debe poder incluir incrementos especificados de la posición dentro del conducto. Se le podría incorporar el programa 1.
4. Escriba un programa para resolver la fórmula de Hazen-Williams en cualquiera de sus formas presentadas en la tabla 9.3. Permita que el operador del programa especifique el sistema de unidades que va a ser utilizado, qué valores son conocidos y qué valores deben obtenerse.

10 Pérdidas menores

10.1 OBJETIVOS

Aquí continuamos desarrollando las técnicas de análisis de problemas de líneas de conductos reales en los que existen varios tipos de componentes de sistemas de flujo. Estas técnicas son parte de la meta global del cálculo de las pérdidas de energía en un sistema de flujo. En el capítulo 9, desarrollamos el método de cálculo de la pérdida de energía debido a la fricción, a medida que los fluidos se desplazan en secciones rectas de conductos. Este capítulo trata sobre las *pérdidas menores* debido a la presencia de válvulas, junturas, cambios en el tamaño de la trayectoria de flujo y cambios en la dirección del flujo.

Después de haber terminado el estudio de este capítulo, usted deberá ser capaz de:

1. Reconocer las fuentes de pérdidas menores.
2. Definir *coeficiente de resistencia.*
3. Determinar la pérdida de energía para el flujo a través de los siguientes tipos de pérdidas menores:
    - **a.** Dilatación súbita de la trayectoria de flujo.
    - **b.** Pérdida de salida cuando el fluido deja un conducto y entra a un depósito estático.
    - **c.** Dilatación gradual de la trayectoria de flujo.
    - **d.** Contracción súbita de la trayectoria de flujo.
    - **e.** Contracción gradual de la trayectoria de flujo.
    - **f.** Pérdida de entrada cuando el fluido entra a un conducto proveniente de un depósito estático.
4. Definir el término *vena contracta.*
5. Definir y usar la *técnica de longitud equivalente* para calcular las pérdidas de energía en válvulas, junturas y codos de conducto.

10.2 FUENTES DE PÉRDIDAS MENORES

En la mayor parte de los sistemas de flujo, la pérdida de energía primaria se debe a la fricción de conducto, como se describe en el capítulo 9. Los demás tipos de pérdidas generalmente son pequeñas en comparación, y por consiguiente se hace referencia a ellas como *pérdidas menores.* Las pérdidas menores ocurren cuando hay un cambio en la sección cruzada de la trayectoria de flujo o en la dirección de flujo, o cuando la trayectoria de flujo se encuentra obstruida, como sucede con una válvula. La energía se pierde bajo estas condiciones debido a fenómenos físicos bastante complejos. La predicción teórica de la magnitud de estas pérdidas también es compleja, y por tanto, normalmente se usan los datos experimentales.

Los procedimientos desarrollados en el presente capítulo para analizar pérdidas menores se tomaron de muchas fuentes, algunas de las cuales se enumeran como referencias al final del capítulo. Los diversos conjuntos de datos se presentan en una forma fácil de utilizar en el análisis de problemas de flujo de conductos.

10.3
COEFICIENTE DE RESISTENCIA

Las pérdidas de energía son proporcionales a la cabeza de velocidad del fluido al fluir éste alrededor de un codo, a través de una dilatación o contracción de la sección de flujo, o a través de una válvula. Los valores experimentales de pérdidas de energía generalmente se reportan en términos de un coeficiente de resistencia, K, de la siguiente forma:

$$h_L = K(v^2/2g) \tag{10-1}$$

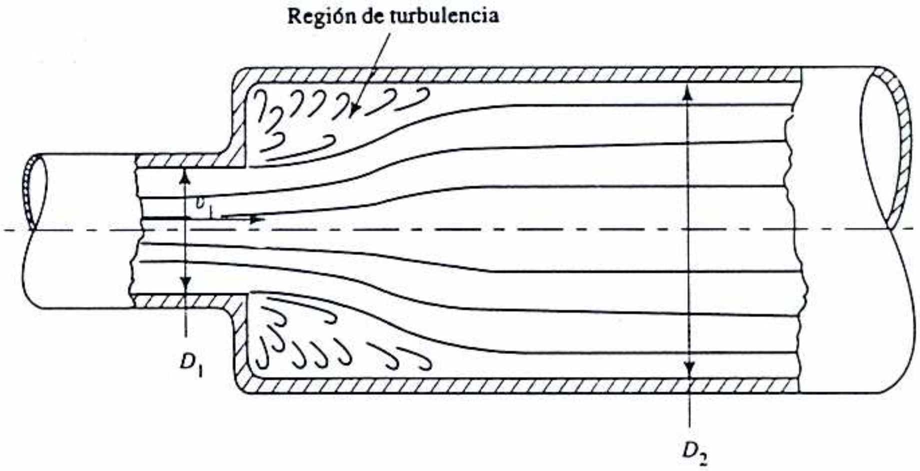
En la ecuación (10–1), h_L es la pérdida menor, K, es el coeficiente de resistencia y v es la velocidad de flujo promedio en el conducto en la vecindad donde se presenta la pérdida menor. En algunos casos, puede haber más de una velocidad de flujo, como con las dilataciones o en las contracciones. Es de la mayor importancia que usted sepa qué velocidad se debe utilizar con cada coeficiente de resistencia.

Si la cabeza de velocidad $v^2/2g$ de la ecuación (10–1) se expresa en las unidades de metros, entonces la pérdida de energía h_L también estará en metros o N · m/N de flujo de fluido. El coeficiente de resistencia no tiene unidades, pues representa una constante de proporcionalidad entre la pérdida de energía y la cabeza de velocidad. La magnitud de coeficiente de resistencia depende de la geometría del dispositivo que ocasiona la pérdida y algunas veces depende de la velocidad de flujo. En las siguientes secciones describiremos el proceso para determinar el valor de K y calcular la pérdida de energía para muchos tipos de condiciones de pérdidas menores.

10.4
DILATACIÓN SÚBITA

Al fluir un fluido de un conducto menor a uno mayor a través de una dilatación súbita, su velocidad disminuye abruptamente, ocasionando una turbulencia que genera una pérdida de energía (véase la figura 10.1). La cantidad de turbulencia, y por consiguiente, la cantidad de pérdida de energía, depende del cociente de los tamaños de los dos conductos.

FIGURA 10.1 Dilatación súbita.

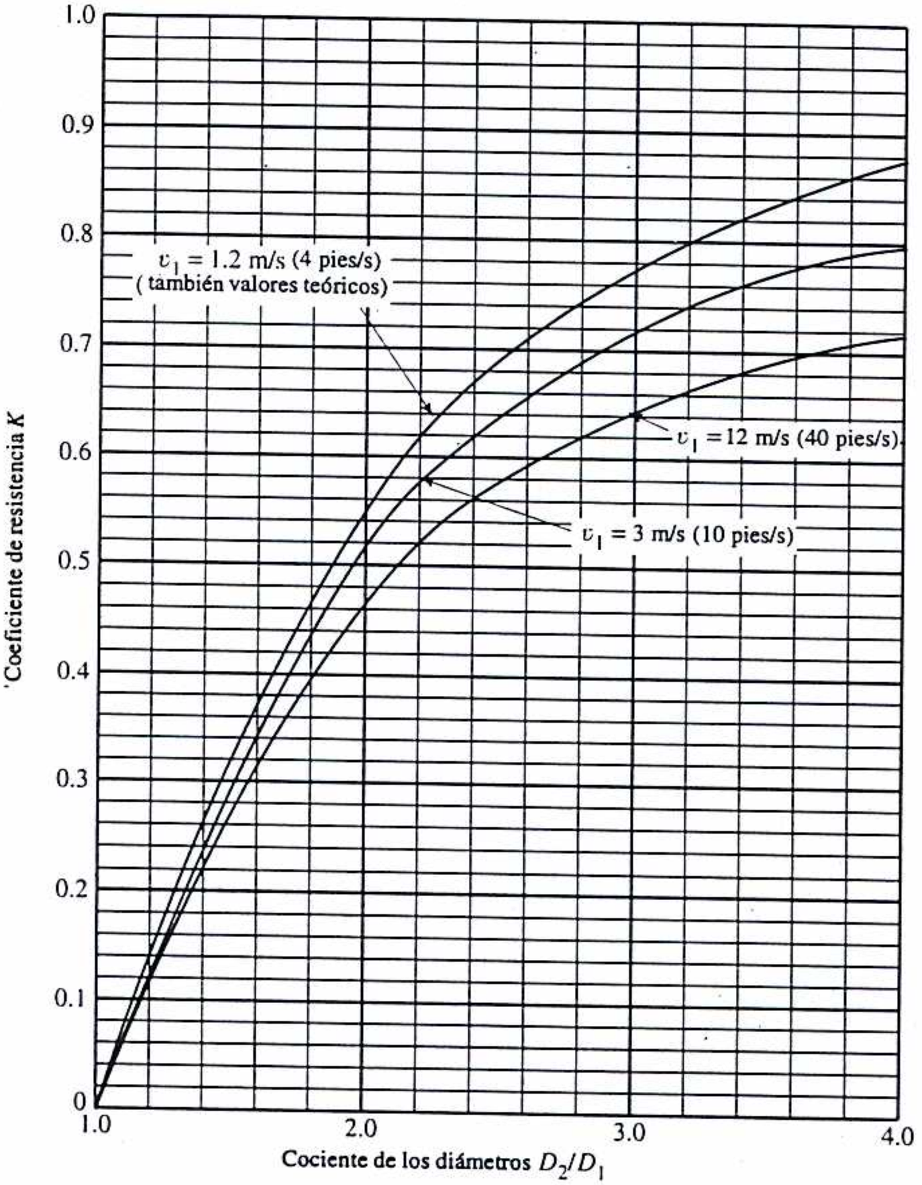


La pérdida menor se calcula de la ecuación

$$h_L = K(v_1^2/2g) \tag{10-2}$$

donde v_1 es la velocidad de flujo promedio en el conducto menor que está delante de la dilatación. Las pruebas han demostrado que el valor del coeficiente de pérdi-

FIGURA 10.2 Coeficiente de resistencia—Dilatación súbita.



da K depende tanto de la proporción de los tamaños de los dos conductos como de la magnitud de la velocidad de flujo. Esto se ilustra gráficamente en la figura 10.2 y en forma tabular en la tabla 10.1.

Al hacer ciertas suposiciones de simplificación respecto del carácter de la corriente de flujo al expandirse a través de una dilatación súbita, es posible predecir analíticamente el valor de K a partir de la siguiente ecuación:

$$K = [1 - (A_1/A_2)]^2 = [1 - (D_1/D_2)^2]^2 \qquad \textbf{(10-3)}$$

Los subíndices 1 y 2 se refieren a las secciones menores y mayores, respectivamente, como se muestra en la figura 10.1. Los valores para K de esta ecuación concuerdan con los datos experimentales cuando la velocidad v_1 es aproximadamente 1.2 m/s. A velocidades mayores, los valores reales de K son menores que los valores teóricos. Recomendamos que se usen los valores experimentales si se conoce la velocidad de flujo.

TABLA 10.1 Coeficiente de resistencia—dilatación súbita.

	Velocidad, v_1						
D_2/D_1	0.6 m/s 2 pies/s	1.2 m/s 4 pies/s	3 m/s 10 pies/s	4.5 m/s 15 pies/s	6 m/s 20 pies/s	9 m/s 30 pies/s	12 m/s 40 pies/s
1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
1.2	0.11	0.10	0.09	0.09	0.09	0.09	0.08
1.4	0.26	0.25	0.23	0.22	0.22	0.21	0.20
1.6	0.40	0.38	0.35	0.34	0.33	0.32	0.32
1.8	0.51	0.48	0.45	0.43	0.42	0.41	0.40
2.0	0.60	0.56	0.52	0.51	0.50	0.48	0.47
2.5	0.74	0.70	0.65	0.63	0.62	0.60	0.58
3.0	0.83	0.78	0.73	0.70	0.69	0.67	0.65
4.0	0.92	0.87	0.80	0.78	0.76	0.74	0.72
5.0	0.96	0.91	0.84	0.82	0.80	0.77	0.75
10.0	1.00	0.96	0.89	0.86	0.84	0.82	0.80
∞	1.00	0.98	0.91	0.88	0.86	0.83	0.81

Fuente: H. W. King y E. F. Brater. 1963. *Handbook of Hydraulics*, 5ª ed. Nueva York: McGraw-Hill. (Tabla 6-7. Velocidades convertidas a unidades SI.)

EJEMPLO ILUSTRATIVO 10.1 Determine la pérdida de energía que ocurrirá al fluir 100 L/min de agua a través de una dilatación súbita proveniente de un tubo de cobre de 1 pulg (tipo K) a un tubo de 3 pulg (tipo K). Véase el apéndice H para las dimensiones del tubo.

Solución Utilizando el subíndice 1 para la sección delantera de la dilatación y 2 para la sección corriente abajo de la dilatación, obtenemos:

$$D_1 = 25.3 \text{ mm} = 0.0253 \text{ m}$$

$$A_1 = 5.017 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$D_2 = 73.8 \text{ mm} = 0.0738 \text{ m}$$

$$A_2 = 4.282 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$v_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{100 \text{ L/min}}{5.017 \times 10^{-4} \text{ m}^2} \times \frac{1 \text{ m}^3/\text{s}}{60\,000 \text{ L/min}} = 3.32 \text{ m/s}$$

$$\frac{v_1^2}{2g} = \frac{(3.32)^2}{(2)(9.81)} \text{ m} = 0.56 \text{ m}$$

Para encontrar un valor para K, se requiere la proporción del diámetro. Encontramos que:

$$D_2/D_1 = 73.8/25.3 = 2.92$$

De la figura 10.2, K = 0.72. Entonces tenemos:

$$h_L = K(v_1^2/2g) = (0.72)(0.56\ \text{m}) = 0.40\ \text{m}$$

Este resultado indica que 0.40 N · m de energía se disipa de cada newton de agua que fluye a través de una dilatación súbita. El siguiente problema ilustra el cálculo de la diferencia de presión entre los puntos 1 y 2.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 10.2** Determine la diferencia entre la presión que se halla adelante de una dilatación súbita y la presión corriente abajo de esa dilatación. Use los datos del ejemplo ilustrativo 10.1.

Solución Primero, la ecuación de energía debe escribirse:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} - h_L = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Al resolver para $p_1 - p_2$ se obtiene:

$$p_1 - p_2 = \gamma[(z_2 - z_1) + (v_2^2 - v_1^2)/2g + h_L]$$

Si la dilatación es horizontal, $z_2 - z_1 = 0$. Incluso si fuera vertical, la distancia entre los puntos 1 y 2 es tan pequeña que se considera despreciable. Ahora, calculando la velocidad en el conducto mayor, obtenemos:

$$v_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{100\ \text{L/min}}{4.282 \times 10^{-3}\ \text{m}^2} \times \frac{1\ \text{m}^3/\text{s}}{60\ 000\ \text{L/min}} = 0.39\ \text{m/s}$$

Usando $\gamma = 9.81\ \text{kN/m}^3$ para agua y $h_L = 0.40$ m del ejemplo ilustrativo 10.1, tenemos:

$$p_1 - p_2 = \frac{9.81\ \text{kN}}{\text{m}^3}\left[0 + \frac{(0.39)^2 - (3.32)^2}{(2)(9.81)}\ \text{m} + 0.40\ \text{m}\right]$$
$$= -1.51\ \text{kN/m}^2 = -1.51\ \text{kPa}$$

Por lo tanto, p_2 es 1.51 kPa mayor que p_1.

10.5 PÉRDIDA DE SALIDA

Durante el flujo de un fluido de un conducto hacia un gran depósito o tanque, como se muestra en la figura 10.3, su velocidad disminuye hasta casi cero. En el proceso,

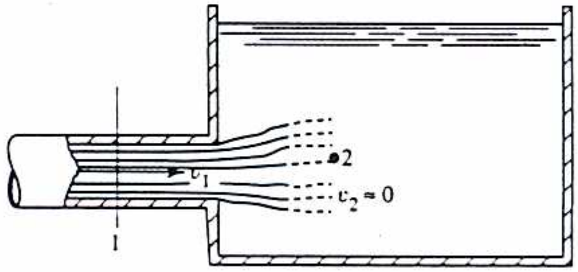


FIGURA 10.3 Pérdida de salida al fluir el fluido de un conducto hacia un depósito estático.

la energía cinética que el fluido poseía en el conducto, indicada por la cabeza de velocidad $v_1^2/2g$, se disipa. Por lo tanto, la pérdida de energía para esta condición es

$$h_L = 1.0(v_1^2/2g) \tag{10-4}$$

Ésta se denomina la *pérdida de salida*. El valor para $K = 1.0$ se usa sin importar la forma de la salida donde el conducto se conecta con la pared del tanque.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 10.3** Determine la pérdida de energía que ocurrirá al fluir 100 L/min de agua de un tubo de cobre de 1 pulg (tipo K) en un tanque mayor.

Solución Usando la ecuación (10-4), tenemos:

$$h_L = 1.0(v_1^2/2g)$$

De los cálculos del ejemplo ilustrativo 10.1, sabemos que:

$$v_1 = 3.32 \text{ m/s}$$
$$v_1^2/2g = 0.56 \text{ m}$$

Entonces, la pérdida de energía es:

$$h_L = (1.0)(0.56 \text{ m}) = 0.56 \text{ m}$$

10.6 DILATACIÓN GRADUAL

Si la transición de un conducto menor a uno mayor puede hacerse menos abrupta que la dilatación súbita de bordes cuadrados, la pérdida de energía se reduce. Esto normalmente se hace colocando una sección cónica entre los dos conductos, como se muestra en la figura 10.4. Las paredes en pendiente del cono tienden a guiar el fluido durante la desaceleración y expansión de la corriente de flujo.

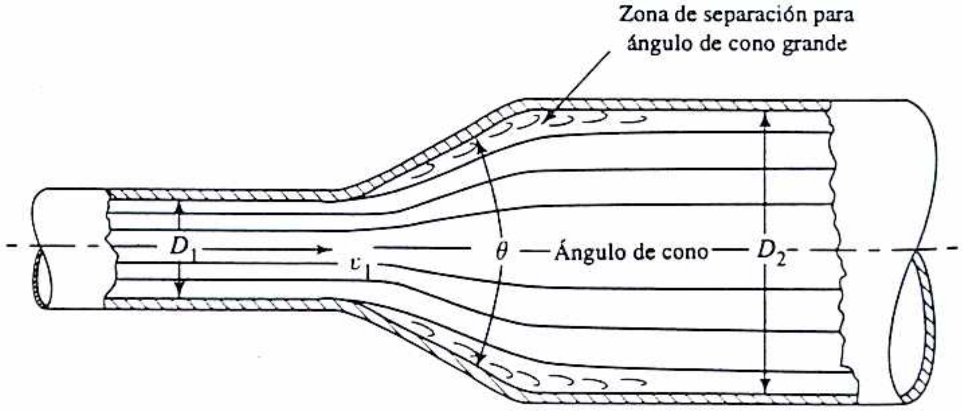

Zona de separación para ángulo de cono grande
D_1
v_1
θ — Ángulo de cono —
D_2

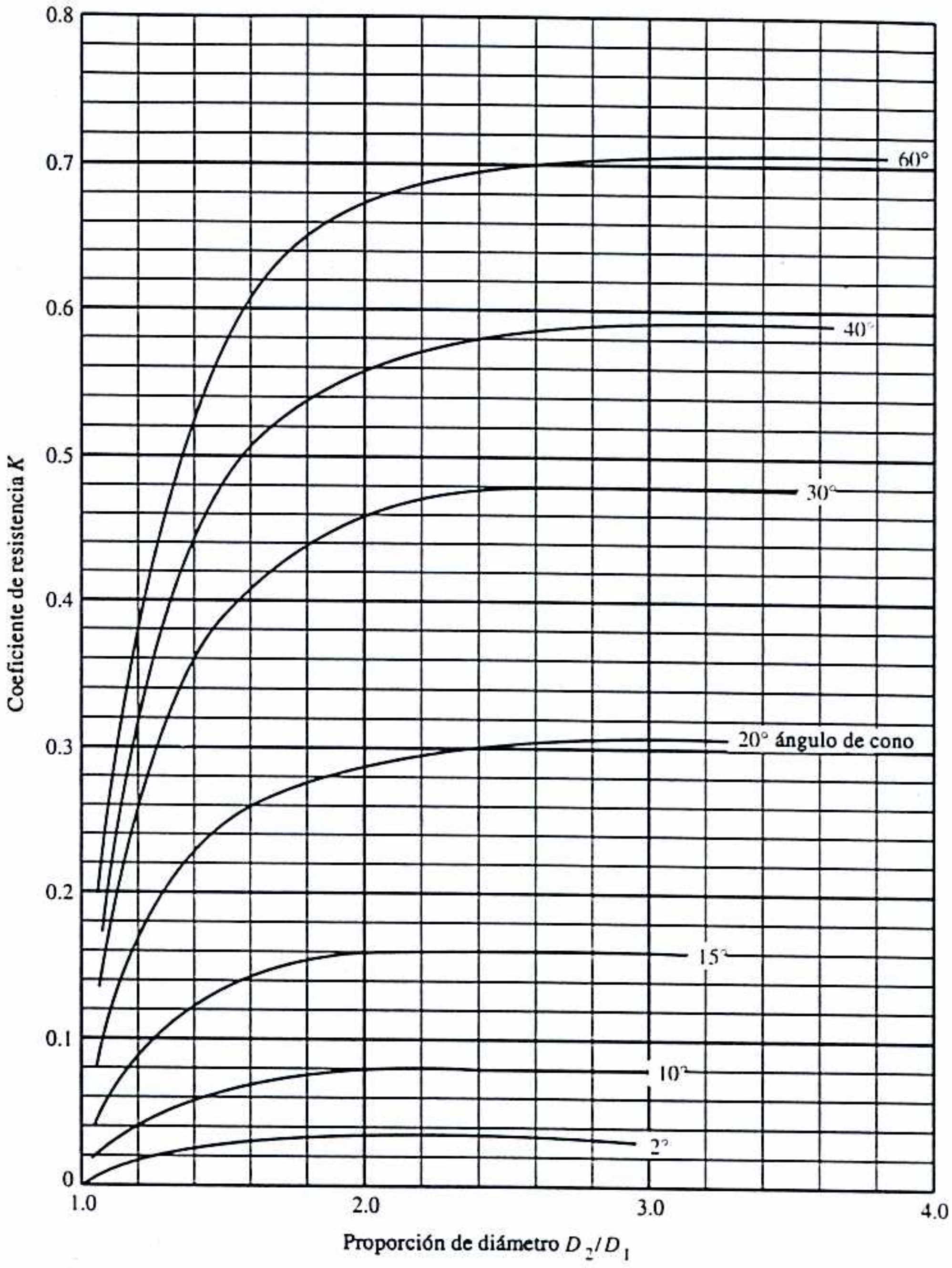
FIGURA 10.4 Dilatación gradual.

La pérdida de energía para una dilatación gradual se calcula a partir de:

$$h_L = K(v_1^2/2g) \tag{10-5}$$

donde v_1 es la velocidad del conducto menor que está adelante de la dilatación. La magnitud de K depende tanto de la proporción de diámetro D_2/D_1 como del ángulo de cono, θ. En la figura 10.5 y en la tabla 10.2 se dan varios valores de θ y D_2/D_1.

FIGURA 10.5 Coeficiente de resistencia—dilatación gradual.



La pérdida de energía calculada de la ecuación (10–5) no incluye la pérdida debido a la fricción en las paredes de la transición. Para ángulos de cono relativamente empinados, la longitud de la transición es corta y por lo tanto, la pérdida de fricción de la pared es despreciable. Sin embargo, al disminuir el ángulo del cono, la longitud de la transición se incrementa y la fricción de la pared se hace significativa. Tomando en cuenta tanto la pérdida de fricción de la pared como la pérdida debido a la dilación, podemos obtener la pérdida de energía mínima con un ángulo de cono de aproximadamente 7°.

TABLA 10.2 Coeficiente de resistencia—dilatación gradual.

	Ángulo del cono, θ											
D_2/D_1	2°	6°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	60°
1.1	0.01	0.01	0.03	0.05	0.10	0.13	0.16	0.18	0.19	0.20	0.21	0.23
1.2	0.02	0.02	0.04	0.09	0.16	0.21	0.25	0.29	0.31	0.33	0.35	0.37
1.4	0.02	0.03	0.06	0.12	0.23	0.30	0.36	0.41	0.44	0.47	0.50	0.53
1.6	0.03	0.04	0.07	0.14	0.26	0.35	0.42	0.47	0.51	0.54	0.57	0.61
1.8	0.03	0.04	0.07	0.15	0.28	0.37	0.44	0.50	0.54	0.58	0.61	0.65
2.0	0.03	0.04	0.07	0.16	0.29	0.38	0.46	0.52	0.56	0.60	0.63	0.68
2.5	0.03	0.04	0.08	0.16	0.30	0.39	0.48	0.54	0.58	0.62	0.65	0.70
3.0	0.03	0.04	0.08	0.16	0.31	0.40	0.48	0.55	0.59	0.63	0.66	0.71
∞	0.03	0.05	0.08	0.16	0.31	0.40	0.49	0.56	0.60	0.64	0.67	0.72

Fuente: King, H.W. y E.F. Brater, 1963. *Handbook of Hydraulics*, 5ª ed. Nueva York: McGraw-Hill. (Tabla 6-8.)

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 10.4** Determine la pérdida de energía que ocurrirá al fluir 100 L/min de agua de un tubo de cobre de 1 pulg (tipo K) en un tubo de cobre de 3 pulg (tipo K) a través de una dilatación gradual con un ángulo de cono de 30°.

Solución Usando los datos del apéndice H y los resultados de algunos cálculos de los ejemplos ilustrativos precedentes, sabemos que:

$$v_1 = 3.32 \text{ m/s}$$

$$v_1^2/2g = 0.56 \text{ m}$$

$$D_2/D_1 = 73.8/25.3 = 2.92$$

De la figura 10.5, encontramos que $K = 0.48$. Entonces tenemos:

$$h_L = K(v_1^2/2g) = (0.48)(0.56 \text{ m}) = 0.27 \text{ m}$$

Comparada con la dilatación súbita descrita en el ejemplo ilustrativo 10.1, la pérdida de energía disminuye en 33% cuando se utiliza la dilatación gradual de 30°.

10.7 CONTRACCIÓN SÚBITA

La pérdida de energía debido a una contracción súbita, como la esbozada en la figura 10.6, se calcula a partir de:

$$h_L = K(v_2^2/2g) \tag{10-6}$$

donde v_2 es la velocidad en la corriente hacia abajo del conducto menor a partir de la contracción. El coeficiente de resistencia K depende de la proporción de los tamaños de los dos conductos y de la velocidad de flujo, como se muestra en la figura 10.7 y la tabla 10.3.

El mecanismo mediante el cual se pierde energía debido a una contracción súbita es bastante complejo. La figura 10.8 ilustra lo que sucede al converger la corriente de flujo. Las líneas de la figura representan las trayectorias de las diversas partes de la corriente de flujo llamadas *líneas de trayectoria*. Al aproximarse las líneas de trayectoria a la contracción, asumen una trayectoria curva y la co-

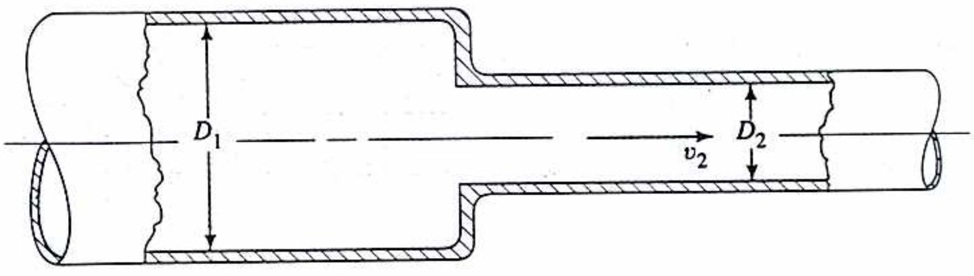


FIGURA 10.6 Contracción súbita.

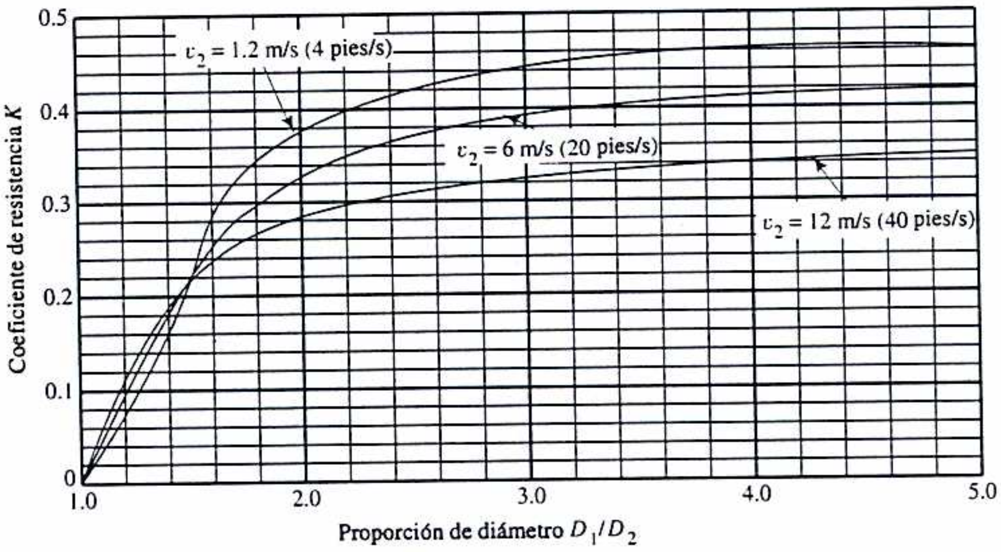


FIGURA 10.7 Coeficiente de resistencia—contracción súbita.

TABLA 10.3 Coeficiente de resistencia—contracción súbita.

	Velocidad, v_1								
D_2/D_1	0.6 m/s 2 pies/s	1.2 m/s 4 pies/s	1.8 m/s 6 pies/s	2.4 m/s 8 pies/s	3 m/s 10 pies/s	4.5 m/s 15 pies/s	6 m/s 20 pies/s	9 m/s 30 pies/s	12 m/s 40 pies/s
1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
1.1	0.03	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.05	0.05	0.06
1.2	0.07	0.07	0.07	0.07	0.08	0.08	0.09	0.10	0.11
1.4	0.17	0.17	0.17	0.17	0.18	0.18	0.18	0.19	0.20
1.6	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.25	0.25	0.25	0.24
1.8	0.34	0.34	0.34	0.33	0.33	0.32	0.31	0.29	0.27
2.0	0.38	0.37	0.37	0.36	0.36	0.34	0.33	0.31	0.29
2.2	0.40	0.40	0.39	0.39	0.38	0.37	0.35	0.33	0.30
2.5	0.42	0.42	0.41	0.40	0.40	0.38	0.37	0.34	0.31
3.0	0.44	0.44	0.43	0.42	0.42	0.40	0.39	0.36	0.33
4.0	0.47	0.46	0.45	0.45	0.44	0.42	0.41	0.37	0.34
5.0	0.48	0.47	0.47	0.46	0.45	0.44	0.42	0.38	0.35
10.0	0.49	0.48	0.48	0.47	0.46	0.45	0.43	0.40	0.36
∞	0.49	0.48	0.48	0.47	0.47	0.45	0.44	0.41	0.38

Fuente: H.W. King y E.F. Brater. 1963. *Handbook of Hydraulics*, 5ª ed. Nueva York: McGraw-Hill. (Tabla 6-9. Velocidades convertidas a unidades SI.)

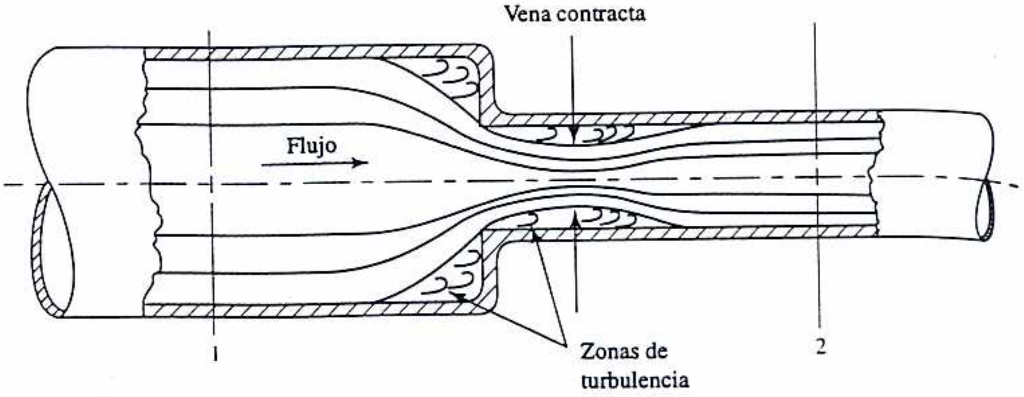


FIGURA 10.8 Vena contracta formada en una contracción súbita.

rriente total continúa estrechándose durante cierta distancia más allá de la contracción. Por lo tanto, la sección de cruce mínimo del flujo es menor que la del conducto menor. La sección donde ocurre esta área de flujo mínimo se denomina *vena contracta*. Más allá de la vena contracta, la corriente de flujo debe desacelerar y dilatarse nuevamente para llenar el conducto. La turbulencia ocasionada por la contracción y la posterior dilatación genera la pérdida de energía.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 10.5** Determine la pérdida de energía que ocurrirá al fluir 100 L/min de agua de un tubo de cobre de 3 pulg (tipo K) en un tubo de cobre de 1 pulg (tipo K) a través de una contracción súbita.

Solución De la ecuación (10–6), tenemos:

$$h_L = K(v_2^2/2g)$$

para el tubo de cobre sabemos que $D_1 = 73.8$ mm, $D_2 = 25.3$ mm y $A_2 = 5.017 \times 10^{-4}$ m². Entonces podemos encontrar los siguientes valores:

$$D_1/D_2 = 73.8/25.3 = 2.92$$

$$v_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{100 \text{ L/min}}{5.017 \times 10^{-4} \text{ m}^2} \times \frac{1 \text{ m}^3/\text{s}}{60\,000 \text{ L/min}} = 3.32 \text{ m/s}$$

$$v_2^2/2g = 0.56 \text{ m}$$

De la figura 10.7 podemos encontrar que K = 0.42. Entonces tenemos:

$$h_L = K(v_2^2/2g) = (0.42)(0.56 \text{ m}) = 0.24 \text{ m}$$

10.8 CONTRACCIÓN GRADUAL

La pérdida de energía en una contracción puede disminuirse sustancialmente haciendo la contracción más gradual. La figura 10.9 muestra una contracción de este tipo, formada mediante una sección cónica entre los dos diámetros con cambios abruptos en las junturas. El ángulo θ se denomina el *ángulo del cono*.

La figura 10.10 muestra los datos (de la referencia 5) para el coeficiente de resistencia contra la proporción de diámetro para varios valores del ángulo del cono. La pérdida de energía se calcula a partir de la ecuación (10–6), donde el coeficiente de resistencia se basa en la cabeza de velocidad en el conducto menor después de la contracción. Estos datos son para números de Reynolds mayores que

FIGURA 10.9 Contracción gradual.

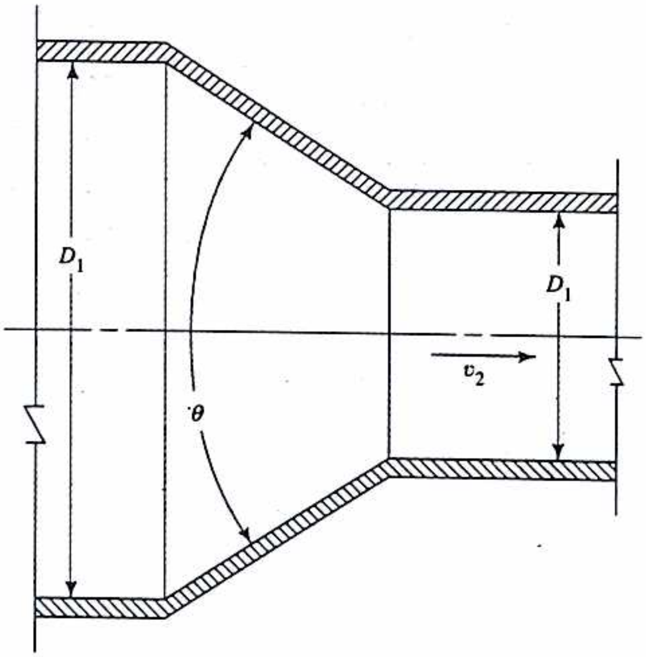


FIGURA 10.10 Coeficiente de resistencia—contracción gradual.

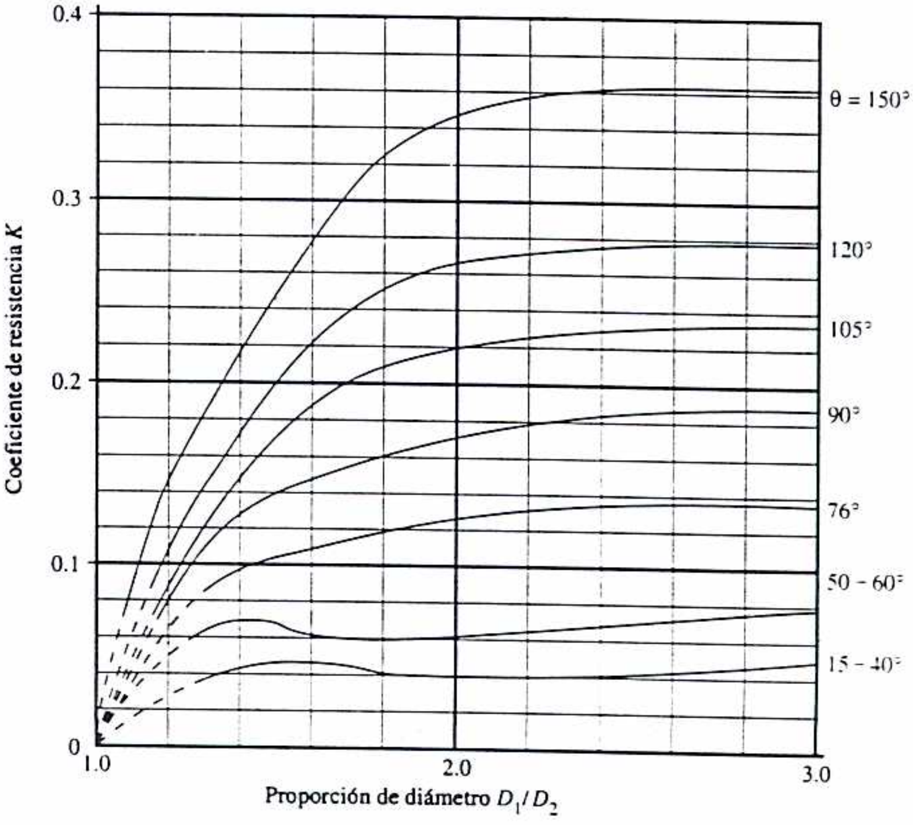


FIGURA 10.11 Coeficiente de resistencia - contracción gradual.

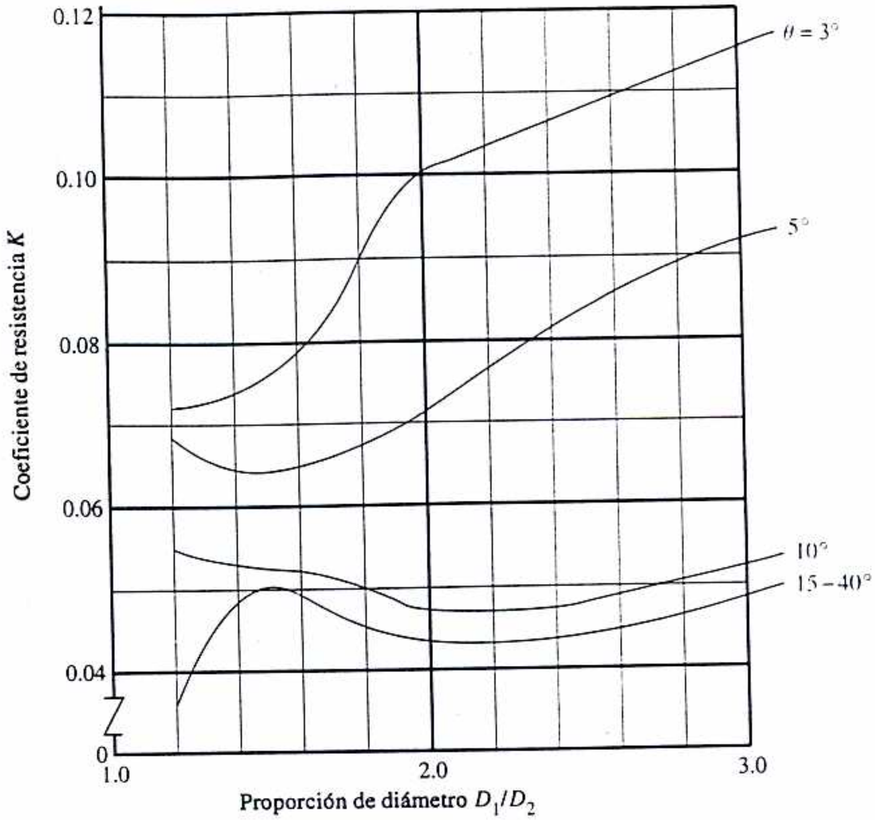
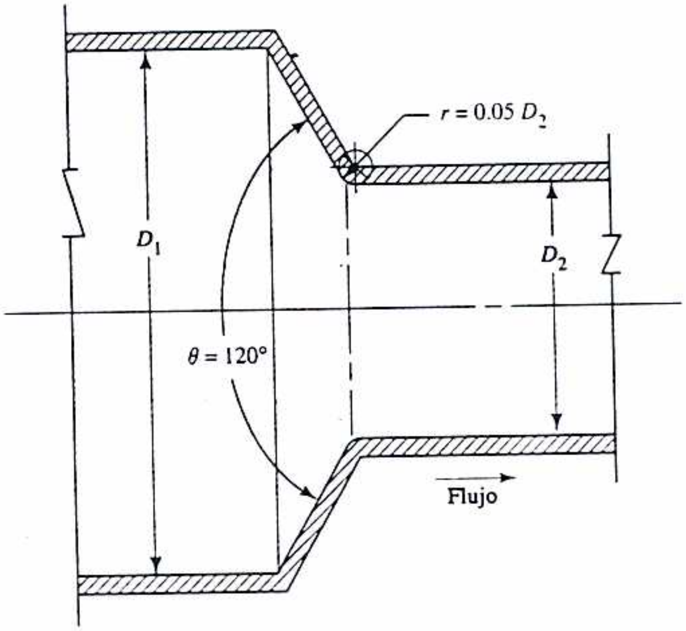


FIGURA 10.12 Contracción gradual con extremo redondeado en diámetro pequeño.



1.0×10^5. Observe que para ángulos sobre el amplio intervalo de 15 a 40°, $K = 0.05$ o menos, un valor muy bajo. Para ángulos de hasta 60°, K es menor que 0.08.

Al disminuir el ángulo de cono de la contracción por debajo de 15 grados, el coeficiente de resistencia de hecho se incrementa, como se muestra en la figura 10.11. La razón es que los datos incluyen los efectos tanto de la turbulencia local ocasionada por la separación del flujo como de la fricción del conducto. Para los ángulos de cono menores, la transición entre los dos diámetros es muy larga, lo que incrementa las pérdidas de fricción.

El redondeo del extremo de la transición cónica para juntarla con el conducto menor puede disminuir el coeficiente de resistencia por debajo de los valores mostrados en la figura 10.10. Por ejemplo, en la figura 10.12, que muestra una contracción con un ángulo incluido de 120°, el valor de K disminuye de aproximadamente 0.27 a 0.10 con un radio de sólo $0.05(D_2)$, donde D_2 está en el diámetro interno del conducto menor.

10.9
PÉRDIDA DE ENTRADA

Un caso especial de una contracción ocurre cuando un fluido fluye desde un depósito o tanque relativamente grande hacia un conducto. El fluido debe acelerar desde una velocidad relativamente despreciable a la velocidad de flujo del conducto. La facilidad con que se realiza la aceleración determina la cantidad de pérdida de energía y por lo tanto, el valor del coeficiente de resistencia de entrada depende de la geometría de la entrada. La figura 10.13 muestra cuatro configuraciones diferentes y el valor sugerido de K para cada una. Las líneas de corriente ilustran el flujo de fluido hacia el conducto y muestran que la turbulencia asociada con la formación de una vena contracta en el tubo es una causa importante de pérdida de energía. Esta condición es más severa para la entrada de proyección hacia adentro, para lo que se recomienda un valor conservador de $K = 1.0$ para los problemas de este libro. La referencia 2 recomienda $K = 0.78$. En la referencia 5 se da una estimación más precisa del coeficiente de resistencia para una entrada de proyección hacia adentro. Para una *entrada bien redondeada* con $r/D_2 > 0.15$, no se forma ninguna vena contracta, la pérdida de energía es bastante pequeña, y usamos $K = 0.04$. En resumen, después de seleccionar un valor para el coeficiente de resistencia de la figura 10.13, podemos calcular la pérdida de energía en una entrada a partir de:

$$h_L = K(v_2^2/2g) \tag{10–7}$$

donde v_2 es la velocidad de flujo en el conducto.

☐ EJEMPLO ILUSTRATIVO 10.6 Determine la pérdida de energía que ocurrirá al fluir 100 L/min de agua de un depósito hacia un tubo de cobre de 1 pulg (tipo K) (a) hacia un tubo de proyección hacia adentro y (b) a través de una entrada bien redondeada.

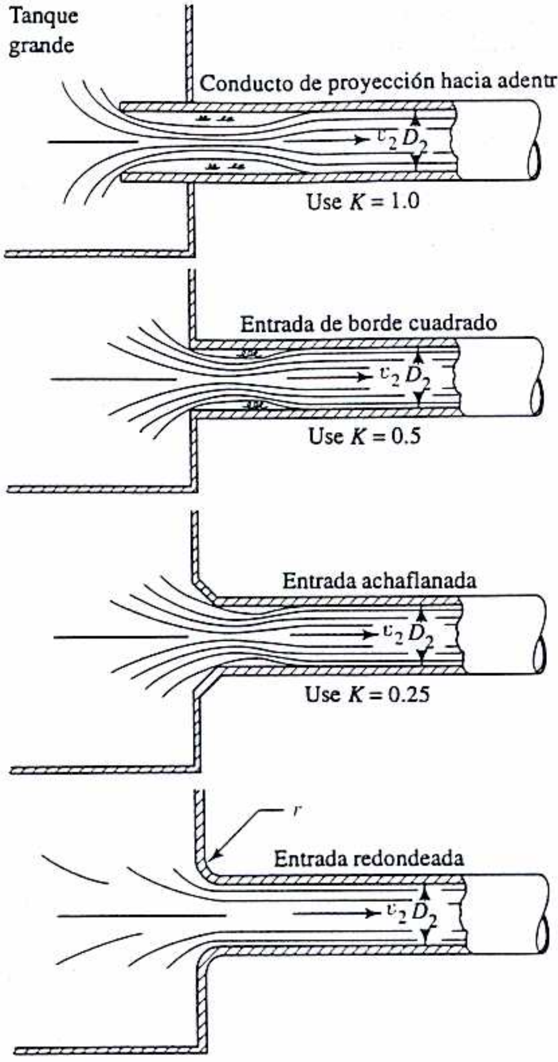
Solución Parte (a): Para el tubo, $D_2 = 25.3$ mm y $A_2 = 5.017 \times 10^{-4}$ m². Entonces obtenemos

$$v_2 = Q/A_2 = 3.32 \text{ m/s} \qquad \text{(del ejemplo ilustrativo 10.1)}$$
$$v_2^2/2g = 0.56 \text{ m}$$

Para una entrada de proyección hacia adentro, K = 1.0. Entonces tenemos:

$$h_L = (1.0)(0.56 \text{ m}) = 0.56 \text{ m}$$

FIGURA 10.13 Coeficientes de resistencia de entrada.



r/D_2	K
0	0.50
0.02	0.28
0.04	0.24
0.06	0.15
0.10	0.09
>0.15	0.04 (Bien redondeada)

Parte (b): Para una entrada bien redondeada, $K = 0.04$. Entonces tenemos:

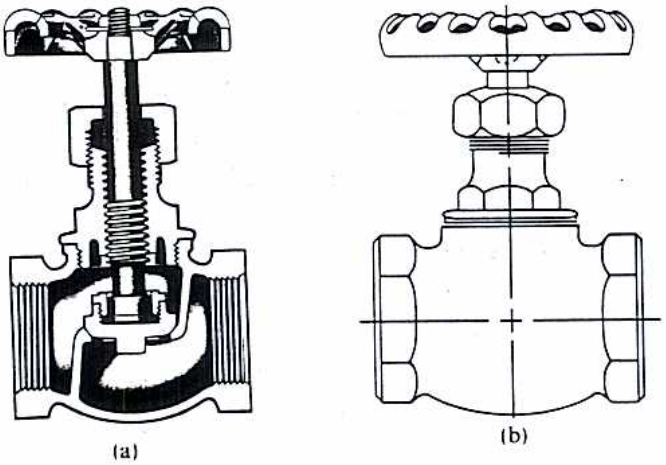
$$h_L = (0.04)(0.56\ \text{m}) = 0.02\ \text{m}$$

10.10 COEFICIENTES DE RESISTENCIA PARA VÁLVULAS Y JUNTURAS

Se dispone de muchos tipos diferentes de válvulas y junturas de varios fabricantes para especificación e instalación en sistemas de flujo de fluidos. Las válvulas se utilizan para controlar la cantidad de flujo y pueden ser válvulas de globo, de ángulo, de mariposa, otros varios tipos de válvulas de verificación y muchas más. Véanse las figuras 10.14 a 10.19 para algunos ejemplos. Las junturas dirigen la trayectoria de flujo u ocasionan un cambio en el tamaño de la trayectoria de flujo. Se incluyen los codos de varios diseños, tes, reductores, boquillas y orificios. Véanse las figuras 10.20 y 10.21.

Es importante determinar los datos de resistencia para el tipo y tamaño particular elegido porque la resistencia depende de la geometría de la válvula para

FIGURA 10.14 Válvula de globo. (Fuente: Válvulas de sifón, Joliet, IL.)



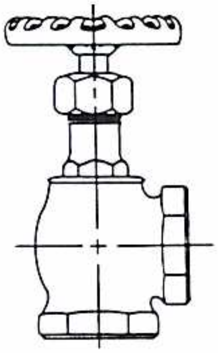


FIGURA 10.15 Válvula de ángulo. (Fuente: Válvulas de sifón, Joliet, IL.)

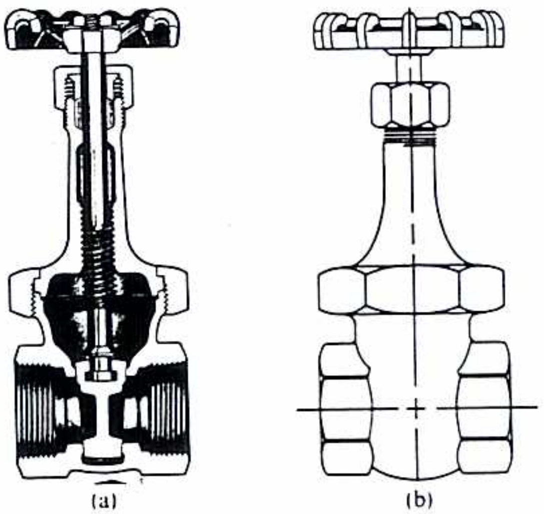
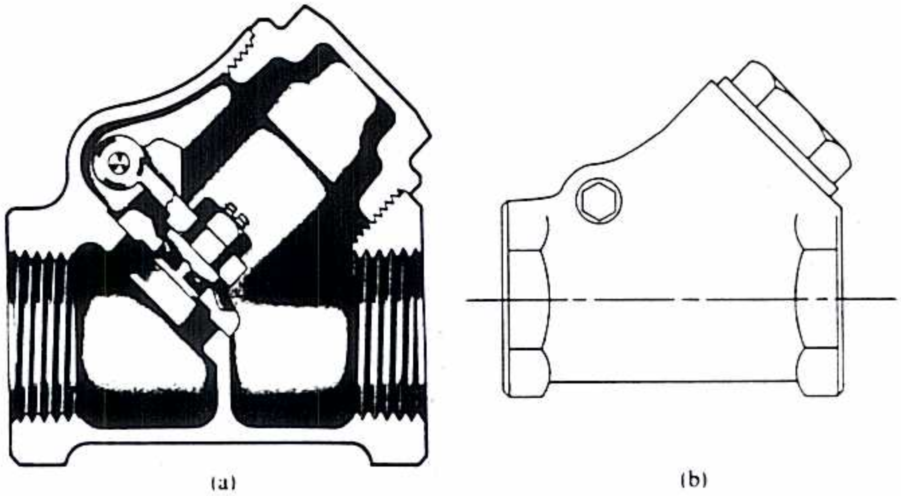


FIGURA 10.16 Válvula de compuerta. (Fuente: Válvulas de sifón, Joliet, IL.)

FIGURA 10.17 Válvula de verificación tipo giratorio. (Fuente: Válvulas de sifón, Joliet, IL.)



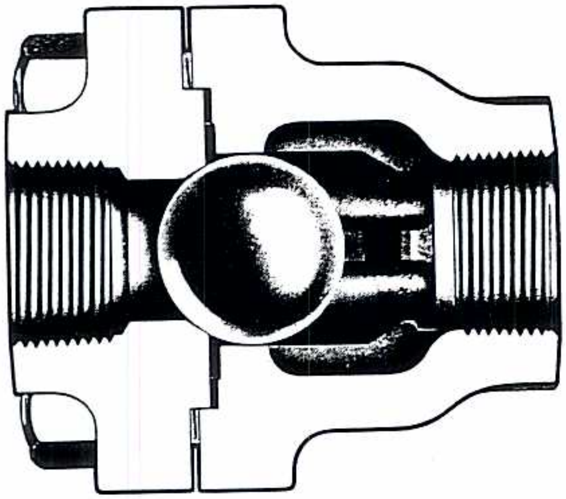


FIGURA 10.18 Válvula de verificación–tipo de bola. (Fuente: Válvulas de sifón, Joliet, IL.)

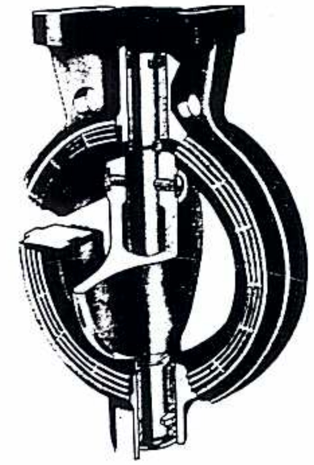
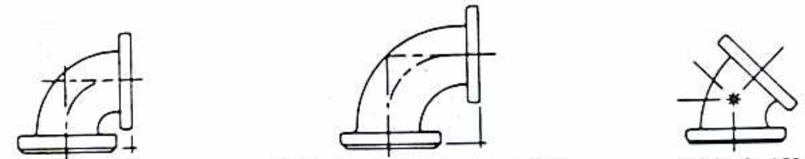
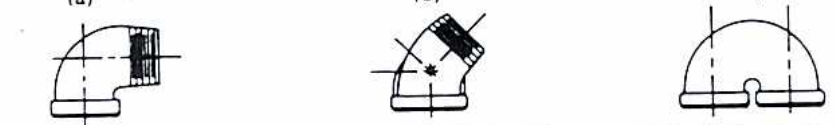


FIGURA 10.19 Válvula de mariposa. (Fuente: Válvulas de sifón, Joliet, IL.)

FIGURA 10.20 Conos de conducto. (Fuente: Válvulas de sifón, Joliet, IL.)

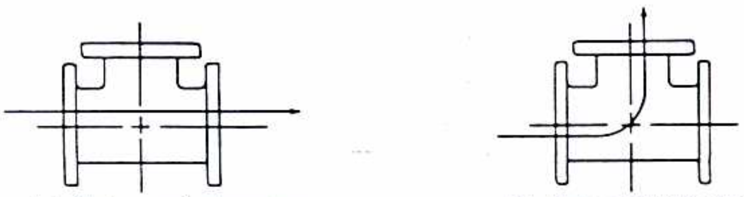


Codo de 90° (a) Codo de radio de largo de 90° (b) Codo de 45° (c)



Codo de calle de 90° (d) Codo de calle de 45° (e) Codo de devolución (f)

FIGURA 10.21 Tes estándar. (Fuente: Válvulas de sifón, Joliet, IL.)



(a) Flujo a través de un tramo

(b) Flujo a través de una rama

su ajuste. Asimismo, los distintos fabricantes pueden reportar datos en distintas formas.

Los datos aquí reportados se tomaron de la referencia 2, que incluye una lista mucho más extensa.

La pérdida de energía incurrida como flujos de fluido a través de una válvula o juntura se calcula a partir de la ecuación 10–1, según su utilización para las pérdidas menores ya analizadas. Sin embargo, el método para determinar el coeficiente de resistencia K es diferente. El valor de K se reporta en la forma:

$$K = (L_e/D)\,f_T \tag{10-8}$$

El valor de L_e/D, llamado la proporción de longitud equivalente, se reporta en la tabla 10.4 y se considera que es una constante para un tipo dado de válvula o juntura. El valor de L_e mismo se denomina la longitud equivalente y es la longitud del conducto recto del mismo diámetro nominal como la válvula que tendría la misma resistencia que ésta. El término D es el diámetro interno real del conducto.

El término f_T es el factor de fricción en el conducto al cual está conectada la válvula o juntura, *tomado en la zona de turbulencia completa*. Observe en la figura

TABLA 10.4 Resistencia en válvulas y junturas expresada como longitud equivalente en diámetros de conducto, L_e/D.

Tipo	Longitud equivalente en diámetros de conducto, L_e/D
Válvula de globo—completamente abierta	340
Válvula de ángulo—completamente abierta	150
Válvula de compuerta—completamente abierta	8
—3/4 abierta	35
—1/2 abierta	160
—1/4 abierta	900
Válvula de verificación—tipo giratorio	100
Válvula de verificación—tipo de bola	150
Válvula de mariposa—completamente abierta	45
Codo estándar de 90°	30
Codo de radio de largo de 90°	20
Codo de calle de 90°	50
Codo estándar de 45°	16
Codo de calle de 45°	26
Codo de devolución cerrada	50
Te estándar—con flujo a través de un tramo	20
Te estándar—con flujo a través de una rama	60

Fuente: Válvulas de sifón, Joliet, IL.

9.2, el diagrama de Moody, que la zona de turbulencia completa cae en el área derecha más alejada, donde el factor de fricción es independiente del número de Reynolds. La línea punteada que corre generalmente en forma diagonal a través del diagrama divide la zona de turbulencia completa de la zona de transición a la izquierda.

Los valores de f_T varían con el tamaño del conducto y de la válvula, ocasionando que el valor del coeficiente de resistencia K también varíe. La tabla 10.5 enumera los valores de f_T para tamaños estándar de conductos de acero comercial, nuevo y limpio.

TABLA 10.5 Factor de fricción en zona de turbulencia completa para conductos de acero comercial nuevo y limpio.

Tamaño de conducto nominal (pulg)	Factor de fricción, f_T	Tamaño de conducto nominal (pulg)	Factor de fricción, f_T
½	0.027	4	0.017
¾	0.025	5	0.016
1	0.023	6	0.015
1¼	0.022	8–10	0.014
1½	0.021	12–16	0.013
2	0.019	18–24	0.012
2½, 3	0.018		

Algunos diseñadores de sistemas prefieren calcular la longitud equivalente del conducto para una válvula y combinar ese valor con la longitud real del conducto. La ecuación (10–8) puede resolverse para L_e,

$$L_e = K\,D/f_T \tag{10–9}$$

Observe, sin embargo, que esto sería válido sólo si el flujo en el conducto está en la zona de turbulencia completa.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 10.7** Determine el coeficiente de resistencia K para una válvula de globo completamente abierta colocada en un conducto de acero Calibre 40 de 6 pulg.

Solución De acuerdo con la tabla 10.4 encontramos que la proporción de longitud equivalente L_e/D para una válvula de globo completamente abierta es 340. De la tabla 10.5 encontramos que $f_T = 0.015$ para un conducto de 6 pulg. Entonces:

$$K = (L_e/D)\,f_T = (340)(0.015) = 5.10$$

Usando $D = 0.5054$ pies para el conducto, la longitud equivalente es:

$$L_e = K\,D/f_T = (5.10)(0.5054 \text{ pies})/(0.015) = 172 \text{ pies}$$

La apariencia física de las válvulas y junturas típicas enumeradas en la tabla 10.4 se muestran en las figuras 10.14 a 10.21. La magnitud de la proporción de longitud equivalente L_e/D, y por lo tanto, la pérdida de energía, depende de la complejidad de la trayectoria de fluido a través del dispositivo.

La construcción interna de la válvula de ángulo es similar a la válvula de globo, excepto que el fluido fluye directamente a través del asiento y luego voltea 90° al dejar la válvula. En la válvula de compuerta, la compuerta se saca de la corriente de flujo al abrirse. Cuando está completamente abierta, existe una obstrucción muy secundaria. La función de la válvula de verificación es permitir el flujo en una sola dirección.

En algunos casos, particularmente con respecto de las válvulas de control en sistemas de potencia de fluidos, la pérdida de energía como tal no se reporta. en vez de esto, se reporta la magnitud de la caída de presión al fluir el fluido a través de la válvula a una cierta velocidad de flujo.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 10.8** Calcule la caída de presión a través de una válvula de globo completamente abierta en un conducto de acero Calibre 40 de 4 pulg que lleva 400 gal/min de petróleo (sg = 0.87).

Solución En la figura 10.22 se muestra un esbozo de la instalación. Con el fin de determinar la caída de presión, la ecuación de energía debería escribirse para el flujo entre los puntos 1 y 2:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} - h_L = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

La pérdida de energía h_L es la pérdida menor debido sólo a la válvula. La caída de presión es la diferencia entre p_1 y p_2. La resolución de la ecuación de energía para esta diferencia da

$$p_1 - p_2 = \gamma\left[(z_2 - z_1) + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + h_L\right]$$

pero $z_1 = z_2$ y $v_1 = v_2$. Entonces tenemos

$$p_1 - p_2 = \gamma h_L$$

La ecuación (10–1) se utiliza para determinar h_L:

$$h_L = K \times \frac{v^2}{2g} = f_T \times \frac{L_e}{D} \times \frac{v^2}{2g}$$

La velocidad v es la velocidad promedio del flujo en el conducto de 4 pulg. Para el conducto, $D = 0.3355$ pies y $A = 0.0884$ pies². Entonces tenemos:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{400 \text{ gal/min}}{0.0884 \text{ pies}^2} \times \frac{1 \text{ pie}^3\text{/s}}{449 \text{ gal/min}} = 10.08 \text{ pies/s}$$

De la tabla 10.5 encontramos $f_T = 0.017$ para un conducto de 4 pulg. Para la válvula de globo, $L_e/D = 340$. Entonces,

$$h_L = f_T \times \frac{L_e}{D} \times \frac{v^2}{2g} = (0.017)(340)\,\frac{(10.08)^2}{(2)(32.2)} \text{ pies} = 9.12 \text{ pies}$$

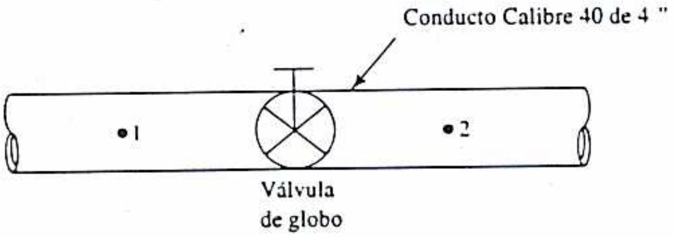


FIGURA 10.22 Válvula de globo para el problema del ejemplo 10.8.

Para el petróleo, $\gamma = (0.870)(62.4\ \text{lb/pie}^3)$. Entonces tenemos

$$p_1 - p_2 = \gamma h_L = \frac{(0.870)(62.4)\ \text{lb}}{\text{pies}^3} \times 9.12\ \text{pies} \times \frac{1\ \text{pie}^2}{144\ \text{pulg}^2}$$

$$p_1 - p_2 = 3.4\ \text{lb/pulg}^2$$

Por lo tanto, la presión en el petróleo cae en 3.4 lb/pulg^2 al fluir a través de la válvula. Asimismo, una pérdida de energía de 9.12 lb–pie se disipa como calor de cada libra de petróleo que fluye a través de la válvula.

10.11 CODOS DE TUBERÍA

A menudo es más conveniente curvar un conducto o tubo que instalar un codo comercialmente hecho. La resistencia al flujo de un codo depende de la proporción del radio r del codo con el conducto dentro del diámetro D. La figura 10.23 muestra que la resistencia mínima ocurre cuando la proporción r/D es aproximadamente tres. La resistencia se da en términos de la proporción de longitud equivalente L_e/D, y por lo tanto, la ecuación (10–8) debe usarse para calcular el coeficiente de resistencia. La resistencia mostrada en la figura 10.23 incluye tanto la resistencia del codo como la resistencia debido a la longitud del conducto en el codo.

Cuando calculamos la proporción r/D, r se define como el radio a la *línea del centro* del conducto o tubo, denominado el *radio medio* (véase la figura 10.24). Esto es, si R_o es el *diámetro externo* del conducto o tubo:

$$r = R_i + D_o/2$$
$$r = R_o - D_o/2$$
$$r = (R_o + R_i)/2$$

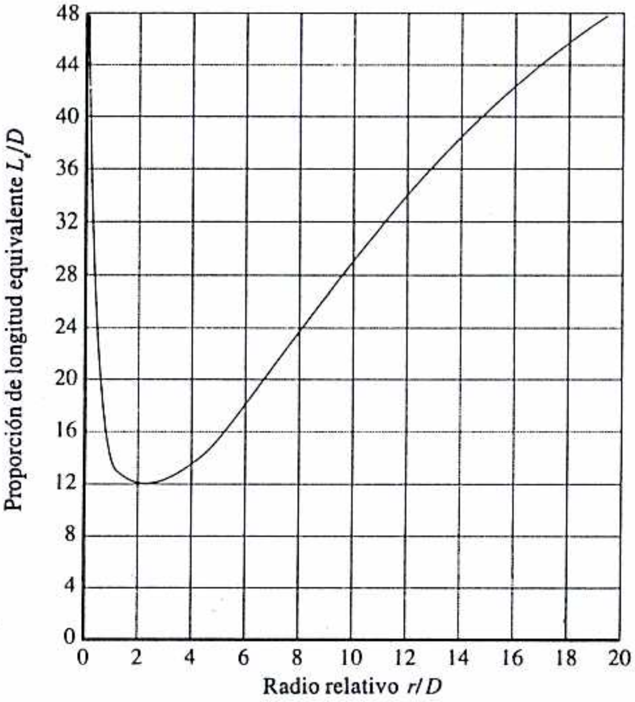
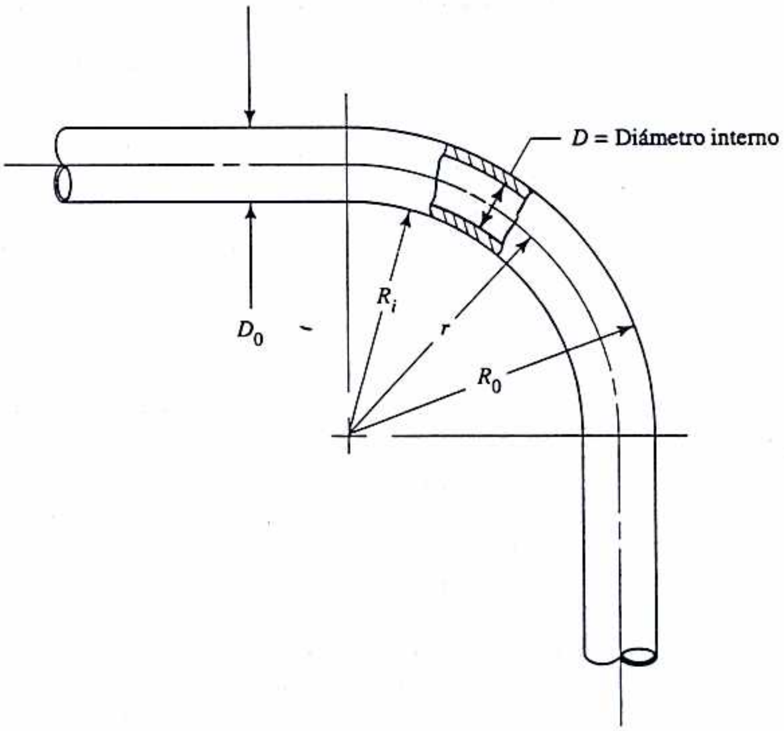


FIGURA 10.23 Resistencia debido a los codos de tubería de 90°. (Fuente: Beij, K.H. Pressure Losses for Fluid Flow in 90 Degree Pipe Bends. *Journal of Research of the National Bureau of Standards 21* [julio 1938]: 1-18.)

FIGURA 10.24 Codo de tubería de 90°.



☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 10.9** Un sistema de distribución para propano líquido está hecho a partir de tubería de acero de 1¼ pulg con un grosor de 0.083 pulg. Se requieren varios codos de 90° para ajustarse al otro equipo del sistema. Las especificaciones requieren que el radio del interior de cada codo sea de 200 mm. Cuando el sistema lleva 160 L/min de propano a 25 °C, calcule la pérdida de energía en cada codo.

Solución La ecuación de Darcy debe usarse para calcular la pérdida de energía con la proporción L_e/D para los codos de la figura 10.23. Primero, determinemos r/D, recordando que D es el diámetro interno del tubo y r es el radio a la línea central del tubo. Del apéndice G encontramos que D = 27.5 mm = 0.0275 m. El radio r debe calcularse a partir de:

$$r = R_i + D_o/2$$

Donde D_o = 31.75 mm, y el diámetro externo del tubo como el del apéndice G. Terminando los cálculos, tenemos:

$$r = 200 \text{ mm} + (31.75 \text{ mm})/2 = 215.9 \text{ mm}$$

y:

$$r/D = 215.9 \text{ mm}/27.5 \text{ mm} = 7.85$$

De acuerdo con la figura 10.23, encontramos que la proporción de longitud equivalente es 23.

Ahora debemos calcular la velocidad para completar la evaluación de la pérdida de energía de la ecuación de Darcy:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{160 \text{ L/min}}{5.954 \times 10^{-4} \text{ m}^2}\,\frac{1.0 \text{ m}^3\text{/s}}{60\,000 \text{ L/min}} = 4.48 \text{ m/s}$$

La aspereza relativa es:

$$D/\epsilon = (0.0275\ \text{m})/(4.6 \times 10^{-5}\ \text{m}) = 598$$

Entonces, podemos encontrar $f_T = 0.022$ del diagrama de Moody (figura 9.2) en la zona de turbulencia completa. Ahora puede calcularse la pérdida de energía:

$$h_L = f_T \frac{L_e}{D} \frac{v^2}{2g} = (0.022)(23)\frac{(4.48)^2}{(2)(9.81)} = 0.517\ \text{m} = 0.517\ \text{N}\cdot\text{m/N}$$

REFERENCIAS

1. Beij, K.H. 1938. Pressure Losses for Fluid Flow pulg 90 Degree Pipe Bends. *Journal of Research of the National Bureau of Standards* 21:1-18.
2. Crane Co. 1988. *Flow of Fluids Through Valves, Fittings, and Pipe*. Technical paper no. 410. Joliet, Illinois: Author.
3. Dodge, L. 1968. How to Compute and Combine Fluid Flow Resistances pulg Components. *Hydraulics and Pneumatics* 21:118-21.
4. The Hydraulic Institute. 1961. *Pipe Friction Manual*. 3ª ed. Nueva York: Author.
5. Idelchik, I.E. 1986. *Handbook of Hydraulic Resistance*. 2ª ed. Nueva York: Harper & Row.
6. King, H.W. y E.F. Brater, 1976. *Handbook of Hydraulics*, 6ª ed. Nueva York: McGraw-Hill.
7. King, R.C. y Sabin Crocker. 1967. *Piping Handbook*, 5ª ed. Nueva York: McGraw-Hill.
8. Simpson, L.L. 1968. Sizing Piping for Process Plants. *Chemical Engineering* 75:193-214.

PROBLEMAS DE PRÁCTICA

10.1M *Determine la pérdida de energía debido a una dilatación súbita de un conducto de 50 mm a uno de 100 mm cuando la velocidad de flujo es de 3 m/s en el conducto más pequeño.*

10.2M *Determine la pérdida de energía debido a una dilatación súbita de un conducto estándar Calibre 80 de 1 pulg a uno Calibre 80 de 3½ pulg cuando el caudal es $3 \times 10^{-3}\ m^3/s$.*

10.3E Determine la pérdida de energía debido a una dilatación súbita de un conducto estándar Calibre 80 de 1 pulg a uno Calibre 80 de 3½ pulg cuando el caudal es 0.10 $\text{pies}^3/_s$.

10.4E Determine la diferencia de presión entre dos puntos en cualquier lado de una dilatación súbita de un tubo de 2 pulg de diámetro interno a uno con 6 pulg de diámetro interno cuando la velocidad de flujo de agua es 4 pies/s en el tubo menor.

10.5E Determine la diferencia de presión para las condiciones del problema 10.4 si la dilatación fuera gradual con un ángulo de cono de 15°.

10.6M *Determine la pérdida de energía debido a una dilatación gradual de un conducto de 25 mm a uno de 75 mm cuando la velocidad de flujo es 3 m/s en el conducto menor y el ángulo de cono de la dilatación es 20°.*

10.7M *Determine la pérdida de energía para las condiciones del problema 10.6 si el ángulo de cono se incrementa a 60°.*

10.8E Calcule la pérdida de energía para dilataciones graduales con ángulos de cono de 2 a 60° en los incrementos mostrados en la figura 10.5. Para cada caso, el agua a 60 °F fluye a 86 gal/min en un conducto Calibre 40 que se dilata a uno de igual Calibre pero de 6 pulg.

10.9E Trace una gráfica de pérdida de energía contra ángulo de cono para los resultados del problema 10.8.

10.10E Para los datos del problema 10.8, calcule la longitud requerida para lograr la dilatación para cada ángulo de cono. Después calcule la pérdida de energía debido a fricción en esa longitud usando la velocidad, diámetro y número de Reynolds del punto medio entre los extremos de la dilatación. Use agua a 60 °F.

10.11E Añada la pérdida de energía debido a la fricción del problema 10.10 a la pérdida de energía de la dilatación del problema 10.8 y grafique el total contra el ángulo de cono en la misma gráfica usada en el problema 10.9.

10.12M *Otro término para una dilatación es un* difusor. *Un difusor se utiliza para convertir energía cinética ($v^2/2g$)*

a energía de presión (p/γ). Un difusor ideal es aquel en el que no ocurren pérdidas de energía y puede usarse la ecuación de Bernoulli para calcular la presión después de la expansión. Calcule la presión después de la expansión para un difusor ideal para el flujo de agua a 20 °C de un tubo de cobre de tipo K de 1 pulg a un tubo de tipo K de 3 pulg. El caudal de volumen es 150 L/min, y la presión antes de la expansión es 500 kPa.

10.13M *Calcule la presión resultante después de un difusor "real" en el que se considera la pérdida de energía debido a la dilatación para los datos presentados en el problema 10.12. La dilatación es súbita.*

10.14M *Calcule la presión resultante después de un difusor "real" en el que se considera la pérdida de energía debido a la dilatación para los datos presentados en el problema 10.12. La dilatación es gradual con ángulos de cono de (a) 60°, (b) 30° y (c) 10°. Compare los resultados con los de los problemas 10.12 y 10.13.*

10.15M *Determine la pérdida de energía cuando 0.04 m^3/s de agua fluyen de un conducto estándar Calibre 40 de 6 pulg en un depósito grande.*

10.16E Determine la pérdida de energía cuando 1.50 $pies^3$/s de agua fluyen de un conducto estándar Calibre 40 de 6 pulg en un depósito grande.

10.17E Determine la pérdida de energía cuando petróleo de una gravedad específica de 0.87 fluye de un conducto de 4 pulg a uno de 2 pulg a través de una contracción súbita si la velocidad de flujo en el conducto mayor es de 4.0 pies/s.

10.18E Para las condiciones del problema 10.17, si la presión antes de la contracción fuera de 80 lb/$pulg^2$ relativa, calcule la presión en el conducto menor.

10.19 Cierto o Falso: Para una contracción súbita con una proporción de diámetro de 3.0, la pérdida de energía disminuye al incrementarse la velocidad de flujo.

10.20M *Determine la pérdida de energía para una contracción súbita de un conducto de acero Calibre 80 de 5 pulg a uno de 2 pulg para un caudal de 500 L/min.*

10.21M *Determine la pérdida de energía para una contracción gradual de un conducto de acero Calibre 80 de 5 pulg a uno de 2 pulg para un caudal de 500 L/min. El ángulo de cono para la contracción es 105°.*

10.22E Determine la pérdida de energía para una contracción súbita para un conducto de acero Calibre 80 de 4 pulg a uno de $1\frac{1}{2}$ pulg para un caudal de 250 gal/min.

10.23E Determine la pérdida de energía para una contracción gradual para un conducto de acero Calibre 80 de 4 pulg a uno de $1\frac{1}{2}$ pulg para un caudal de 250 gal/min. El ángulo de cono para la contracción es 76°.

10.24E Para los datos del problema 10.22, calcule la pérdida de energía para contracciones graduales con cada uno de los ángulos de cono enumerados en las figuras 10.10 y 10.11. Grafique la pérdida de energía contra el ángulo de cono.

10.25E Para cada contracción descrita en los problemas 10.22 y 10.24, haga un dibujo a escala del dispositivo para observar su apariencia física.

10.26E Observe en las figuras 10.10 y 10.11 que la pérdida de energía mínima para contracción gradual ($K = 0.04$ aproximadamente) ocurre cuando el ángulo de cono está en el intervalo de 15 a 40°. Haga dibujos a escala de contracciones en estos dos extremos para una reducción de un conducto de hierro dúctil de 6 pulg a uno de 3 pulg.

10.27E Si la contracción de un conducto de hierro dúctil de 6 pulg a uno de 3 pulg descrita en el problema 10.26 se hiciera con un ángulo de cono de 120°, ¿cuál sería el coeficiente de resistencia resultante? Haga un dibujo a escala de este reductor.

10.28E Calcule la pérdida de energía que ocurriría al fluir 50 gal/min de un tanque a un tubo de acero con diámetro externo de 2.0 pulg y un grosor de pared de 0.065 pulg. El tubo se instala nivelado con el interior de la pared del tanque con un borde cuadrado.

10.29M *Determine la pérdida de energía que ocurrirá si fluye agua de un depósito hacia un conducto con una velocidad de 3 m/s si la configuración de la entrada es (a) un conducto de proyección hacia adentro (usando $K = 1.0$), (b) una entrada de borde cuadrado, (c) una entrada achaflanada o (d) una entrada bien redondeada.*

10.30M *Determine la longitud equivalente en metros de conducto de una válvula de globo completamente abierta colocada en un conducto Calibre 40 de 10 pulg.*

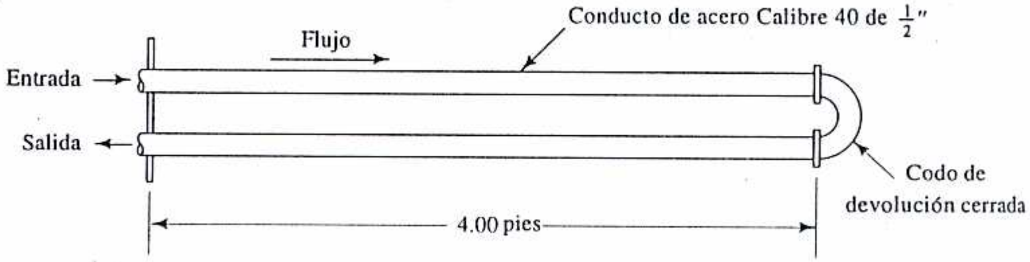
10.31M *Repita el problema 10.30 para una válvula de compuerta completamente abierta.*

10.32E Calcule el coeficiente de resistencia K para una válvula de verificación de tipo de bola situada en un conducto de acero Calibre 40 de 2 pulg, si fluye agua a 100° con una velocidad de 10 pies/s.

10.33E Calcule la diferencia de presión a través de una válvula de ángulo completamente abierta colocada en un conducto de acero Calibre 40 de 5 pulg que lleva 650 gal/min de petróleo (sg = 0.90).

10.34M Determine la caída de presión a través de un codo estándar de 90° en un conducto de acero Calibre 40 de $2\frac{1}{2}$ pulg, si fluye agua a 15° con una velocidad de 750 L/min.

FIGURA 10.25 Problema 10.37.


Conducto de acero Calibre 40 de $\frac{1}{2}$"
Flujo
Entrada
Salida
Codo de devolución cerrada
4.00 pies

10.35M *Repita el problema 10.34 para un codo de calle.*

10.36M *Repita el problema 10.34 para un codo de radio largo. Compare los resultados de los problemas 10.34, 10.35 y 10.36.*

10.37E Un intercambiador de calor simple se hace instalando un codo de devolución cerrada en conductos de acero Calibre 40 de ½ pulg como se muestra en la figura 10.25. Calcule la diferencia de presión entre la entrada y la salida para un caudal de 12.5 gal/min de etilenglicol a 77 °F.

10.38E Una forma alternativa propuesta para el intercambiador de calor descrito en el problema 10.37 se muestra en la figura 10.26. Todo el conducto de flujo es un tubo de acero de ¾ pulg. Observe que el diámetro interno de este tubo es de 0.620 pulg, ligeramente menor que el del conducto Calibre 40 de ½ pulg (D = 0.622 pulg). El codo de devolución se forma mediante dos codos de 90° con una longitud corta de tubo recto entre ellos. Calcule la diferencia de presión entre la entrada y la salida de este diseño y compárelo con el sistema del problema 10.37.

10.39E Un sistema de tubería para una bomba contiene una T, como se muestra en la figura 10.27, para permitir la medición de la presión en la salida de la bomba. Sin embargo, no hay flujo hacia la línea que conduce

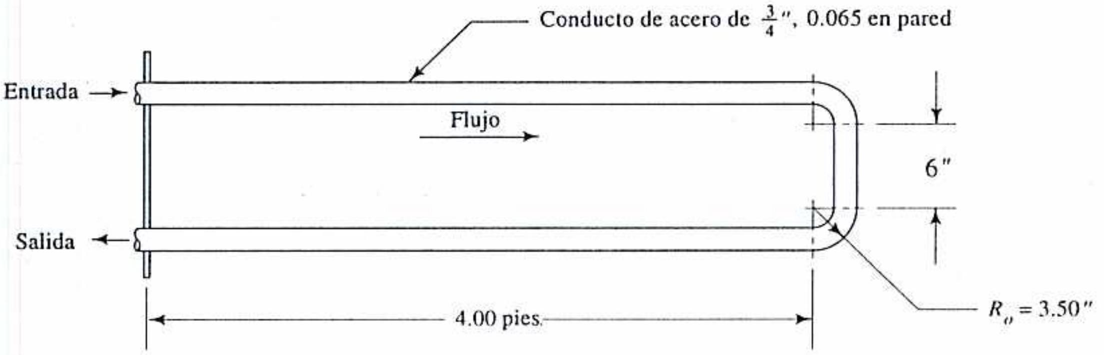


FIGURA 10.26 Problema 10.38.

FIGURA 10.27 Problema 10.39.

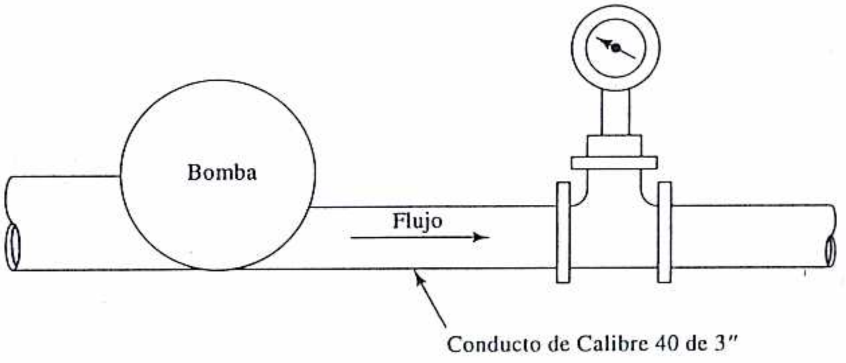


FIGURA 10.28 Problema 10.40.

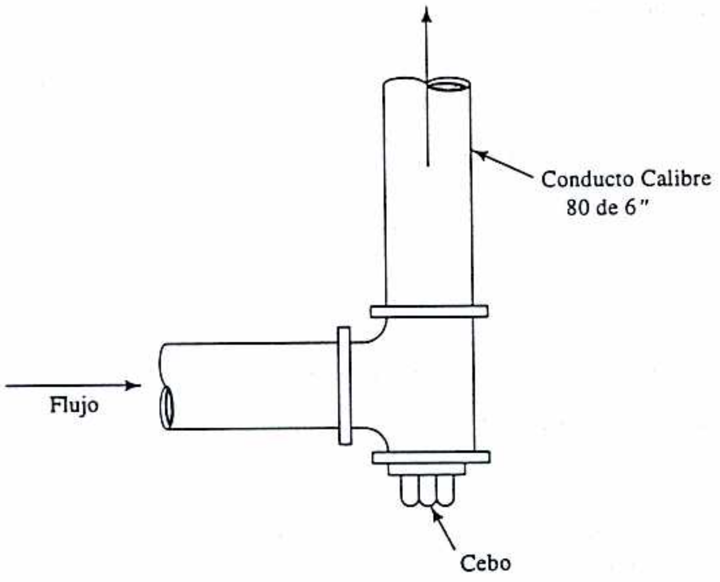
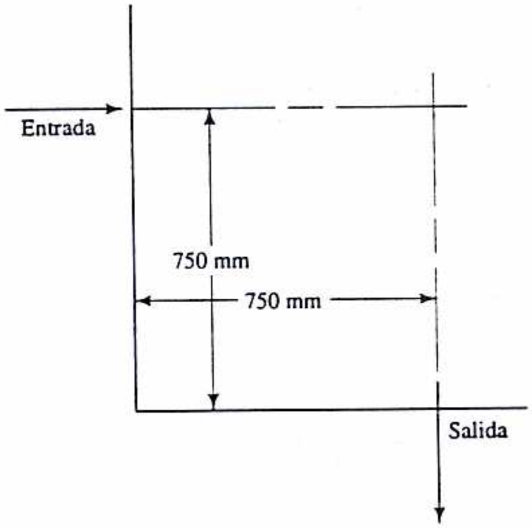
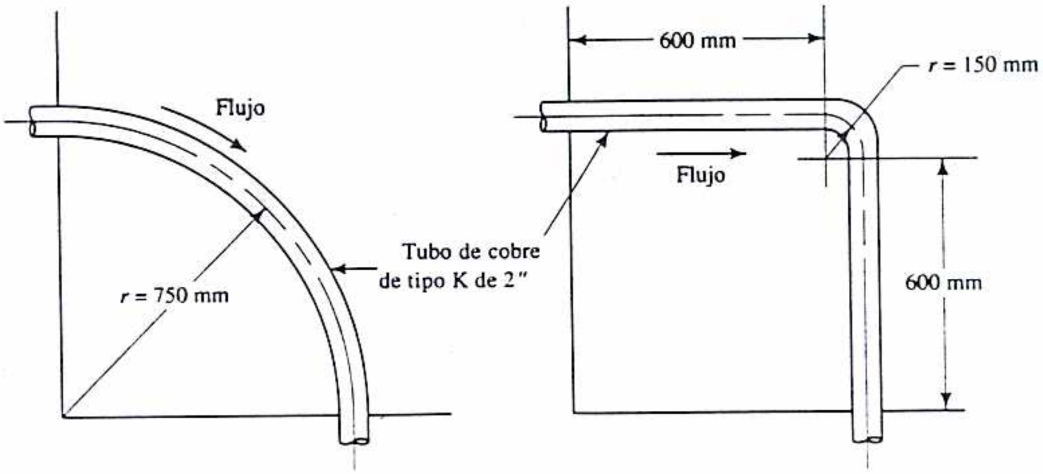


FIGURA 10.29 Problema 10.43.



(a) Boceto básico



(b) Propuesta 1

(c) Propuesta 2

al calibre. Calcule la pérdida de energía al fluir 0.40 pies^3/s de agua a 50° a través de la T.

10.40M *Un sistema de tubería para suministrar petróleo combustible pesado a 25 °C se dispone como se muestra en la figura 10.28. La pierna de base de la T normalmente está cebada, pero el cebo puede eliminarse para limpiar el conducto. Calcule la pérdida de energía al fluir 0.08 m^3/s a través de la T.*

10.41M *Un tubo de cobre de tipo K de 1 pulg suministra agua caliente (80 °C) a un sistema de lavado en una fábrica a un caudal de 250 L/min. En varios puntos del sistema se requiere un codo de 90°. Calcule la pérdida de energía en cada codo si el radio de la parte externa del codo es 300 mm.*

10.42M *Especifique el radio en mm a la línea de centro de un codo de 90° en un tubo de cobre de tipo K de 1 pulg para lograr la pérdida de energía mínima. Para este codo que lleva 250 L/min de agua a 80 °C, calcule la pérdida de energía. Compare los resultados con los del problema 10.41.*

10.43M *La entrada y la salida mostradas en la figura 10.29(a) deben conectarse con un tubo de cobre de tipo K de 2 pulg para llevar 750 L/min de alcohol propílico a 25 °C. Evalúe los dos esquemas mostrados en las partes (a) y (c) de la figura con respecto de la pérdida de energía. Incluya las pérdidas debidos tanto al codo como a la fricción en el tubo recto.*

10.44M *Compare las pérdidas de energía para las dos propuestas del problema 10.43 con la pérdida de energía para la propuesta de la figura 10.30.*

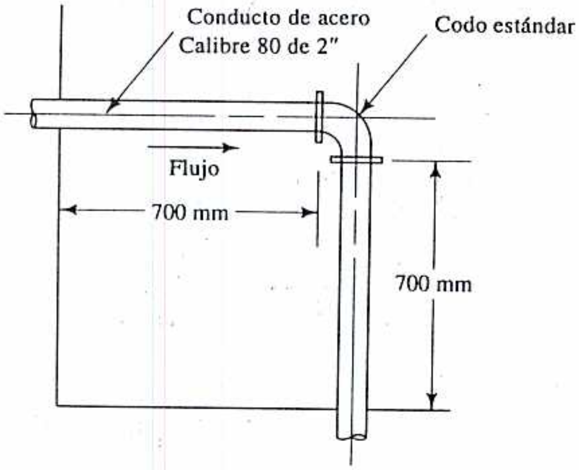


FIGURA 10.30 Problema 10.44.

10.45M *Determine la pérdida de energía que ocurre al fluir 40 L/min de agua a 10 °C alrededor de un codo de 90° en un tubo de acero comercial con un diámetro externo de $^3/_4$ pulg y un grosor de pared de 0.065 pulg. El radio del codo a la línea central del tubo es de 150 mm.*

10.46M *La figura 10.31 muestra una disposición de prueba para determinar la pérdida de energía debido a un intercambiador de calor. Verticalmente hacia arriba a 6.0×10^{-3} m^3/s fluye agua a 50 °C. Calcule la pérdide energía entre los puntos 1 y 2. Determino el coeficiente de resistencia para el intercambiador de calor, basándose en la velocidad en el conducto de entrada.*

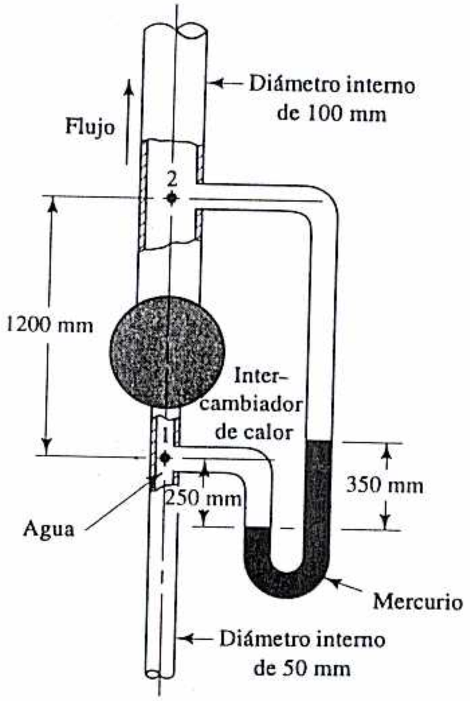


FIGURA 10.31 Problema 10.46.

11 Sistemas de línea de tubería en serie

11.1 OBJETIVOS

Este capítulo es la culminación de los capítulos anteriores, los cuales tratan del flujo de fluidos en tuberías y tubos. Hemos desarrollado los conceptos de velocidad de flujo de fluidos, la ecuación de continuidad, la ecuación de Bernoulli y la ecuación general de la energía. Se han definido los flujos turbulento y laminar y se ha utilizado el número de Reynolds para determinar el tipo de fluido en un sistema dado. Se ha presentado la forma de calcular las pérdidas de energía debido a la fricción. Asimismo, hemos estudiado los diferentes tipos de pérdidas secundarias del flujo de fluidos a través de válvulas y herrajes y para cambios de velocidad o dirección del fluido.

Por supuesto, los sistemas reales de flujo de fluidos con frecuencia contienen varias pérdidas secundarias así como pérdidas de energía debido a la fricción conforme el fluido es entregado de un punto a otro. Puede utilizarse más de un tamaño de tubería. Este capítulo presenta los métodos de análisis para sistemas de línea de tubería reales en los cuales el fluido fluye a través de una trayectoria continua única. A tales sistemas se les llama *sistemas de línea de tubería en serie.*

Después de haber terminado el estudio de este capítulo, usted deberá ser capaz de:

1. Identificar los sistemas de línea de tubería en serie.
2. Determinar si un sistema determinado es Clase I, Clase II o Clase III.
3. Calcular la pérdida de energía total, las diferencias de elevación, o las diferencias de presión de los sistemas de Clase I con cualquier combinación de tuberías, pérdidas menores, bombas o depósitos cuando el sistema transporta una velocidad de flujo dada.
4. Determinar en los sistemas de Clase II la velocidad o la velocidad de flujo de volumen a través del sistema con diferencias de presión y cabezas de elevación conocidas.
5. Determinar en los sistemas de Clase III el tamaño de la tubería que se requiere para transportar un flujo de fluidos determinado con una caída de presión límite especificada o para una diferencia de elevación determinada.

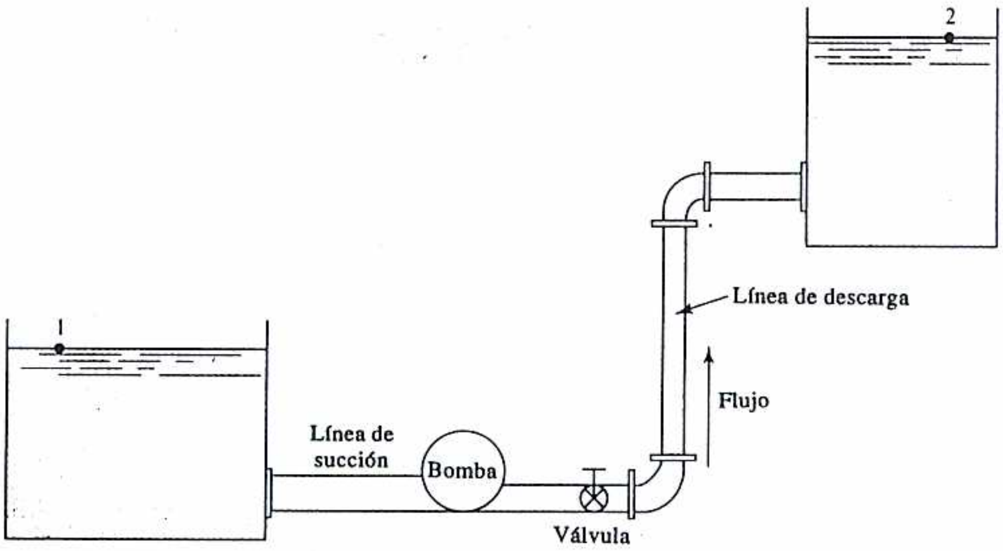
11.2 CLASIFICACIONES DE SISTEMAS

La mayoría de los sistemas de flujo de tubería involucran grandes pérdidas de energía de fricción y pérdidas menores. Si el sistema es arreglado de tal forma que el fluido fluye a través de una línea continua sin ramificaciones, éste se conoce con el nombre de *sistema en serie.* Por otro lado, si el flujo se ramifica en dos o más líneas, se le conoce con el nombre de *sistema paralelo.*

Este capítulo trata solamente los sistemas en serie como el que se ilustra en la figura 11.1. Si la ecuación de la energía se escribe para este sistema, utilizando la superficie de cada depósito como punto de referencia, se asemejaría a lo siguiente:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + h_A - h_L = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g} \qquad (11\text{–}1)$$

FIGURA 11.1 Sistema de línea de tubería en serie.



Los primeros tres términos del lado izquierdo de esta ecuación representan la energía que posee el fluido en el punto 1 en la forma de cabeza de presión, cabeza de elevación y cabeza de velocidad. De manera similar, los términos del lado derecho de la ecuación representan la energía que posee el fluido en el punto 2. Los dos términos h_A y h_L indican la energía agregada al fluido y la energía perdida del sistema en cualquier lugar entre los puntos de referencia 1 y 2. En este problema, h_A es la energía agregada por la bomba. La energía se pierde, sin embargo, debido a diferentes condiciones. Podemos decir que:

$$h_L = h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5 + h_6 \tag{11–2}$$

donde: h_L = pérdida de energía total por unidad de peso del fluido que fluye
h_1 = pérdida en la entrada
h_2 = pérdida por fricción en la línea de succión
h_3 = pérdida de energía en la válvula
h_4 = pérdida de energía en los dos codos a 90°
h_5 = pérdida por fricción en la línea de descarga
h_6 = pérdida a la salida

En una línea de tubería en serie la pérdida de energía total es la suma de las pérdidas individuales grandes y pequeñas. Esta afirmación está de acuerdo con el principio de que la ecuación de la energía es una manera de tomar en cuenta toda la energía en el sistema entre los dos puntos de referencia.

En el diseño o análisis de un sistema de flujo de tubería existen seis parámetros básicos involucrados, llamados:

1. Las pérdidas de energía del sistema o la adición de energía al sistema
2. La velocidad de flujo de volumen del fluido o la velocidad del fluido
3. El tamaño de la tubería

4. La longitud de la tubería
5. La rugosidad de la pared de la tubería, ϵ
6. Las propiedades del fluido como peso específico, densidad y viscosidad

Normalmente, se determinará uno de los primeros tres parámetros mientras que los demás se conocen o pueden especificarse por el diseñador. El método de llevar a cabo el diseño o completar el análisis es diferente dependiendo de lo que no se sabe. Los métodos que describimos en este libro se clasifican de la siguiente manera:

Clase I : Se determinarán las pérdidas o adiciones de energía
Clase II : Se determinará la velocidad del flujo de volumen
Clase III: Se determinará el diámetro de la tubería

11.3
SISTEMAS CLASE I

Nuestra forma de analizar los sistemas Clase I es idéntica a la que se utilizó a través de los capítulos anteriores, excepto que normalmente existirán muchos tipos de pérdidas de energía y cada pérdida de energía debe evaluarse e incluirse en la ecuación de la energía. La pérdida total de energía h_L es la suma de las pérdidas individuales primarias y secundarias. El siguiente problema de ejemplo programado ilustrará la solución de un problema de Clase I.

EJEMPLO ILUSTRATIVO PROGRAMADO

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 11.1** Calcule la potencia proporcionada a la bomba que se muestra en la figura 11.2 si su eficiencia es del 76%. Se encuentra fluyendo alcohol metílico a 25 °C a una velocidad de 0.015 m³/s. La línea de succión es una tubería de acero estándar Calibre 40 de 4 pulg y de 15 metros de largo. La longitud total de la tubería de acero estándar Calibre 40 de 2 pulg y de 15 metros de largo en la línea de descarga es de 200 metros. Suponga que la entrada

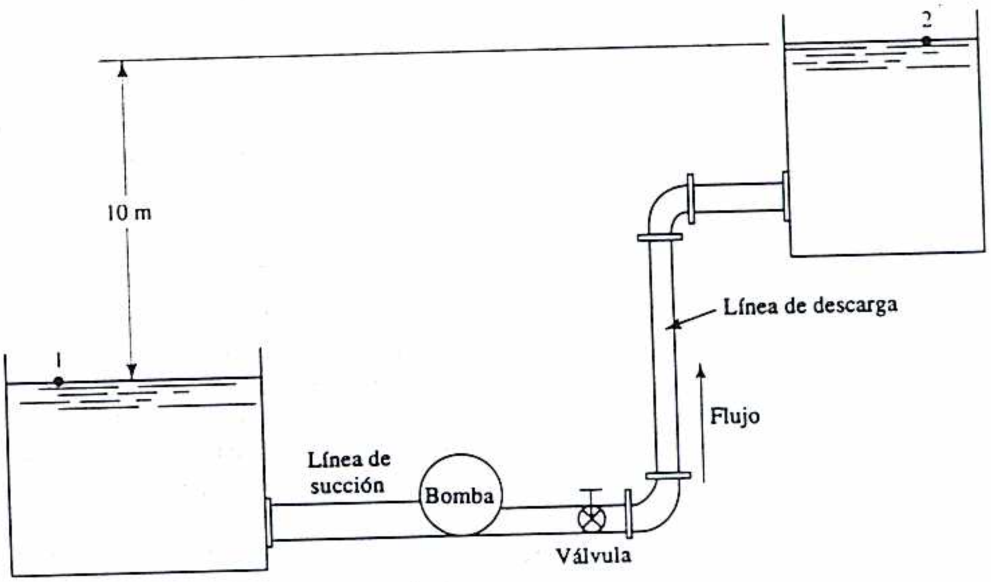


FIGURA 11.2 Sistema para el ejemplo ilustrativo 11.1.

del depósito 1 es a través de una entrada de orilla cuadrada y que los codos son estándar. La válvula es de globo completamente abierta.

Para comenzar a responder, escriba la ecuación de la energía del sistema.

Utilizando las superficies de los depósitos como puntos de referencia, debemos tener:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + h_A - h_L = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Puesto que $p_1 = p_2 = 0$ y v_1 y v_2 son aproximadamente cero, la ecuación puede simplificarse a:

$$z_1 + h_A - h_L = z_2$$

Puesto que el objetivo del problema es calcular la potencia proporcionada a la bomba, despeje la cabeza total sobre la bomba.

La cabeza total es:

$$h_A = z_2 - z_1 + h_L$$

Existen seis componentes de la pérdida de energía total. Enlístelos y escriba la fórmula para evaluar cada una de ellas.

Su lista deberá incluir los siguientes parámetros. El subíndice *s* indica la línea de succión y el subíndice *d* indica la línea de descarga.

$h_1 = K(v_s^2/2g)$ (pérdida a la entrada)
$h_2 = f_s(L/D)(v_s^2/2g)$ (pérdida por fricción en la línea de succión)
$h_3 = f_{dT}(L_e/D)(v_d^2/2g)$ (válvula)
$h_4 = f_{dT}(L_e/D)(v_d^2/2g)$ (dos codos de 90°)
$h_5 = f_d(L/D)(v_d^2/2g)$ (pérdida por fricción en la línea de descarga)
$h_6 = 1.0(v_d^2/2g)$ (pérdida a la salida)

Puesto que se requiere la cabeza de velocidad de las líneas de succión o descarga para cada pérdida de energía, calcule ahora estos valores.

Deberá tener $v_s^2/2g = 0.17$ m y $v_d^2/2g = 2.44$ m.

$$v_s = \frac{Q}{A_s} = \frac{0.015\ \text{m}^3}{\text{s}} \times \frac{1}{8.213 \times 10^{-3}\ \text{m}^2} = 1.83\ \text{m/s}$$

$$\frac{v_s^2}{2g} = \frac{(1.83)^2}{2(9.81)}\ \text{m} = 0.17\ \text{m}$$

$$v_d = \frac{Q}{A_d} = \frac{0.015\ \text{m}^3}{\text{s}} \times \frac{1}{2.168 \times 10^{-3}\ \text{m}^2} = 6.92\ \text{m/s}$$

$$\frac{v_d^2}{2g} = \frac{(6.92)^2}{2(9.81)}\ \text{m} = 2.44\ \text{m}$$

Para determinar las pérdidas por fricción en la línea de succión y en la línea de descarga y las pérdidas menores en la línea de descarga, necesitamos el número de Reynolds, la rugosidad relativa, el factor de fricción de cada tubería y el factor de fricción en la zona de completa turbulencia para la línea de descarga que contiene un herraje de válvula y tubería. Encuentre estos valores ahora.

Para el alcohol metílico a 25 °C, $\rho = 789\ \text{kg/m}^3$ y $\mu = 5.60 \times 10^{-4}\ \text{Pa} \cdot \text{s}$. Entonces, en la línea de succión, tenemos:

$$N_R = \frac{vD\rho}{\mu} = \frac{(1.83)(0.1023)(789)}{5.60 \times 10^{-4}} = 2.64 \times 10^5$$

El valor de f_s debe evaluarse del diagrama de Moody, figura 9.2. Para tubería de acero, $\epsilon = 4.6 \times 10^{-5}$ m.

$$D/\epsilon = 0.1023/4.6 \times 10^{-5} = 2224$$
$$N_R = 2.64 \times 10^5$$

Por lo tanto, $f_s = 0.018$.
En la línea de descarga, tenemos:

$$N_R = \frac{vD\rho}{\mu} = \frac{(6.92)(0.0525)(789)}{5.60 \times 10^{-4}} = 5.12 \times 10^5$$

Por lo tanto, el flujo en ambas líneas es turbulento.

Evaluando el factor de fricción f_d obtenemos:

$$D/\epsilon = 0.0525/4.6 \times 10^{-5} = 1141$$
$$N_R = 5.12 \times 10^5$$
$$f_d = 0.020$$

Podemos encontrar en la tabla 10.5 que $f_{dT} = 0.019$ para una tubería de descarga de 2 pulg en la zona de completa turbulencia.

Regresando a los cálculos de pérdida de energía, evalúe h_1, la pérdida a la entrada, en N · m/N o m.

El resultado es $h_1 = 0.09$ m. Para una entrada de orilla cuadrada, $K = 0.5$ y

$$h_1 = 0.5(v_s^2/2g) = (0.5)(0.17\ \text{m}) = 0.09\ \text{m}$$

Ahora calcule h_2.

El resultado es $h_2 = 0.45$ m.

$$h_2 = f_s \times \frac{L}{D} \times \frac{v_s^2}{2g} = f_s \left(\frac{15}{0.1023}\right)(0.17)\ \text{m}$$

$$h_2 = (0.018)\left(\frac{15}{0.1023}\right)(0.17)\ \text{m} = 0.45\ \text{m}$$

Ahora calcule h_3.

De la información en el capítulo 8, la relación de longitud equivalente L_e/D para una válvula de globo completamente abierta es de 340. El factor de fricción es $F_{dT} = 0.019$. Entonces tenemos:

$$h_3 = f_{dT} \times \frac{L_e}{D} \times \frac{v_d^2}{2g} = (0.019)(340)(2.44)\text{ m} = 15.76\text{ m}$$

Ahora calcule h_4.

Para codos estándar de 90°, $L_e/D = 30$. El valor de f_{dT} es el mismo que el que se utilizó en el panel anterior. Así, tenemos:

$$h_4 = 2f_{dT} \times \frac{L_e}{D} \times \frac{v_d^2}{2g} = (2)(0.019)(30)(2.44)\text{ m} = 2.78\text{ m}$$

Ahora calculamos h_5.

La pérdida por fricción en la línea de descarga es:

$$h_5 = f_d \times \frac{L}{D} \times \frac{v_d^2}{2g} = (0.020)\left(\frac{200}{0.0525}\right)(2.44)\text{ m} = 185.9\text{ m}$$

Ahora calcule h_6.

La pérdida a la salida es:

$$h_6 = 1.0(v_d^2/2g) = 2.44\text{ m}$$

Esto finaliza el cálculo de las pérdidas de energía individuales. La pérdida total h_L puede ahora determinarse.

$$\begin{aligned} h_L &= h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5 + h_6 \\ &= (0.09 + 0.45 + 15.76 + 2.78 + 185.9 + 2.44)\text{ m} \\ &= 207.4\text{ m} \end{aligned}$$

De la ecuación de energía se encontró que la expresión para la cabeza total sobre la bomba era:

$$h_A = z_2 - z_1 + h_L$$

Entonces tenemos,

$$h_A = 10\text{ m} + 207.4\text{ m} = 217.4\text{ m}$$

Ahora calcule la potencia proporcionada a la bomba.

$$\begin{aligned} \text{Potencia} &= \frac{h_A \gamma Q}{e_M} = \frac{(217.4\text{ m})(7.74 \times 10^3\text{ N/m}^3)(0.015\text{ m}^3\text{/s})}{0.76} \\ &= 33.2 \times 10^3\text{ N}\cdot\text{m/s} = 33.2\text{ kW} \end{aligned}$$

Esto finaliza el ejemplo ilustrativo programado. ■

Crítica al sistema mostrado en la figura 11.2 y analizado en el ejemplo ilustrativo 11.1

Las soluciones a problemas como las que se concluyeron pueden darle al diseñador de sistemas de flujo de fluidos, mucha información útil sobre la cual evaluar el diseño propuesto y realizar decisiones racionales con respecto al mejoramiento del sistema.

Las siguientes son algunas observaciones:

1. La línea de succión entre el primer depósito y la bomba, la cual es de 15 m, parece ser demasiado larga. Se recomienda que se reubique la bomba más cerca al depósito para que la línea de succión sea en la práctica lo más corta posible. Esto es particularmente importante cuando se observa baja presión a la entrada de la bomba, como se estudiará en el capítulo 15 sobre la aplicación de las bombas.
2. Podría ser mejor colocar una válvula en la línea de succión antes de la entrada a la bomba para permitir que la bomba se reubique o se le dé servicio sin tener que vaciar el depósito. Se deberá utilizar una válvula de compuerta para que la pérdida de energía sea mínima durante la operación normal con la válvula completamente abierta.
3. El tamaño de la línea de succión es pequeño. Note que la velocidad es de 1.83 m/s. La Sección 6.5 recomienda que la velocidad a la entrada de la bomba sea de aproximadamente 1.0 m/s. Incrementar el tamaño de la línea de succión de 4 a 5 pulg en la tubería de acero Calibre 40, disminuiría la velocidad a 1.16 m/s. La cabeza de velocidad disminuiría de 0.17 m a 0.069 m. Debido a que las pérdidas de energía a la entrada de la tubería y las pérdidas de fricción en la línea de succión son proporcionales a la velocidad de la cabeza, estas pérdidas serían, por la tanto, menores.
4. La línea de descarga de 2 pulg es mucho más pequeña que la indicada por la velocidad de 6.92 m/s. La Sección 6.5 recomienda que la velocidad en la línea de descarga de un sistema de distribución de fluido sea de aproximadamente 3.0 m/s. Utilizar una tubería de 3 pulg produciría una velocidad de 3.15 m/s y una tubería de $3^{1}/_{2}$ pulg resultaría en un valor de $v_d = 2.35$ m/s. La decisión final puede estar influida por el diseño del puerto de descarga de la bomba. Asumiendo que se utilizara la tubería de $3^{1}/_{2}$ pulg, la velocidad de la cabeza en la línea de descarga se reduciría de 2.44 m a 0.282 m, ¡una reducción de aproximadamente *nueve veces*! Puesto que las pérdidas de energía en la línea de descarga son proporcionales a la velocidad de la cabeza, resultaría una reducción sustancial.
5. La válvula de globo en la línea de descarga debería remplazarse por una válvula de compuerta o algún otro tipo de válvula más eficiente si se operara normalmente en la posición de completamente abierta. Sin embargo, si la válvula se utiliza para ajustar la velocidad del flujo por ahogamiento, la válvula de globo puede ser suficiente, siempre y cuando la pérdida de energía sea moderada.

Resumen de los cambios de diseño

Se proponen los siguientes cambios:

1. Disminuya la longitud de la línea de succión de 15 a 1.5 m. Asumiendo que los dos depósitos deben estar en la misma posición, la longitud de 13.5 m extra se adicionarán a la línea de descarga, haciendo una longitud total de 213.5 m.

2. Incremente el tamaño de la línea de succión de 4 a 5 pulg de tubería de acero Calibre 40. Entonces $\upsilon_s = 1.16$ m/s y la velocidad de la cabeza es de 0.069 m.
3. Agregue una válvula de compuerta completamente abierta en la línea de succión.
4. Incremente el tamaño de la línea de descarga de 2 a $3^1/_2$ pulg de tubería de acero Calibre 40. Entonces, $\upsilon_d = 2.35$ m/s y la cabeza de velocidad será de 0.282 m.
5. Remplace la válvula de globo en la línea de descarga por una válvula de compuerta completamente abierta.

El hacer todos estos cambios resultaría en la reducción de la energía que se tendría que agregar a la bomba de 217.4 m a 13.4 m. La potencia proporcionada a la bomba se reduciría de 33.2 kW a 2.05 kWs *¡una reducción de más de un factor de 16*!

11.4 SISTEMAS CLASE II

Siempre que se conozca la velocidad de flujo de volumen en el sistema, analizaremos el funcionamiento del sistema por un procedimiento llamado *iteración*. Esto se requiere debido a que hay muchas cantidades desconocidas para utilizar el procedimiento de solución directa descrito para los problemas Clase I. Específicamente, si la velocidad del flujo de volumen se desconoce, entonces la velocidad de flujo también se desconoce. Se deduce que el número de Reynolds se desconoce puesto que éste depende de la velocidad. Si no se puede encontrar el número de Reynolds, entonces el factor de fricción *f* no puede determinarse directamente. Puesto que las pérdidas de energía debido a la fricción dependen tanto de la velocidad como del factor de fricción, el valor de estas pérdidas no puede calcularse en forma directa.

La iteración supera estas dificultades. Es un método de solución del tipo prueba y error en el cual se asume un valor de prueba para el factor de fricción desconocido *f*, permitiendo el cálculo de una velocidad de flujo correspondiente. El procedimiento proporciona una forma de verificar la exactitud del valor de prueba de *f* y tambien indica el nuevo valor de prueba a utilizarse si se requiriera un ciclo de cálculo adicional. Este procedimiento para resolver problemas Clase II se presenta paso a paso en la parte inferior. Los ejemplos ilustrativos programados que siguen ilustran la forma de cómo se aplica este procedimiento.

PROCEDIMIENTO DE SOLUCIÓN PARA SISTEMAS CLASE II CON UNA TUBERÍA

1. Escriba la ecuación de energía del sistema.
2. Evalúe las cantidades conocidas tales como las cabezas de presión y las cabezas de elevación.
3. Exprese las pérdidas de energía en términos de la velocidad desconocida υ y el factor de fricción *f*.
4. Despeje la velocidad en términos de *f*.
5. Exprese el número de Reynolds en términos de la velocidad.
6. Calcule la rugosidad relativa D/ϵ.
7. Seleccione un valor de prueba *f* basado en el valor conocido D/ϵ y un número de Reynolds en el rango de turbulencia.
8. Calcule la velocidad, utilizando la ecuación del paso 4.
9. Calcule el número de Reynolds de la ecuación del paso 5.
10. Evalúe el factor de fricción *f* para el número de Reynolds del paso 9 y el valor conocido de D/ϵ, utilizando el diagrama de Moody, figura 9.2.
11. Si el nuevo valor de *f* es diferente del valor utilizado en el paso 8, repita los pasos 8 a 11 utilizando el nuevo valor de *f*.

12. Si no se presenta ningún cambio significativo en f del valor asumido, entonces la velocidad que se encontró en el paso 8 es correcta.

EJEMPLO ILUSTRATIVO PROGRAMADO

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 11.2**

Un aceite lubricante deberá ser bombeado a través de una tubería de acero horizontal de 6 pulg Calibre 40 con una caída máxima de presión de 60 kPa por 100 m de tubería. El aceite tiene una gravedad específica de 0.88 y una viscocidad dinámica de 9.5×10^{-3} Pa · s. Calcule la máxima velocidad de flujo de volumen permitida del aceite.

¿Es éste un sistema Clase II?

Sí, lo es. Debido a que la velocidad de flujo de volumen es desconocido, se debe utilizar el procedimiento de solución Clase II descrito anteriormente. Para comenzar, realice un bosquejo del sistema, escriba la ecuación de la energía y simplifíquela tanto como sea posible.

La figura 11.3 muestra los dos puntos de interés en la tubería. Entonces la ecuación de la energía es:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} - h_L = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Debido a que $z_1 = z_2$ y $v_1 = v_2$, utilizaremos las ecuaciones:

$$\frac{p_1}{\gamma} - h_L = \frac{p_2}{\gamma}$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = h_L$$

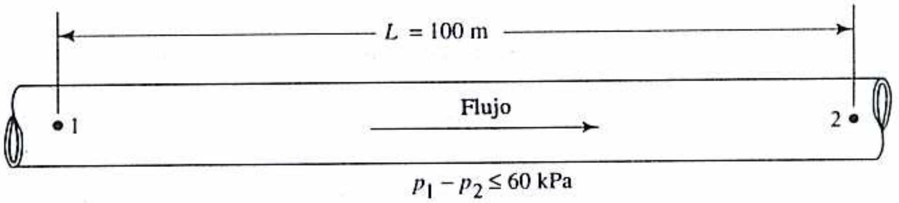


FIGURA 11.3 Puntos de referencia en la tubería para el ejemplo ilustrativo 11.2.

Ahora evalúe la diferencia de presión en la cabeza.

Debería tener $(p_1 - p_2)/\gamma = 6.95$ m. Puesto que la caída de presión permitida es de 60 kPa, obtenemos:

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{60 \text{ kN}}{\text{m}^2} \times \frac{\text{m}^3}{(0.88)(9.81 \text{ kN})} = 6.95 \text{ m}$$

Entonces $h_L = 6.95$ m. La pérdida de energía total en este caso es debido a la fricción. De la ecuación de Darcy, sabemos que,

$$h_L = f \times \frac{L}{D} \times \frac{v^2}{2g}$$

El paso 4 del procedimiento de solución dice que se exprese la velocidad en términos del factor de fricción. Ahora haga esto.

La forma final debe ser $\upsilon = \sqrt{0.21/f}$. Para obtener este resultado utilizamos las ecuaciones:

$$h_L = f \times \frac{L}{D} \times \frac{\upsilon^2}{2g}$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2gh_L D}{Lf}}$$

En la segunda ecuación sustituimos los valores $g = 9.81$ m/s², $h_L = 6.95$ m, $D = 0.1541$ m, y $L = 100$ m. Entonces tenemos,

$$\upsilon = \sqrt{\frac{(2)(9.81)(6.95)(0.1541)}{(100)(f)}} = \sqrt{0.21/f}$$

Ahora haga el paso 5 del procedimiento.

Deberá tener $N_R = (1.43 \times 10^4)\upsilon$. Obtenemos el valor del número de Reynolds por medio de la ecuación:

$$N_R = \frac{\upsilon D \rho}{\mu}$$

Sabemos que $D = 0.1541$ m, $\mu = 9.5 \times 10^{-3}$ Pa · s, y $\rho = 0.88 \times 1000$ kg/m³ = 880 kg/m³. Entonces tenemos que,

$$N_R = \frac{\upsilon(0.1541)(880)}{9.5 \times 10^{-3}} = (1.43 \times 10^4)\upsilon$$

Haga el paso 6 ahora.

Puesto que $\epsilon = 4.6 \times 10^{-5}$ m para tubería de acero, obtenemos,

$$D/\epsilon = 0.1541/4.6 \times 10^{-5} = 3350$$

Estos primeros seis pasos son preliminares a la porción de iteración del procedimiento, pasos 7–12. Los resultados que acabamos de encontrar simplificarán el proceso de iteración.

El paso 7 establece que debe seleccionarse el valor de prueba del factor de fricción *f*. El diagrama de Moody, figura 9.2, puede utilizarse como una ayuda a la selección rotacional de un valor de prueba. Puesto que se sabe que la rugosidad relativa es de 3350, el rango de posibles valores de *f* es de aproximadamente 0.039 para $N_R = 4000$, a 0.015 para $N_R = 1.0 \times 10^7$ y mayores. Cualquier valor en este rango puede escogerse para la primera prueba. Utilice $f = 0.020$ y proceda con el paso 8.

Para $f = 0.020$, la velocidad sería de:

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{0.21/f} = \sqrt{0.21/0.02}\ \text{m/s} \\ &= 3.24\ \text{m/s} \end{aligned}$$

Podemos ahora calcular el número de Reynolds correspondiente.

$$\begin{aligned} N_R &= (1.43 \times 10^4)v = (1.43 \times 10^4)(3.24) \\ &= 4.63 \times 10^4 \end{aligned}$$

Para este valor de número de Reynolds y $D/\epsilon = 3350$, el nuevo valor de $f = 0.0225$. Puesto que este valor es diferente al valor asumido inicialmente, deberán repetirse los pasos 8 al 11. Realice los pasos 8, 9 y 10 antes de continuar con el siguiente panel.

Los resultados son:

$$v = \sqrt{\frac{0.21}{0.0225}} = 3.06\ \text{m/s}$$

$$N_R = (1.43 \times 10^4)(3.06) = 4.38 \times 10^4$$

El nuevo valor de f es 0.0225, igual que el valor previo. Por lo tanto, $v = 3.06$ m/s es la velocidad correcta. Ahora la velocidad de flujo de volumen puede calcularse para completar el problema:

$$Q = Av = (1.864 \times 10^{-2}\ \text{m}^2)(3.06\ \text{m/s}) = 0.057\ \text{m}^3/\text{s}$$

Este ejemplo ilustrativo programado ha concluido. ■

11.4.1 Sistemas Clase II con pérdidas secundarias

El ejemplo ilustrativo 11.3 proporciona otro ejemplo de un sistema de Clase II con una tubería. Sin embargo, existen pérdidas secundarias además de la pérdida por fricción de la tubería. Los detalles de la solución son ligeramente diferentes, pero el procedimiento de solución general es el mismo que se utilizó en el ejemplo ilustrativo 11.2.

EJEMPLO ILUSTRATIVO PROGRAMADO

☐ EJEMPLO ILUSTRATIVO 11.3

Se está proporcionando agua a 80 °F a una zanja de irrigación desde un depósito de almacenamiento elevado, como se muestra en la figura 11.4. Calcule la velocidad de flujo de volumen del agua en la zanja.

Comience con el paso 1 del procedimiento de solución escribiendo la ecuación de la energía. Utilice A y B como los puntos de referencia y simplifique la ecuación tanto como sea posible.

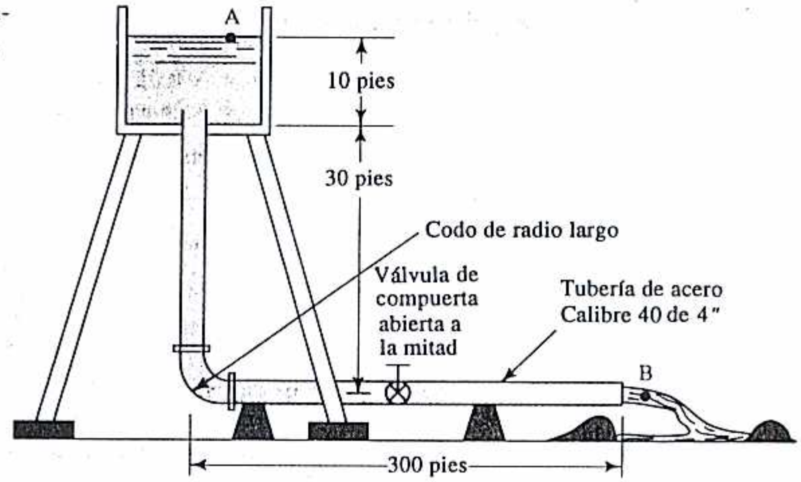
Compare esto con su solución:

$$\frac{p_A}{\gamma} + z_A + \frac{v_A^2}{2g} - h_L = \frac{p_B}{\gamma} + z_B + \frac{v_B^2}{2g}$$

Puesto que $p_A = p_B = 0$, y v_A es aproximadamente cero, entonces,

$$\begin{aligned} z_A - h_L &= z_B + (v_B^2/2g) \\ z_A - z_B &= (v_B^2/2g) + h_L \end{aligned}$$

FIGURA 11.4 Sistema de línea de tubería para el ejemplo ilustrativo 11.3.


A
10 pies
30 pies
Codo de radio largo
Válvula de compuerta abierta a la mitad
Tubería de acero Calibre 40 de 4"
B
300 pies

Note que la corriente de agua en el punto B tiene la misma velocidad que dentro de la tubería.

La diferencia de elevación, $z_A - z_B$, se sabe que es igual a 40 pies. Sin embargo, todas las pérdidas de energía que forman h_L dependen de la velocidad desconocida v_B. Por lo tanto, se requiere de iteración. Ahora haga el paso 3 del procedimiento de solución.

Existen cuatro componentes de la pérdida de enrgía total h_L:

$$h_L = h_1 + h_2 + h_3 + h_4$$

donde:

$$\begin{aligned} h_1 &= 1.0(v_B^2/2g) && \text{(pérdida a la entrada)} \\ h_2 &= f(L/D)(v_B^2/2g) && \text{(pérdida por fricción en la tubería)} \\ &= f(330/0.3355)(v_B^2/2g) \\ &= 985f(v_B^2/2g) \\ h_3 &= f_T(L_e/D)(v_B^2/2g) && \text{(codo de radio largo)} \\ &= 20f_T(v_B^2/2g) \\ h_4 &= f_T(L_e/D)(v_B^2/2g) && \text{(válvula de compuerta abierta a la mitad)} \\ &= 160f_T(v_B^2/2g) \end{aligned}$$

De la tabla 10.5 encontramos que $f_T = 0.017$ para una tubería de acero de 4 pulgadas. Entonces tenemos,

$$\begin{aligned} h_L &= (1.0 + 985f + 20f_T + 160f_T)(v_B^2/2g) \\ &= (4.06 + 985f)(v_B^2/2g) \end{aligned} \tag{11-4}$$

Ahora sustituya esta expresión de h_L en la ecuación (11–3) y despeje v_B en términos de f.

Deberá tener $v_B = \sqrt{2580/(5.06 + 985f)}$.

$$\begin{aligned} z_A - z_B &= (v_B^2/2g) + h_L \\ 40 \text{ pies} &= (v_B^2/2g) + (4.06 + 985f)(v_B^2/2g) \\ &= (5.06 + 985f)(v_B^2/2g) \end{aligned}$$

Despejando v_B, tenemos:

$$v_B = \sqrt{\frac{2g(40)}{5.06 + 985f}} = \sqrt{\frac{2580}{5.06 + 985f}} \qquad \textbf{(11–5)}$$

La ecuación (11–5) representa la totalidad del paso 4 de este procedimiento. Ahora haga los pasos 5 y 6.

$$N_R = \frac{v_B D}{\nu} = \frac{v_B(0.3355)}{9.15 \times 10^{-6}} = (0.366 \times 10^5)v_B \qquad \textbf{(11–6)}$$

$$D/\epsilon = (0.3355/1.5 \times 10^{-4}) = 2235$$

El paso 7 es el comienzo del proceso de iteración. ¿Cuál es el rango de valores posible del factor de fricción para este sistema?

Puesto que $D/\epsilon = 2235$, el valor más bajo posible de f es 0.0155 para números de Reynolds muy altos y el valor más alto posible es 0.039 para un valor de Reynolds de 4000. El valor de prueba inicial de f debe estar en este rango. Utilice $f = 0.020$ y complete los pasos 8 y 9.

Encontramos los valores de velocidad y de número de Reynolds utilizando las ecuaciones (11–5) y (11–6):

$$v_B = \sqrt{\frac{2580}{5.06 + (985)(0.02)}} = \sqrt{104} = 10.2 \text{ pies/s}$$

$$N_R = (0.366 \times 10^5)(10.2) = 3.73 \times 10^5$$

Ahora realice el paso 10.

Debe obtener $f = 0.0175$. Puesto que este valor es diferente del valor de prueba inicial de f, deben repetirse los pasos 8 al 11.

Utilizando $f = 0.0175$, obtenemos,

$$v_B = \sqrt{\frac{2580}{5.06 + (985)(0.0175)}} = \sqrt{116} = 10.8 \text{ pies/s}$$

$$N_R = (0.366 \times 10^5)(10.8) = 3.94 \times 10^5$$

El nuevo valor de f es de 0.0175, el cual no cambia. Por lo tanto, tenemos,

$$v_B = 10.8 \text{ pies/s}$$

$$Q = A_B v_B = (0.0884 \text{ pies}^2)(10.8 \text{ pies/s}) = 0.955 \text{ pies}^3\text{/s}$$

Este ejemplo ilustrativo programado ha concluido. ■

11.4.2 Sistemas Clase II con dos tuberías

Presentaremos ahora otro sistema Clase II el cual es más complicado que los dos sistemas que se acaban de presentar. Éste incluye pérdidas menores además de pérdidas por fricción y tiene dos tuberías de diferentes tamaños en serie. Estos factores requieren que se modifique el procedimiento de solución. Debido a que existen dos tuberías, hay dos factores de fricción desconocidos y dos velocidades desconocidas. Aunque se requiere de mayores cálculos, el siguiente procedimiento de solución es un proceso de iteración directo, similar al que acabamos de utilizar. Bajo condiciones promedio de flujo en la tubería, el procedimiento proporcionará el resultado final en dos ciclos de iteración.

PROCEDIMIENTO DE ITERACIÓN PARA SISTEMAS CLASE II CON DOS TUBERÍAS

1. Escriba la ecuación de la energía del sistema.
2. Evalúe las cantidades conocidas, tales como las cabezas de presión y las cabezas de elevación.
3. Exprese las pérdidas de energía en términos de las dos velocidades desconocidas y los dos factores de fricción.
4. Utilizando la ecuación de continuidad, exprese la velocidad en la tubería más pequeña en términos de los de la tubería más grande:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$
$$v_1 = v_2(A_2/A_1)$$

5. Sustituya la expresión del paso 4 en la ecuación de energía, por ende, eliminando una velocidad desconocida.
6. Despeje la velocidad que queda en términos de los dos factores de fricción.
7. Exprese el número de Reynolds de cada tubería en términos de la velocidad de esa tubería.
8. Calcule la rugosidad relativa D/ϵ para cada tubería.
9. Seleccione valores de prueba para f en cada tubería, utilizando los valores conocidos de D/ϵ como una guía. En general, los dos factores de fricción no serán iguales.
10. Calcule la velocidad en la tubería más grande, utilizando la ecuación del paso 6.
11. Calcule la velocidad de la tubería más pequeña, utilizando la ecuación del paso 4.
12. Calcule los dos números de Reynolds.
13. Determine el nuevo valor del factor de fricción en cada tubería.
14. Compare los nuevos valores de f con aquellos asumidos en el paso 9 y repita los pasos 9–14 hasta que no se detecten cambios significativos. Las velocidades que se encontraron en los pasos 10 y 11 son correctas entonces.

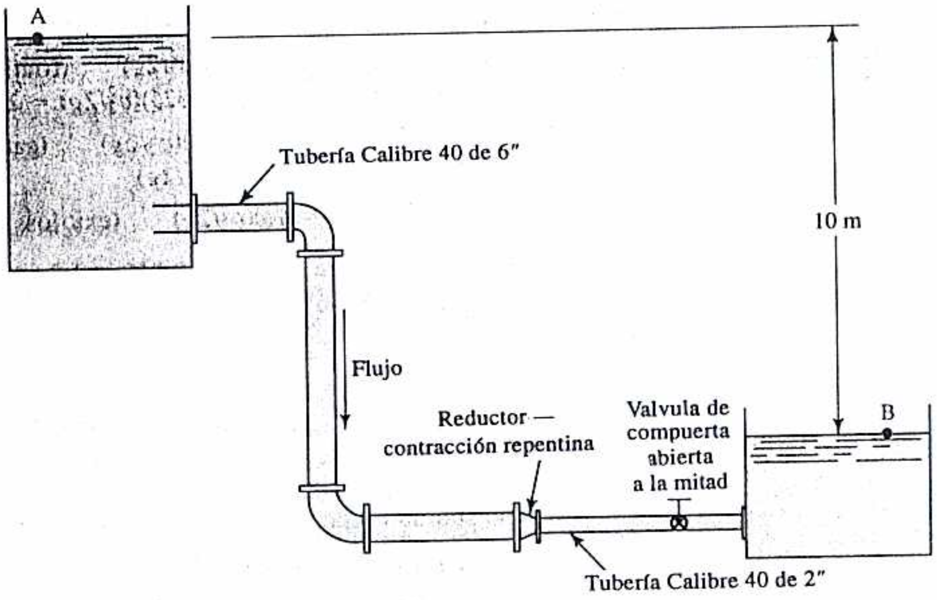
El siguiente ejemplo ilustrativo programado ilustrará los detalles de la aplicación de este procedimiento.

EJEMPLO ILUSTRATIVO PROGRAMADO

☐ EJEMPLO ILUSTRATIVO 11.4

El sistema de tuberías mostrado en la figura 11.5 está siendo utilizado para transferir agua a 15 °C de un tanque de almacenamiento a otro. Determine la velocidad del flujo de volumen de agua a través del sistema. La tubería más grande es una tubería de acero estándar Calibre 40 de 6 pulg que tiene una longitud total de 30 m. La tubería más pequeña es una

FIGURA 11.5 Sistema de línea de tubería para el ejemplo ilustrativo 11.4.



tubería de acero estándar Calibre 40 de 2 pulg que tiene una longitud total de 15 m. Los codos son estándar.

Lleve a cabo los tres primeros pasos del procedimiento de solución antes de pasar al próximo panel.

Los resultados correctos se resumen abajo. Los subíndices A y B se refieren a las superficies de los tanques superior e inferior, respectivamente. Los subíndices 6 y 2 se refieren a las tuberías de 6 y 2 pulgs respectivamente. La ecuación de la energía es:

$$\frac{p_A}{\gamma} + z_A + \frac{v_A^2}{2g} - h_L = \frac{p_B}{\gamma} + z_B + \frac{v_B^2}{2g}$$

Debido a que $p_A = p_B = 0$ y v_A y v_B son aproximadamente cero, tenemos.

$$z_A - z_B = h_L = 10 \text{ m} \tag{11–7}$$

Las pérdidas de energía son:

$$h_L = h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5 + h_6 + h_7$$

$$h_1 = 1.0(v_6^2/2g) \qquad \text{(pérdida a la entrada)}$$

$$\begin{aligned} h_2 &= f_6(L/D)(v_6^2/2g) \qquad \text{(fricción en la tubería de 6 pulg)} \\ &= f_6(30/0.1541)(v_6^2 2g) = 195 f_6(v_6^2/2g) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_3 &= 2f_{6T}(L_e/D)(v_6^2/2g) \qquad \text{(dos codos de 90°)} \\ &= 60 f_{6T}(v_6^2/2g) \end{aligned}$$

$$h_4 = K(v_2^2/2g) \qquad \text{(contracción repentina)}$$

Utilizando $D_6/D_2 = 0.1541/0.0525 = 2.93$ y asumiendo que v_2 es aproximadamente igual a 3 m/s, encontramos que $K = 0.42$ de los datos del capítulo 10. Si v_2 es muy diferente a 3 m/s, este valor de K deberá reevaluarse.

$$h_4 = 0.42(v_2^2/2g)$$

$$h_5 = f_2(L/D)(v_2^2/2g) \qquad \text{(fricción en la tubería de 2 pulg)}$$
$$= f_2(15/0.0525)(v_2^2/2g) = 286f_2(v_2^2/2g)$$

$$h_6 = f_{2T}(L_e/D)(v_2^2/2g) \qquad \text{(válvula de compuerta-abierta a la mitad)}$$
$$= 160f_{2T}(v_2^2/2g)$$

$$h_7 = 1.0(v_2^2/2g) \qquad \text{(pérdidas en la salida)}$$

De la tabla 10.5 encontramos que $f_{6T} = 0.015$ y $f_{2T} = 0.019$.
Es conveniente sumar algebraicamente las pérdidas de energía como se muestra aquí:

$$\begin{aligned} h_L &= (1.0 + 195f_6 + 60f_{6T})(v_6^2/2g) \\ &\quad + (0.42 + 286f_2 + 160f_{2T} + 1.0)(v_2^2/2g) \\ &= (1.9 + 195f_6)(v_6^2/2g) + (4.46 + 286f_2)(v_2^2/2g) \end{aligned} \qquad \textbf{(11–8)}$$

Ésta es la forma mas simple de la expresión de la pérdida de energía. Ahora realice el paso 4 del procedimiento de solución.

Deberá tener lo siguiente:

$$v_2 = v_6(A_6/A_2) = v_6(1.864 \times 10^{-2}/2.168 \times 10^{-3}) = 8.60v_6 \qquad \textbf{(11–9)}$$

Con la finalidad de sustituir esto en la ecuación (11–8), la expresión deberá elevarse al cuadrado:

$$v_2^2 = 74.0v_6^2 \qquad \textbf{(11–10)}$$

Realice ahora los pasos 5 y 6.

La expresión final para v_6 es:

$$v_6 = \sqrt{\frac{196}{331.9 + 195f_6 + 21\ 164f_2}}$$

Aquí se muestra cómo se encontró. Sustituyendo la ecuación (11–10) en la ecuación (11–8) obtenemos,

$$\begin{aligned} h_L &= (1.9 + 195f_6)(v_6^2/2g) + (4.46 + 286f_2)(74.0v_6^2/2g) \\ &= (1.9 + 195f_6 + 330 + 21\ 164f_2)(v_6^2/2g) \\ &= (331.9 + 195f_6 + 21\ 164f_2)(v_6^2/2g) \end{aligned}$$

Despejando v_6, obtenemos,

$$v_6 = \sqrt{\frac{2gh_L}{331.9 + 195f_6 + 21\ 164f_2}}$$

De la ecuación (11–7), $h_L = 10$ m. Entonces tenemos,

$$v_6 = \sqrt{\frac{196}{331.9 + 195f_6 + 21\ 164f_2}} \qquad \textbf{(11–11)}$$

Ahora realice los pasos 7 y 8 del procedimiento de solución.

Utilizando $\upsilon = 1.15 \times 10^{-6}$ m²/s para el agua a 15 °C y $\epsilon = 4.6 \times 10^{-5}$ m para una tubería de acero, obtenemos los siguientes valores:

$$(N_R)_6 = (1.34 \times 10^5)\upsilon_6$$
$$(N_R)_2 = (4.57 \times 10^4)\upsilon_2$$
$$(D/\epsilon)_6 = 3350$$
$$(D/\epsilon)_2 = 1141$$

En el paso 9 comienza el procedimiento de iteración. Como valores de prueba iniciales para los valores de fricción, utilice $f_6 = 0.02$ y $f_2 = 0.025$. Éstos están en el rango de posibles valores de f para los valores de rugosidad relativa que se conocen. Ahora lleve a cabo los pasos 10 a 13 como primer ciclo de iteración.

Aquí están las soluciones correctas:

$$\upsilon_6 = \sqrt{\frac{196}{331.9 + (195)(0.02) + 21\ 164(0.025)}} = 0.476 \text{ m/s}$$

$$\upsilon_2 = 8.60\upsilon_6 = 4.09 \text{ m/s}$$

$$(N_R)_6 = (1.34 \times 10^5)(0.476) = 6.38 \times 10^4$$
$$(N_R)_2 = (4.57 \times 10^4)(4.09) = 1.87 \times 10^5$$

Así, la nueva $f_6 = 0.0210$ y la nueva $f_2 = 0.0208$. Puesto que estos valores son diferentes de los que se asumieron inicialmente, repita los pasos 10 a 13.

Estos resultados son:

$$\upsilon_6 = 0.503 \text{ m/s}$$
$$\upsilon_2 = 4.32 \text{ m/s}$$
$$(N_R)_6 = 6.73 \times 10^4$$
$$(N_R)_2 = 1.97 \times 10^5$$

Los valores de f_6 y f_2 permanecen inalterados. Por lo tanto, las velocidades listadas arriba son correctas. Utilizando υ_6 para calcular la velocidad del flujo de volumen obtenemos,

$$Q = A_6\upsilon_6 = (1.864 \times 10^{-2} \text{ m}^2)(0.503 \text{ m}^3/\text{s}) = 9.38 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

■

11.4.3
Método computacional de los sistemas Clase II

El método presentado aquí evita la necesidad de utilizar iteración para resolver sistemas de línea de tubería Clase II cuando solamente están involucradas pérdidas de energía debido a la fricción. El método fue originalmente desarrollado por Swamee y Jain (referencia 4). La máxima velocidad de flujo de volumen permisible que una tubería determinada puede transportar, limitando la pérdidad de energía a un valor máximo específico es:

$$Q = -2.22\, D^2 \sqrt{\frac{gDh_L}{L}} \log\left[\frac{1}{3.7D/\epsilon} + \frac{1.784\, \nu}{D\sqrt{gDh_L/L}}\right] \qquad \textbf{(11–12)}$$

Este procedimiento se ilustra en el ejemplo ilustrativo 11.5, el cual utiliza los mismos datos que el ejemplo ilustrativo 11.2.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 11.5** Calcule la velocidad de flujo máxima permisible de un aceite lubricante a través de una tubería de acero horizontal de 6 pulg Calibre 40 con una caída máxima de presión de 60 kPa por 100 m de tubería. El aceite tiene una gravedad específica de 0.88 y una viscosidad dinámica de 9.5×10^{-3} Pa · s.

Solución Se pueden utilizar algunos resultados clave del ejemplo ilustrativo 11.2.

$$L = 100 \text{ m} \qquad D/\epsilon = 3350$$
$$D = 0.1541 \text{ m} \qquad h_L = 6.95 \text{ m}$$

Necesitamos la viscosidad cinemática, ν, la cual puede calcularse de:

$$\nu = \mu/\rho = (9.5 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s})/(880 \text{ kg/m}^3) = 1.08 \times 10^{-5} \text{ m}^2\text{/s}$$

Colocando estos valores en la ecuación 11–12 nos da $Q = 0.057$ m^3/s, idéntico al que se obtuvo en el ejemplo ilustrativo 11.2.

11.5 SISTEMAS CLASE III

Los sistemas que entran en la Clase III presentan verdaderos problemas de diseño. Los requerimientos del sistema se especifican en términos de una caída de presión permitida o pérdida de energía, una velocidad de flujo de volumen deseado, las propiedades del fluido y el tipo de tubería que se utilizará. Después, se determina el tamaño de tubería adecuado que cumpla estos requerimientos.

Se requiere de iteración para resolver problemas de diseño de sistemas Clase III debido a que no existen tantas incógnitas para permitir una solución directa. La velocidad de flujo, el número de Reynolds y la rugosidad relativa D/ϵ son todas ellas dependientes del diámetro de la tubería. Por lo tanto, el factor de fricción no puede determinarse en forma directa.

El procedimiento de diseño de sistemas Clase III es diferente dependiendo de la complejidad del sistema. En el caso más simple, solamente se debe considerar la pérdida por fricción en la tubería. A continuación sigue un procedimiento de solución paso a paso para este tipo de sistemas, junto con un ejemplo ilustrativo programado. Los sistemas que incluyen pérdidas menores son más complejos. Se demuestra a través de otro ejemplo ilustrativo un procedimiento de solución para este tipo de sistemas.

PROCEDIMIENTO DE SOLUCIÓN PARA SISTEMAS CLASE III CON PÉRDIDAS POR FRICCIÓN DE TUBERÍA SOLAMENTE

El problema es seleccionar el tamaño de tubería adecuado que transportará una velocidad de flujo de volumen determinado con una cierta caída de presión máxima permitida. El procedimiento de solución se describe abajo. Los primeros siete pasos representan una reducción algebraica del problema a una forma más simple. Los pasos 8 a 13 comprenden la rutina de iteración.

1. Escriba la ecuación de la energía del sistema.
2. Despeje la pérdida de energía total h_L y evalúe las cabezas de presión y elevaciones conocidas.

3. Exprese la pérdida de energía en términos de la velocidad, utilizando la ecuación de Darcy:

$$h_L = f \times \frac{L}{D} \times \frac{v^2}{2g}$$

4. Exprese la velocidad en términos de la velocidad de flujo de volumen y el diámetro de la tubería:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{4Q}{\pi D^2}$$

5. Sustituya la expresión de v en la ecuación de Darcy:

$$h_L = f \times \frac{L}{D} \times \frac{16Q^2}{\pi^2 D^4 (2g)} = \frac{8LQ^2}{\pi^2 g} \times \frac{f}{D^5}$$

6. Despeje el diámetro:

$$D = \left(\frac{8LQ^2}{\pi^2 g h_L} f\right)^{1/5} = (C_1 f)^{0.2}$$

   Note que los términos que forman C_1 son todos conocidos e independientes del diámetro de la tubería.

7. Exprese el número de Reynolds en términos del diámetro:

$$N_R = \frac{vD\rho}{\mu} = \frac{vD}{\nu}$$

   Pero $v = 4Q/\pi D^2$. Entonces tenemos:

$$N_R = \frac{4Q}{\pi D^2} \times \frac{D}{\nu} = \frac{4Q}{\pi \nu} \times \frac{1}{D} = \frac{C_2}{D}$$

   donde $C_2 = 4Q/\pi\nu$.

8. Asuma un valor de prueba inicial para f. Puesto que tanto N_R como D/ϵ son incógnitas, no existen procedimientos específicos para seleccionar el valor inicial. Al menos que existan las condiciones específicas o que la experiencia dicte otra cosa, asuma $f = 0.02$.
9. Calcule $D = (C_1 f)^{0.2}$.
10. Calcule $N_R = (C_2/D)$.
11. Calcule D/ϵ.
12. Determine el nuevo valor para el valor de fricción f del diagrama de Moody, figura 9.2.
13. Compare el nuevo valor de f con el que se asumió en el paso 8 y repita los pasos 8 al 12 hasta que no se pueda detectar un cambio significativo en f. El diámetro calculado en el paso 9 es entonces correcto.

   El siguiente ejemplo ilustrativo ilustra la aplicación de este procedimiento.

EJEMPLO ILUSTRATIVO PROGRAMADO

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 11.6** Una línea de agua se va a instalar al *green* del séptimo hoyo de una campo de golf como se muestra en la figura 11.6. La alimentación es de una línea principal en el punto A donde la presión es de 80 lb/pulg² relativas.

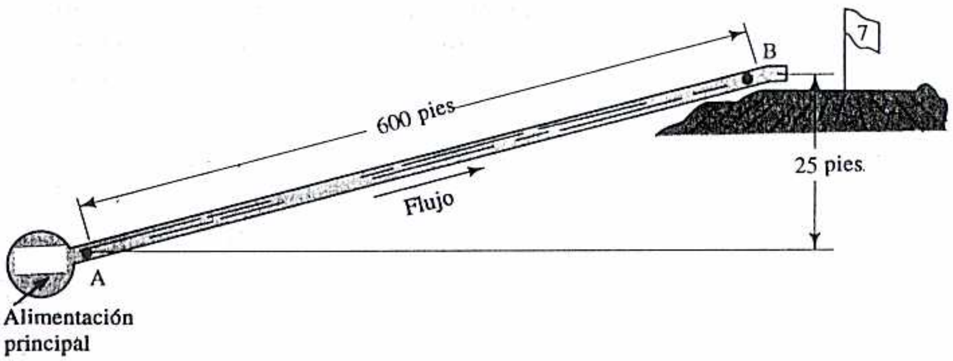


FIGURA 11.6 Línea de agua para el ejemplo ilustrativo 11.6.

Con la finalidad de asegurar el funcionamiento adecuado de los aspersores en el *green*, la presión en el punto B debe ser de al menos 60 lb/pulg^2 relativas. Determine el tamaño más pequeño permisible de tubería estándar de acero Calibre 40 para alimentar 0.50 pies^3/s de agua a 60 °F.

Haga los pasos 1 y 2 del procedimiento de solución del sistema Clase III para determinar la pérdida de energía permisible h_L.

Deberá tener $h_L = 21.2$ pies. La ecuación de la energía es:

$$\frac{p_A}{\gamma} + z_A + \frac{v_A^2}{2g} - h_L = \frac{p_B}{\gamma} + z_B + \frac{v_B^2}{2g}$$

Pero $v_A = v_B$. Entonces tenemos,

$$h_L = \frac{p_A - p_B}{\gamma} + z_A - z_B$$

$$= \frac{(80-60)\text{ lb}}{\text{pulg}^2} \times \frac{\text{pies}^3}{62.4\text{ lb}} \times \frac{144\text{ pulg}^2}{\text{pies}^2} - 25\text{ pies}$$

$$= (46.2 - 25)\text{ pies} = 21.2\text{ pies}$$

Ahora se requiere determinar el tamaño adecuado de tubería que limitará la pérdida de energía debido a la fricción a no más de 21.2 pies. Los pasos 3, 4 y 5 representan la reducción de la ecuación de Darcy. Puesto que estamos interesados solamente con pérdidas por fricción en este problema, estos pasos son idénticos. Por lo tanto, vaya al paso 6 y evalúe la constante C_1.

Deberá obtener $C_1 = 0.178$ y $D = (0.178f)^{0.2}$.

$$C_1 = \frac{8LQ^2}{\pi^2 g h_L} = \frac{(8)(600)(0.50)^2}{\pi^2(32.2)(21.2)} = 0.178$$

Ahora evalúe C_2 en el paso 7.

El valor correcto es $C_2 = 0.526 \times 10^5$.

$$C_2 = \frac{4Q}{\pi\nu} = \frac{(4)(0.5)}{\pi(1.21 \times 10^{-5})} = 0.526 \times 10^5$$

Entonces $N_R = (0.526 \times 10^5)/D$. Ahora, utilizando $f = 0.02$ para la prueba inicial, complete los pasos 8 al 12 antes de mirar el siguiente panel.

Compare sus resultados con éstos:

$$\begin{aligned} f &= 0.02 \qquad \text{(asumido)} \\ D &= [(0.178)(0.02)]^{0.2} = (0.00356)^{0.2} = 0.324 \text{ pies} \\ N_R &= (0.526 \times 10^5)/(0.324) = 1.625 \times 10^5 \\ D/\epsilon &= (0.324)/(1.5 \times 10^{-4}) = 2160 \qquad \text{(tubería de acero)} \\ \text{Nueva } f &= 0.019 \end{aligned}$$

Puesto que el nuevo valor para f es diferente del valor que se asumió, repita ahora los pasos 8 al 12.

Aquí están los valores revisados utilizando $f = 0.019$:

$$\begin{aligned} D &= 0.320 \text{ pies} \\ N_R &= 1.65 \times 10^5 \\ D/\epsilon &= 2135 \end{aligned}$$

El nuevo valor de $f = 0.019$ no cambió. Por lo tanto, el tamaño mínimo permitido para la tubería es 0.320 pies. Ahora seleccione una tubería estándar Calibre 40 cercana a este tamaño.

Una tubería de acero de 4 pulg Calibre 40 tiene un diámetro interno de 0.3355 pies y se selecciona para esta aplicación.

Este ejemplo ilustrativo programado concluye.

■

En el siguiente ejemplo ilustrativo se diseñará un sistema de Clase III. Se incluyen pérdidas menores de varios tipos. La solución no está en un formato programado, pero los detalles y la lógica del procedimiento deberán seguirse cuidadosamente.

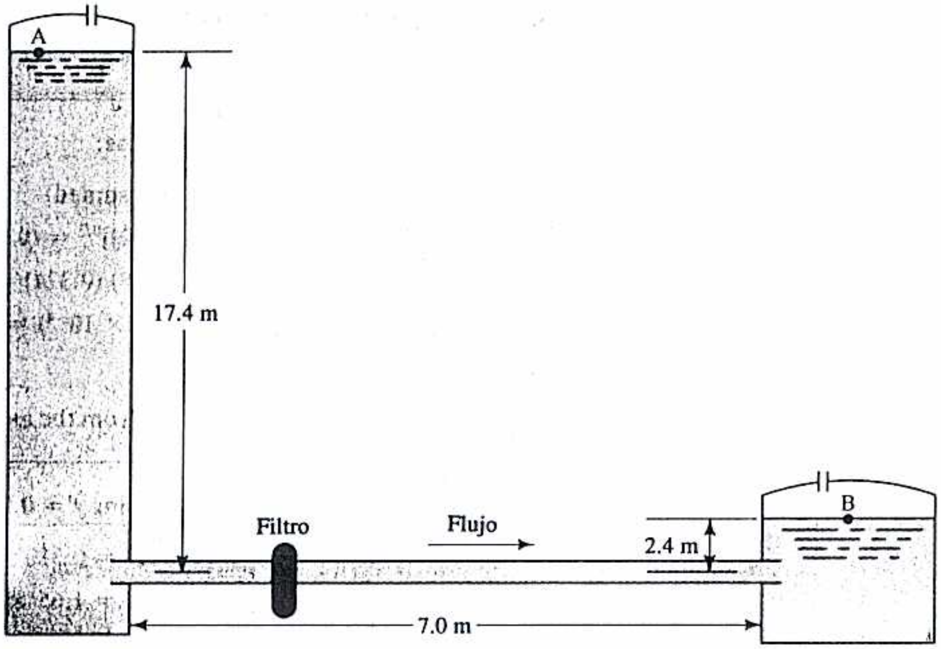
☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 11.7**

En un sistema de procesamiento químico, se toma alcohol propílico a 25 °C del fondo de un tanque grande y se transfiere por gravedad a otra parte del sistema, como se muestra en la figura 11.7. La longitud de la línea entre los dos tanques es de 7.0 m. Un filtro se instala en la línea y se sabe que tiene un coeficiente de resistencia K de 8.5. Se utilizará tubería de acero inoxidable para la línea de transporte. Utilice $\epsilon = 3.0 \times 10^{-5}$ m para la rugosidad equivalente del tubo. Especifique el tamaño estándar de la tubería que permitirá una velocidad de flujo de volumen de 150 L/min a través de este sistema.

Solución Utilizando las superficies de los dos tanques como puntos de referencia, la ecuación de la energía es:

$$\frac{p_A}{\gamma} + z_A + \frac{v_A^2}{2g} - h_L = \frac{p_B}{\gamma} + z_B + \frac{v_B^2}{2g}$$

FIGURA 11.7 Sistema para el ejemplo ilustrativo 11.7.



Pero $p_A = p_B = 0$ y $v_A = v_B = 0$. Entonces tenemos,

$$h_L = z_A - z_B = 15 \text{ m}$$

Existen cuatro componentes de la pérdida de energía total:

$$\begin{aligned} h_L &= \underset{\text{(entrada)}}{1.0(v^2/2g)} + \underset{\text{(filtro)}}{8.5(v^2/2g)} + \underset{\text{(fricción)}}{f(7/D)(v^2/2g)} + \underset{\text{(salida)}}{1.0(v^2/2g)} \\ &= 10.5(v^2/2g) + f(7/D)(v^2/2g) \end{aligned}$$

En esta ecuación, v es la velocidad del flujo en el tubo. Despejando el factor de fricción f obtenemos,

$$\begin{aligned} f\left(\frac{7}{D}\right)\left(\frac{v^2}{2g}\right) &= h_L - 10.5\,\frac{v^2}{2g} \\ f &= \frac{2gh_LD}{7v^2} - \left(\frac{10.5v^2}{2g}\right)\left(\frac{2gD}{7v^2}\right) \\ &= \frac{2gh_LD}{7v^2} - 1.50D \end{aligned}$$

Ahora, deje que $v = 4Q/\pi D^2$:

$$f = \frac{2gh_LD\pi^2D^4}{(7)(16)Q^2} - 1.50D$$

Expresando Q en m^3/s, obtenemos,

$$Q = 150 \text{ L/min}\left(\frac{1 \text{ m}^3/\text{s}}{60\,000 \text{ L/min}}\right) = 2.50 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

Puesto que $h_L = 15$ m, tenemos que:

$$f = \frac{(2)(9.81)(15)(\pi)^2}{(7)(16)(2.50 \times 10^{-3})^2} D^5 - 1.50D$$
$$= (4.15 \times 10^6)D^5 - 1.50D$$

Esta ecuación se utilizará para iterar para encontrar el diámetro D. Puesto que no podemos despejar D en términos de f, la iteración se llevará a cabo como sigue:

1. Sume el valor de D.
2. Calcule f.
3. Calcule D/ϵ
4. Calcule N_R.
5. Evalúe f y compárelo con el valor calculado en el paso 2.
6. Ajuste D de forma que disminuya la diferencia entre los valores de f y repita los pasos 2–6 hasta que se llegue a un acuerdo con los valores sucesivos de f.

Existe una mayor probabilidad de varios pasos de iteración con este procedimiento que antes, puesto que se requiere de juicio en la selección de valores de prueba de D. Empecemos con el valor de prueba de 0.040 m para el diámetro interno, correspondiendo aproximadamente a una tubería de acero de $1^3/_4$ pulg con un grosor de pared de 0.083 pulg (véase apéndice G). Entonces tenemos,

$$f = (4.15 \times 10^6)(0.040)^5 - 1.50(0.040) = 0.365$$
$$D/\epsilon = (0.040)/(3.0 \times 10^{-5}) = 1333$$
$$N_R = \frac{vD\rho}{\mu} = \frac{4Q\rho D}{\pi D^2\mu} = \frac{4Q\rho}{\pi\mu} \times \frac{1}{D} = \frac{(4)(2.50 \times 10^{-3})(802)}{(\pi)(1.92 \times 10^{-3})} \times \frac{1}{D}$$
$$= (1.33 \times 10^3)/D = (1.33 \times 10^3)/(0.040) = 3.33 \times 10^4$$
$$f = 0.0250 \qquad \text{(de la figura 9.2)}$$

Se requiere de un valor más pequeño de D para hacer que los dos valores de f sean iguales. La tabla 11.1 muestra los resultados de pruebas sucesivas de D incluyendo la que acabamos de completar.

Tabla 11.1

Prueba	D (m)	f (Paso 2)	D/ϵ	N_R	f (Paso 5)	Cambio requerido en D
1	0.040	0.365	1333	3.33×10^4	0.0250	disminuye
2	0.030	0.56	1000	4.43×10^4	0.0247	disminuye
3	0.027	0.19	900	4.93×10^4	0.0245	aumenta
4	0.028	0.29	933	4.75×10^4	0.0245	disminuye
5	0.02753	0.24	918	4.83×10^4	0.0245	—

Las pruebas 3 y 4 muestran que el valor adecuado de D es mayor que 0.027 m pero menor que 0.028 m. Del apéndice G encontramos que la tubería de $1^1/_4$ pulg con un grosor de pared de 0.083 pulg tiene un diámetro interno de 0.02753 m. Utilizando este valor en la última prueba obtenemos una aproximación razonable entre los valores de f calculados en los pasos 2 y 5. Así, el valor asumido del diámetro es adecuado.

11.6 ASISTENCIAS AL DISEÑO DE TUBERÍAS

Los métodos mostrados en este capítulo nos han dado herramientas para analizar y diseñar las tres clases de sistemas de línea de tubería en serie para los casos que involucran pérdidas por fricción en tuberías y pérdidas menores. También se incluyeron la habilidad de considerar cambio de elevación y velocidad junto con la presencia de pérdidas menores.

En algunas situaciones de análisis y diseño, puede ser suficiente incluir solamente la pérdida de energía debido a la fricción. Si las pérdidas menores totalizan menos del 5 por ciento de las pérdidas de fricción, éstas pueden despreciarse debido a que es muy probable que la incertidumbre inherente con respecto a la rugosidad a la superficie de la tubería y los factores de fricción sean más grandes que ese valor. (Véase referencia 3.) Entonces, es relativamente simple calcular la pérdida de energía y la correspondiente caída de presión que se presenta en una determinada longitud de tubería de determinado tamaño. Las referencias 1 y 2 incluyen tablas de datos listando las pérdidas de energía o caídas de presión por 100 pies de longitud, para el flujo de agua a través de un amplio rango de tamaños de tubería de acero, a velocidades de flujo que resultan en una velocidad promedio de aproximadamente 0.50 a 30 pies/s. La referencia 2 incluye otros tipos de tubería y fluidos con diferentes viscosidades a la del agua.

Método computacional para problemas Clase III

El procedimiento de solución presentado en la Sección 11.5 requería de iteración para determinar el tamaño de tubería que se necesita para transportar una determinada cantidad de fluido mientras limita la pérdida de energía a una cantidad máxima específica. Esto puede no ser conveniente si tales cálculos no se llevaran a cabo dentro de un programa de computadora.

Las referencias 3 y 4 presentan la siguiente ecuación para calcular en forma directa el tamaño de tubería adecuado.

$$D = 0.66\left[\epsilon^{1.25}\left(\frac{LQ^2}{gh_L}\right)^{4.75} + \nu Q^{9.4}\left(\frac{L}{gh_L}\right)^{5.2}\right]^{0.04} \qquad (11\text{–}13)$$

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 11.8** Calcule el tamaño requerido de tubería nueva de acero Calibre 40 que transportará 0.50 pies³/s a 60 °F y que limite la pérdida de energía debido a la fricción a no más de 3.50 pies por 100 pies de tubería.

Solución Los siguientes datos son necesarios para la ecuación (11–13).

$Q = 0.50$ pies³/s	$L = 100$ pies	$g = 32.2$ pies/s
$h_L = 3.50$ pies	$\epsilon = 1.5 \times 10^{-4}$ pies	$\nu = 1.21 \times 10^{-5}$ pies²/s

Esto da $D = 0.326$ pies (mínimo). Entonces se debe especificar una tubería de 4 pulg Calibre 40.

REFERENCIAS

1. Crane Co.1988. *Flow of Fluids Through Valves, Fittings and Pipe*. Artículo Técnico no. 410. Joilet, Illinois: Autor.
2. Heald, C. C., ed. 1988. *Cameron Hydraulic Data*. Woodcliff Lake, Nueva Jersey: Ingersoll-Rand.

3. Streeter, Victor L. y E. Benjamin Wylie. 1985. *Fluid Mechanics*, 8ª ed. Nueva York: McGraw-Hill.
4. Swamee, P. K. y A. K. Jain. 1976. Ecuaciones explícitas para problemas de flujo en tuberías. *Journal of the Hydraulics Division*, 102 (HY5) 657-664. Nueva york: American Society of Civil Engineers.

PROBLEMAS DE PRÁCTICA

Sistemas Clase I

11.1M *De un depósito grande fluye agua a 10 °C a una velocidad de* $1.5 \times 10^{-2}\ m^3/s$ *a través del sistema que se muestra en la figura 11.8. Calcule la presión en B.*

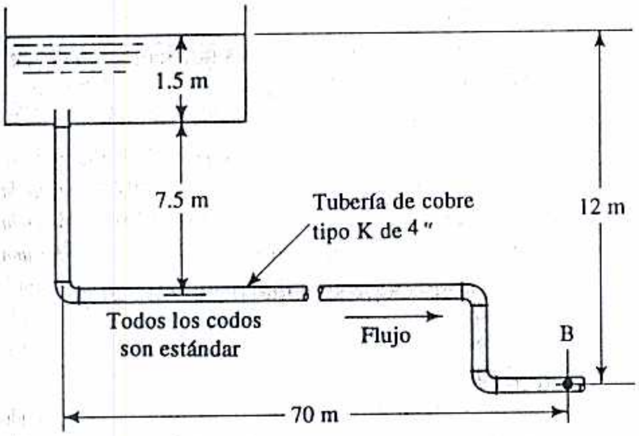


FIGURA 11.8 Problema 11.1.

11.2M *Del sistema mostrado en la figura 11.9 se bombeará keroseno (sg = 0.82) a 20 °C del tanque A al depósito B incrementando la presión en el tanque sellado A sobre el keroseno. La longitud total de la tubería de acero Calibre 40 de 2 pulg es de 38 m. Los codos son estándar. Calcule la presión que se requiere en el tanque A para causar una velocidad de flujo de 435 L/min.*

11.3E La figura 11.10 muestra una porcion de circuito hidráulico. La presión en el punto B debe ser de 200 lb/pulg^2 relativas cuando la velocidad de flujo de volumen es de 60 gal/min. El fluido hidráulico tiene una gravedad específica de 0.90 y una viscosidad dinámica de 6.0×10^{-5} lb-s/pie^2. Lo longitud total de tubería entre A y B es de 50 pies. Los codos son estándar. Calcule la presión en la salida de la bomba en A.

11.4E La figura 11.11 muestra un sistema hidráulico en el cual la presión en B debe ser de 500 lb/pulg^2 relativas mientras que la velocidad de flujo es de 750 gal/min. El fluido es un aceite hidráulico de máquinas-herramienta. La longitud total de tubería de 4 pulg es de 40 pies. Los codos son estándar. Desprecie la pérdida de energía debido a la fricción en la tubería de 6 pulg Calcule la presión que se requiere en A si el aceite está (a) a 104 °F y (b) a 212 °F.

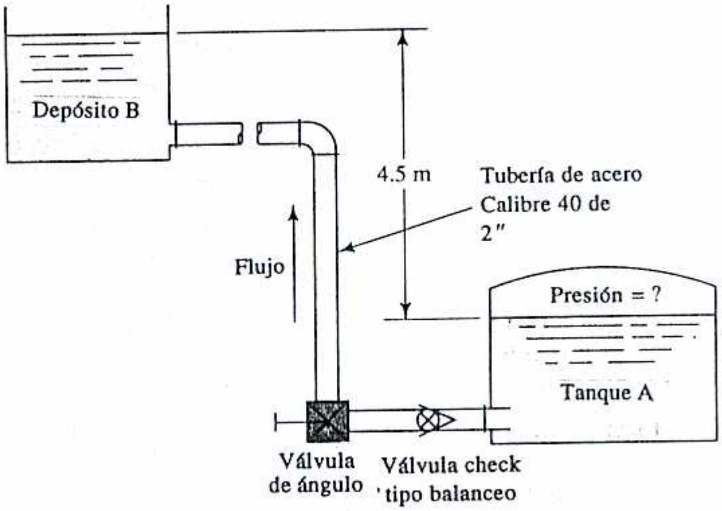

Depósito B
4.5 m
Tubería de acero Calibre 40 de 2"
Flujo
Presión = ?
Tanque A
Válvula de ángulo
Válvula check tipo balanceo

FIGURA 11.9 Problema 11.2.

11.5M *En el sistema mostrado en la figura 11.12 se encuentra fluyendo aceite a una velocidad de* $0.015\ m^3/s$*. Los datos para el sistema son:*
Peso específico del aceite = $8.80\ kN/m^3$
Viscosidad cinemática del aceite = $2.12 \times 10^{-5}\ m^2/s$
Longitud de la tubería de 6 pulg = 180 m
Longitud de la tubería de 2 pulg = 8 m

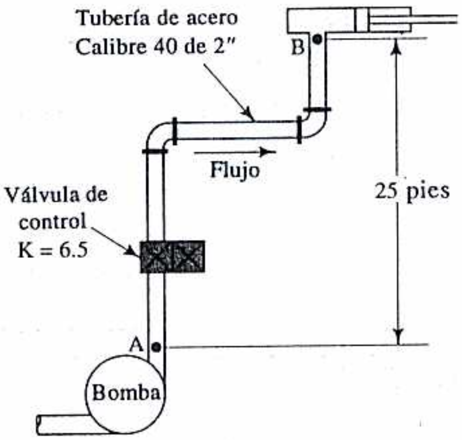


FIGURA 11.10 Problema 11.3.

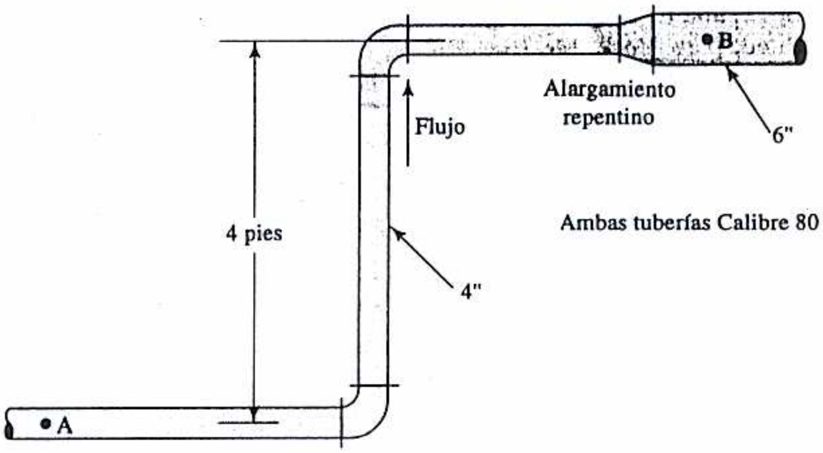


FIGURA 11.11 Problema 11.4.

Los codos son del tipo de radio grande
Presión en B = 12.5 MPa
Considerando todas las pérdidas en la tubería y las pérdidas menores en A.

11.6M *Para el sistema mostrado en la figura 11.13, calcule la distancia vertical entre las superficies de los dos depósitos cuando el agua a 10 °C fluye de A hacia B a una velocidad de 0.03 m^3/s. Los codos son estándar. La longitud total de la tubería de 3 pulg es de 100 m. Para la tubería de 6 pulg es de 300 m. Utilice $\epsilon = 6.0 \times 10^{-5}$ m para la rugosidad de la tubería.*

11.7M *Un líquido refrigerante fluye a través del sistema mostrado en la figura 11.14 a una velocidad de 1.70 L/min. El refrigerante tiene una gravedad específica de 1.25 y una viscosidad dinámica de 3×10^{-4} Pa · s. Calcule la diferencia de presión entre los puntos A y B. La tubería es de acero con un diámetro externo de $^1/_2$ pulg, un grosor de pared de 0.049 pulg y una longitud total de 30 m.*

Sistemas Clase II

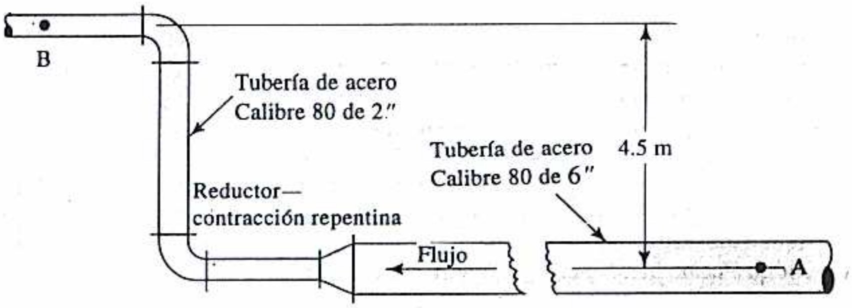
11.8E Por una tubería de acero de 4 pulg Calibre 80 de 25 pies de longitud está fluyendo agua a 100 °F. Calcule la velocidad de flujo de volumen máxima permitida si las pérdidas de energía debido a la fricción en la tubería se limitarán a 30 pies-lb/lb.

11.9M *A través de una tubería de acero con un diámetro exterior de 2 pulg y un grosor de pared de 0.083 pulg se encuentra fluyendo un aceite hidráulico. Una caída de presión de 68 kPa se observa entre dos puntos en la tubería situados a 30 m entre sí. El aceite tiene una gravedad específica de 0.90 y una viscosidad dinámica de 3.0×10^{-3} Pa · s. Asuma que la rugosidad en la pared de la tubería es de 3×10^{-5} m. Calcule la velocidad del fluido de aceite.*

11.10E En una planta de procesamiento, se encuentra fluyendo etilenglicol a 77 °F en una tubería de hierro dúctil de 6 pulg y 5000 pies de longitud. Sobre esta distancia, la tubería cae 55 pies y la presión cae de 250 lb/pulg^2 relativas a 180 lb/pulg^2 relativas. Calcule la velocidad del flujo en la tubería. Utilice $\epsilon = 2.0 \times 10^{-4}$ pies para la rugosidad en la tubería.

11.11M *Se encuentra fluyendo agua a 15 °C, hacia abajo en una tubería vertical de 7.5 m de longitud. La presión es de 550 kPa en la parte superior y de 585 kPa en la parte inferior. Una válvula* check *tipo bola se instala cerca del fondo. La tubería es de acero con un diámetro externo de $1^1/_4$ pulg y un grosor de pared de 0.083 pulg. Calcule la velocidad de flujo de volumen del agua.*

FIGURA 11.12 Problema 11.5.



B
Tubería de acero Calibre 80 de 2"
Tubería de acero Calibre 80 de 6"
4.5 m
Reductor— contracción repentina
Flujo
A

FIGURA 11.13 Problema 11.6.

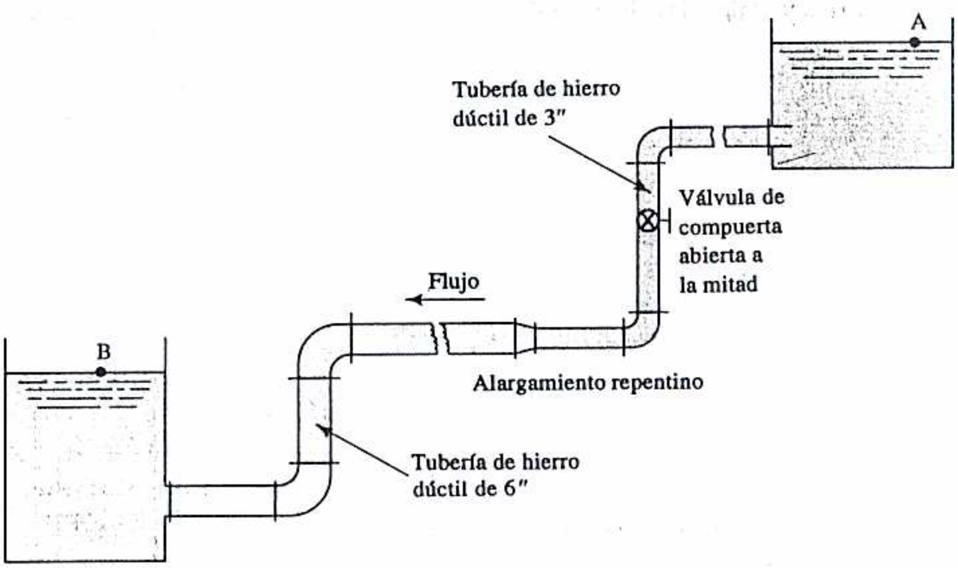
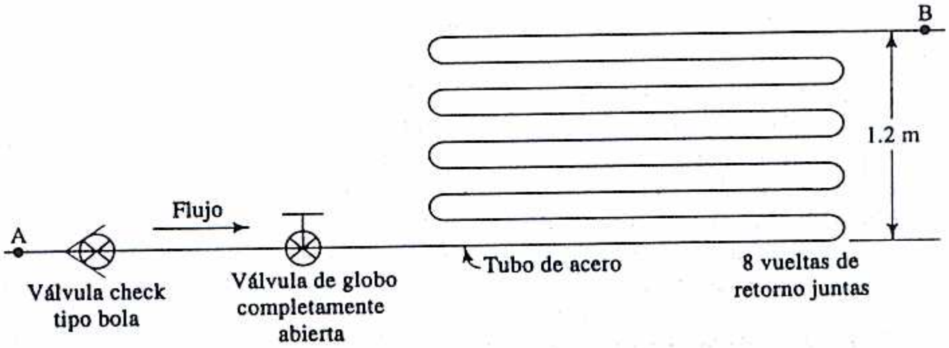

A
Tubería de hierro dúctil de 3″
Válvula de compuerta abierta a la mitad
Flujo
B
Alargamiento repentino
Tubería de hierro dúctil de 6″

FIGURA 11.14 Problema 11.7.


B
1.2 m
Flujo
A
Válvula check tipo bola
Válvula de globo completamente abierta
Tubo de acero
8 vueltas de retorno juntas

11.12E Se encuentra fluyendo trementina de A a B a 77 °F en una tubería de hierro cubierta con asfalto de 3 pulg (diámetro interno real = 3.58 pulg). El punto B es 20 pies más grande que A y una longitud total de tubería de 60 pies. Se encuentran instalados dos codos de 90° de radio largo entre A y B. Calcule la velocidad de flujo de volumen de la trementina si la presión en A es de 120 lb/pulg^2 relativas y la presión en B es de 105 lb/pulg^2 relativas.

11.13E Un dispositivo diseñado para la limpieza de paredes y ventanas en el segundo piso de las casas es similar al mostrado en la figura 11.15. Determine la velocidad del flujo desde el rociador si la presión en el fondo es (a) 20 lb/pulg^2 relativas y (b) 80 lb/pulg^2 relativas. El rociador tiene un coeficiente de pérdida K de 0.15 basado en la velocidad de salida. La tubería es de aluminio colado pareja y tiene un diámetro interior de 0.5 pulg. La vuelta a 90° tiene un radio de 6 pulg. La longitud total de la tubería recta es de 20 pies. El fluido es agua a 100 °F.

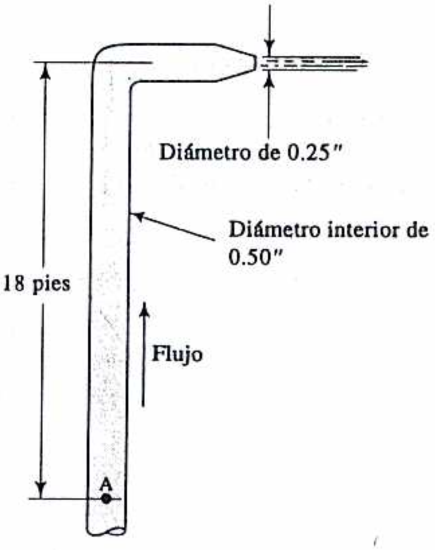
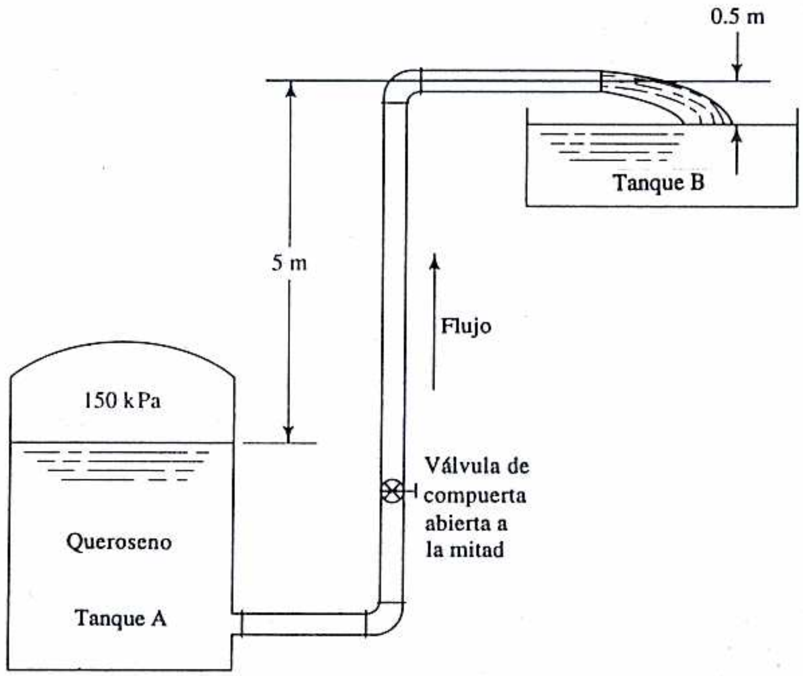


FIGURA 11.15 Problema 11.13.

FIGURA 11.16 Problema 11.14.



11.14M *Se encuentra fluyendo queroseno a 25 °C en el sistema que se muestra en la figura 11.16. La longitud total de tubería de cobre tipo K de 2 pulg es de 30 m. Las dos vueltas a 90° tienen un radio de 300 mm. Calcule la velocidad de flujo de volumen en el tanque B si una presión de 150 kPa se mantiene sobre el queroseno en el tanque A.*

11.15M *Se encuentra fluyendo agua a 40 °C de A hacia B a través del sistema mostrado en la figura 11.17. Determine la velocidad de flujo de volumen del agua si la distancia vertical entre las superficies de los dos depósitos es de 10 m. Ambas tuberías son de hierro cubiertas de asfalto. Los codos son estándar.*

11.16M *Se encuentra fluyendo aceite con una gravedad específica de 0.93 y una viscosidad dinámica de 9.5 × 10^{-3} Pa · s hacia el tanque abierto mostrado en la figura 11.18. La longitud total de la tubería de 2 pulg es de 30 m. Para la tubería de 4 pulg la longitud total*

FIGURA 11.17 Problema 11.15.

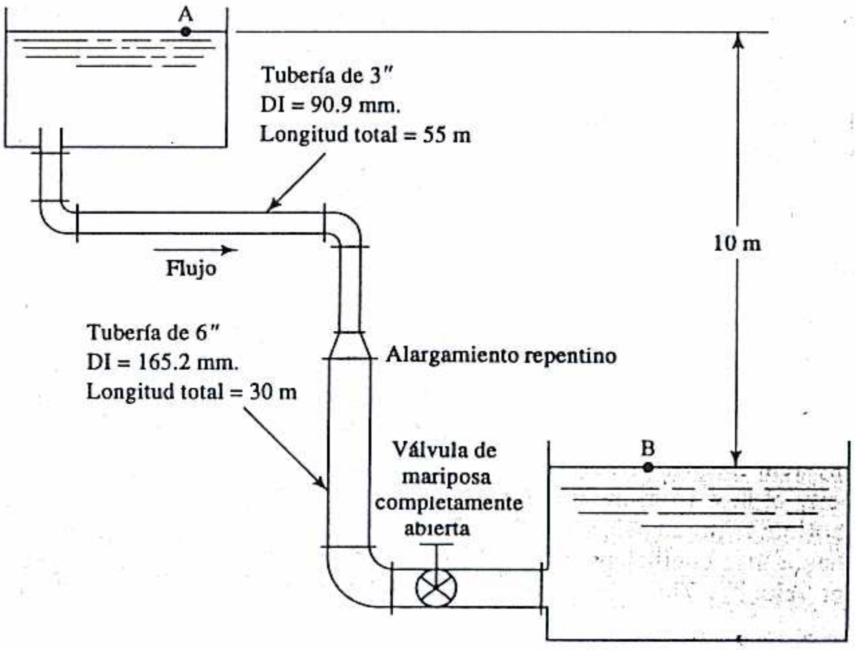
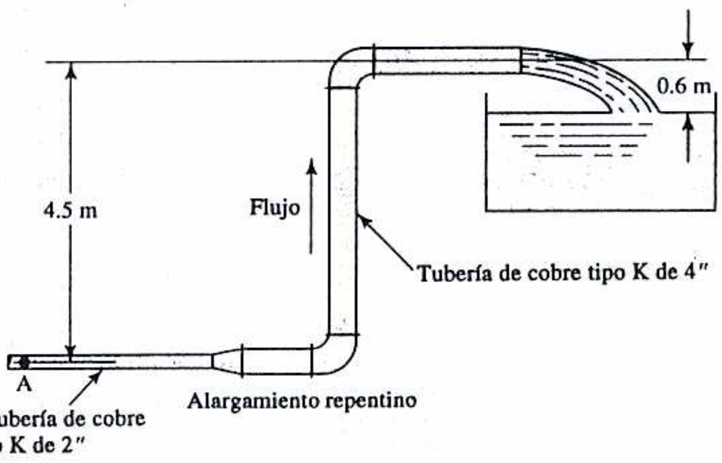


FIGURA 11.18 Problema 11.16.



es de 100 m. Los codos son estándar. Determine la velocidad de flujo de volumen en el tanque si la presión en el punto A es de 175 kPa.

Sistemas Clase III

11.17E Determine el tamaño requerido de tubería nueva de acero Calibre 80 para transportar agua a 160 °F con una caída máxima de presión de 10 lb/pulg^2 por 1000 pies cuando la velocidad de flujo es 0.5 pies^3/s.

11.18M *¿Cuál es el tamaño que se requiere de tubería de cobre Tipo K estándar para transferir 0.06 m^3/s de agua a 80 °C de un calentador donde la presión es de 150 kPa hacia un tanque abierto? La tubería es horizontal y de 30 m de longitud.*

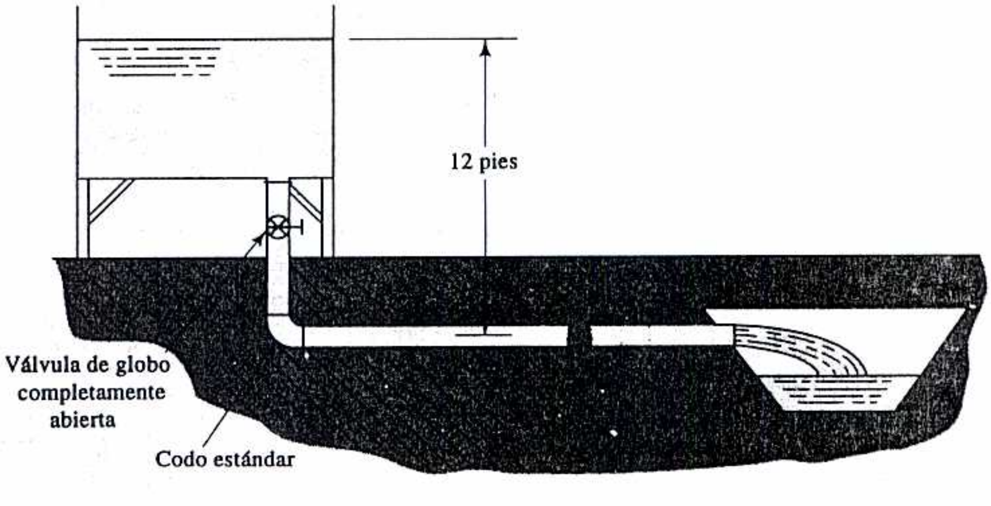
11.19E Va a fluir agua a 60 °F por gravedad entre dos puntos ubicados a 2 millas uno del otro a una velocidad de 13 500 gal/min. El extremo superior es 130 pies más alto que el extremo inferior. ¿Cuál es el tamaño de tubería de concreto que se requiere? Asuma que la presión en ambos extremos de la tubería es despreciable.

11.20E El agua del tanque mostrado en la figura 11.19 se va a hacer fluir hacia un drenaje. Determine el tamaño de la tubería de acero Calibre 40 que transportará al menos 400 gal/min del agua a 80 °F a través del sistema mostrado. La longitud total de tubería es de 75 pies.

Problemas para práctica de cualquier tipo

11.21M *La figura 11.20 muestra gasolina fluyendo desde un tanque de almacenamiento hacia un camión para su transporte. La gasolina tiene una gravedad específica de 0.68 y la temperatura es de 25 °C. Determine la*

FIGURA 11.19 Problema 11.20.



profundidad requerida, h, en el tanque para producir una velocidad de flujo de 1500 L/min hacia el camión. Puesto que las tuberías son cortas, desprecie las pérdidas de energía debido a la fricción en la tubería pero considere las pérdidas secundarias.

Nota: La figura 11.21 muestra un sistema utilizado para bombear refrigerante desde un tanque colector hacia un tanque elevado, donde el refrigerante es enfriado. La bomba entrega 30 gal/min. El refrigerante fluye de regreso hacia las máquinas en la medida que se requiera, por gravedad. El refrigerante tiene una gravedad específica de 0.92 y una viscosidad dinámica de 3.6×10^{-5} lb · s/pie^2. Este sistema se utilizará en los problemas 11.22 a 11.24.

11.22E Para el sistema de la figura 11.21, calcule la presión en la entrada de la bomba. El filtro tiene un coeficiente de resistencia de 1.85 basado en la cabeza de velocidad en la línea de succión.

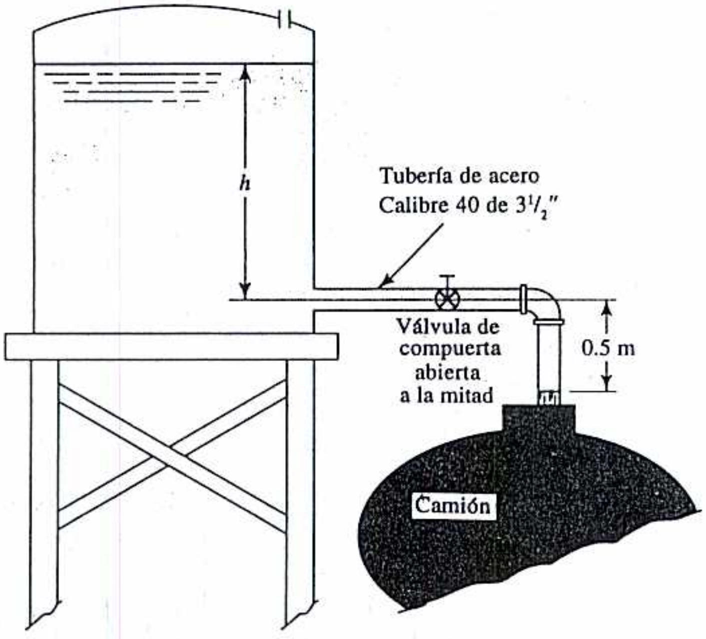

Tubería de acero
Calibre 40 de $3^{1}/_{2}$"
h
Válvula de compuerta abierta a la mitad
0.5 m
Camión

FIGURA 11.20 Problema 11.21.

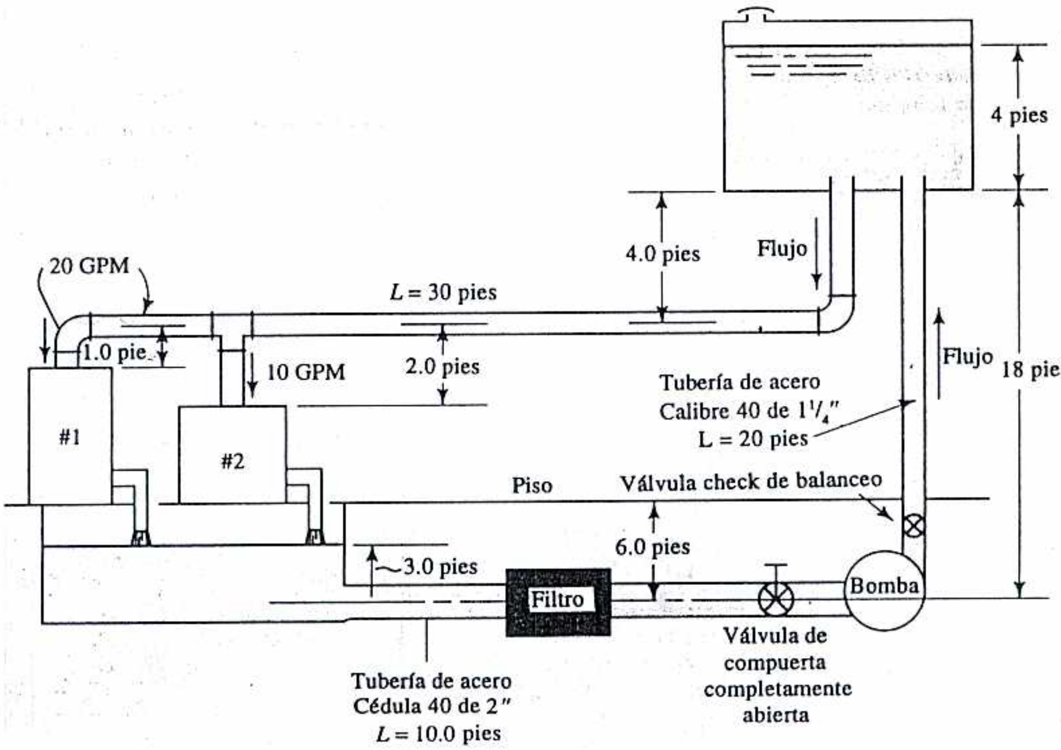


FIGURA 11.21 Problemas 11.22, 11.23 y 11.24.

11.23E Para el sistema de la figura 11.21, calcule la cabeza total sobre la bomba y la potencia entregada por la bomba al refrigerante.

11.24E Para el sistema de la figura 11.21, especifique el tamaño de la tubería de acero Calibre 40 que se requiere para regresar el fluido hacia las máquinas. La máquina 1 requiere 20 gal/min y la máquina 2 requiere 10 gal/min. El fluido abandona las tuberías en las máquinas a 0 lb/pulg^2 relativas.

11.25E Un fabricante de boquillas rociadoras especifica que la caída máxima de presión en la tubería que alimenta a una boquilla sea de 10.0 lb/pulg^2 por 100 pies de tubería. Calcule la velocidad de flujo máxima permitida a través de una tubería de acero Calibre 80 de una pulg alimentando la boquilla. La tubería está en posición horizontal y el fluido es agua a 60 °F.

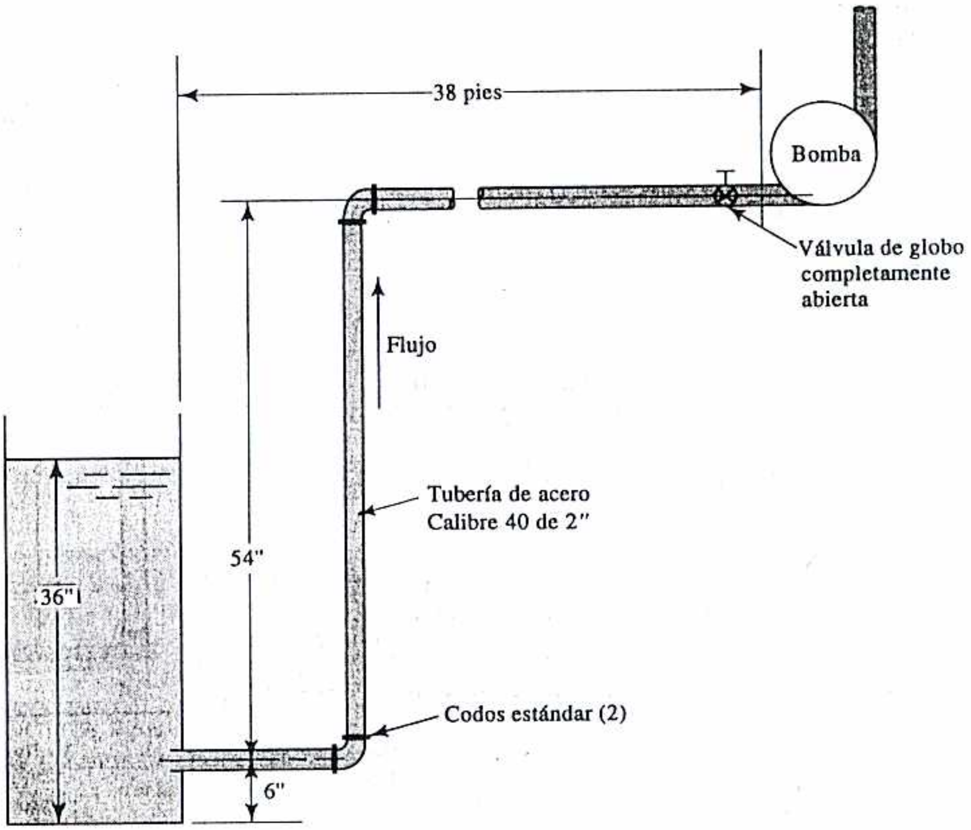
11.26E Especifique el tamaño de la tubería nueva de acero Calibre 40 que se requiere para transportar gasolina a 77 °F a través de 120 pies de tubería en posición horizontal con no más de 8.0 lb/pulg^2 de caída de presión a una velocidad de flujo de volumen de 100 gal/min.

11.27M *Remítase a la figura 11.22. Se está bombeando agua a 80 °C desde un tanque a una velocidad de 475 L/min. Calcule la presión en la entrada de la bomba.*

11.28M *Para el sistema mostrado en la figura 11.22 y analizado en el problema 11.27, se desea cambiar el sistema para incrementar la presión a la entrada de la bomba. La velocidad de flujo de volumen debe permanecer a 475 L/min, pero solamente eso puede cambiarse. Vuelva a diseñar el sistema y calcule de nuevo la presión en la entrada de la bomba comparando con el resultado del problema 11.27.*

11.29E En un proyecto de control de contaminación de agua, el agua contaminada se bombea verticalmente hacia arriba 80 pies y después ésta es rociada en el aire para incrementar el contenido de oxígeno en el agua y para evaporar materiales volátiles. El sistema está bosquejado en la figura 11.23. El agua contaminada tiene un peso específico de 64.0 lb/pie^3 y una viscosidad dinámica de 4.0×10^{-5} lb · s/pie^2. La velocidad de flujo es de 0.50 pies^3/s. La presión en la entrada de la bomba es de 3.50 lb/pulg^2 por debajo de la

FIGURA 11.22 Problemas 11.27 y 11.28.


38 pies
Bomba
Válvula de globo completamente abierta
Flujo
54"
36"
Tubería de acero Calibre 40 de 2"
Codos estándar (2)
6"

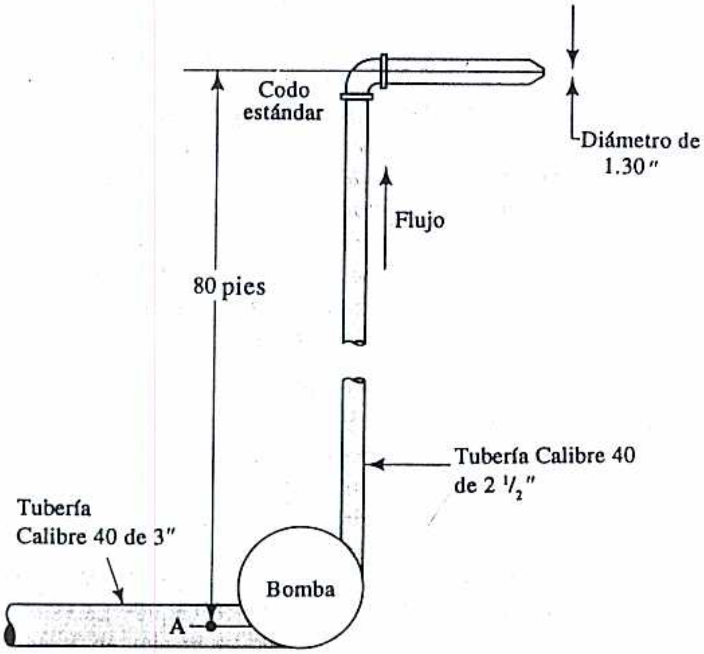


FIGURA 11.23 Problemas 11.29 y 11.30.

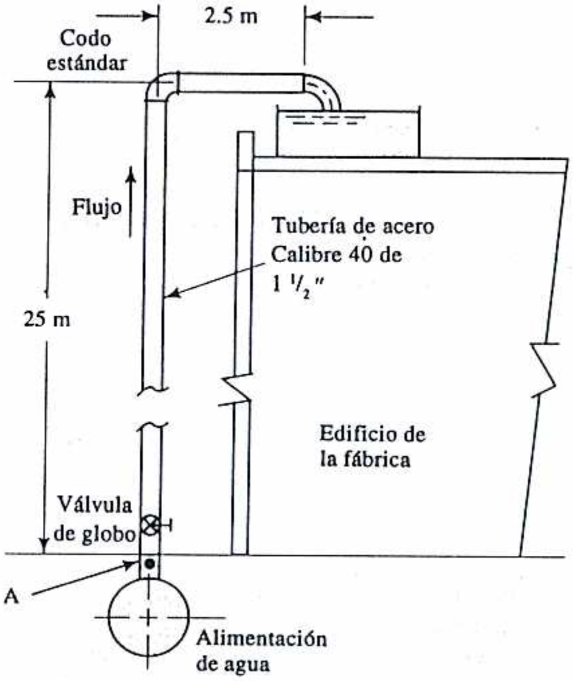
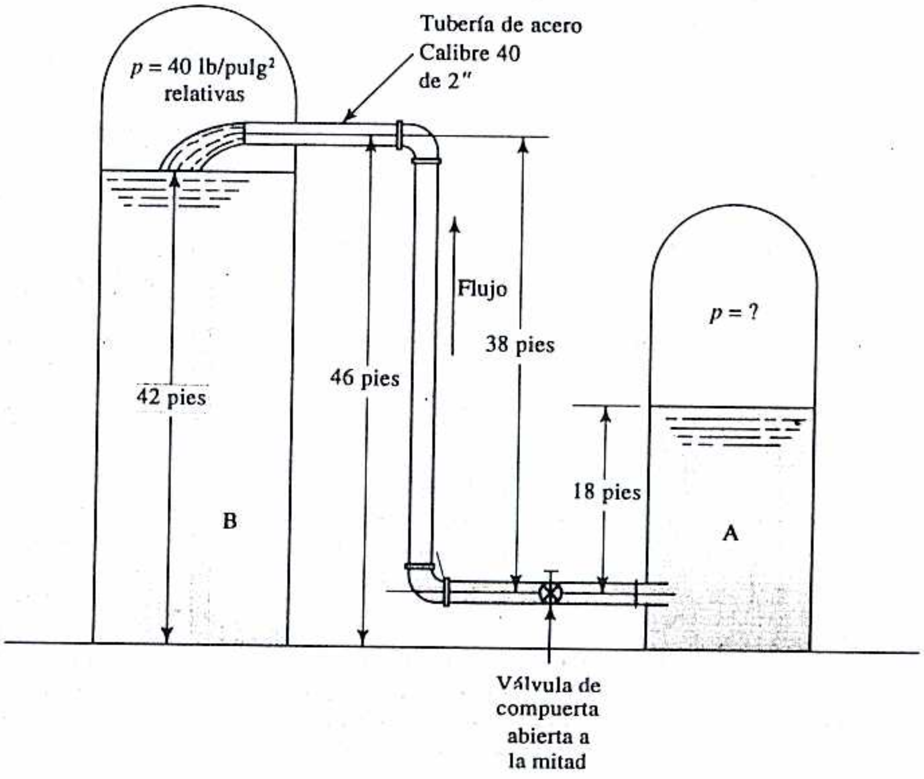


FIGURA 11.24 Problemas 11.31, 11.32 y 11.33.

FIGURA 11.25 Problemas 11.34 11.35, 11.36 y 11.37.


p = 40 lb/pulg² relativas
Tubería de acero Calibre 40 de 2″
Flujo
p = ?
38 pies
46 pies
42 pies
18 pies
B
A
Válvula de compuerta abierta a la mitad

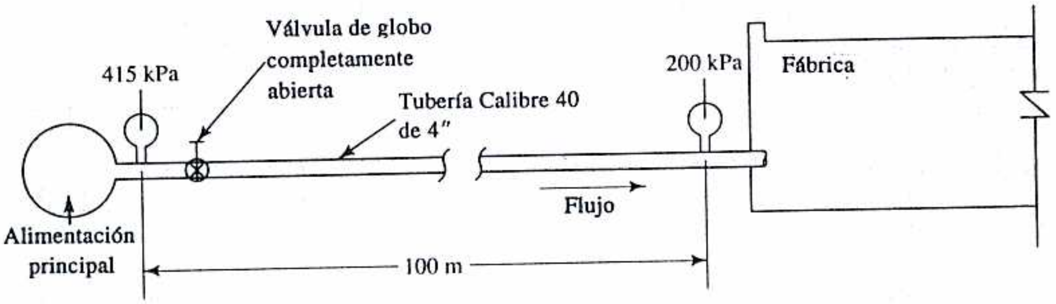


FIGURA 11.26 Problemas 11.38, 11.39, 11.40 y 11.41.

presión atmosférica. La longitud total de la tubería de descarga es de 82 pies. La boquilla tiene un coeficiente de resistencia de 2.50 basado en la cabeza de velocidad en la salida de la boquilla. Calcule la potencia entregada por la bomba hacia el fluido.

11.30E Repita el problema 11.29 pero utilice una tubería de acero Calibre 40 de 3 pulg para la línea de descarga en lugar de la tubería de $2^1/_2$ pulg. Compare la potencia entregada por la bomba en los dos diseños.

11.31M *Se está entregando agua a 10 °C hacia un tanque sobre el techo de un edificio, como se muestra en la figura 11.24. El codo es estándar. ¿Qué presión debe existir en el punto A para que se entreguen 200 L/min?*

11.32M *Si la presión en el punto A de la figura 11.24 es de 200 kPa, calcule la velocidad de flujo de volumen del agua de 10 °C entregada al tanque.*

11.33M *Cambie el diseño del sistema de la figura 11.24 para remplazar la válvula de globo con una válvula de compuerta completamente abierta. Después, si la presión en el punto A es de 200 kPa, calcule la velocidad de flujo de volumen del agua a 10 °C entregada al tanque. Compare el resultado con el del problema 11.32 para demostrar el efecto del cambio de válvula.*

11.34E Se desea entregar 250 gal/min de alcohol etílico a 77 °F desde el tanque A hacia el tanque B en el sistema que se muestra en la figura 11.25. La longitud total de la tubería es de 110 pies. Calcule la presión requerida en el tanque A.

11.35E Para el sistema que se muestra en la figura 11.25, calcule la velocidad de flujo de volumen de alcohol etílico a 77 °F que se presentaría si la presión en el tanque A fuera de 100 lb/pulg² relativas. La longitud total de la tubería es de 110 pies.

11.36E Repita el problema 11.35 pero considere que la válvula se encuentre completamente abierta.

11.37E Repita el problema 11.35, pero considere que la válvula se encuentre completamente abierta y que los codos sean del tipo de radio largo en lugar del tipo estándar. Compare los resultados con los de los problemas 11.35 y 11.36.

11.38M *La figura 11.26 muestra una tubería entregando agua a 15 °C desde la línea principal hacia una fábrica. La presión en la línea principal es de 415 kPa. Calcule la máxima velocidad de flujo permisible si la presión en la fábrica no debe ser menor de 200 kPa.*

11.39M *Repita el problema 11.38 pero remplace la válvula de globo por una de mariposa completamente abierta.*

11.40M *Repita el problema 11.38 pero utilice una tubería Calibre 40 de 5 pulg.*

11.41M *Repita el problema 11.38, pero remplace la válvula de globo por una de mariposa y utilice la tubería de acero Calibre 40 de 5 pulg. Compare los resultados de los problemas 11.38–11.41.*

11.42E Se desea operar una pequeña bomba de desplazamiento positivo asiendo un taladro eléctrico casero a la flecha de la bomba. La bomba entrega 1.0 pulg³ de agua a 60 °F por revolución y la bomba gira a 2100 revoluciones por minuto. La salida de la bomba fluye a través de una manguera de plástico pareja de 100 pies con un diámetro interior de 0.75 pulg. ¿Qué tan lejos sobre la alimentación puede estar la salida de la manguera si la potencia máxima disponible del motor del taladro es de 0.20 hp? La eficiencia de la bomba es del 75 por ciento. Considere las pérdidas por fricción en la manguera pero desprecie cualquier otra pérdida.

TAREAS DE PROGRAMACIÓN EN COMPUTADORA

1. Escriba un programa para analizar los sistemas de línea de tubería Clase I, incluyendo las pérdidas de energía debido a la fricción y las pérdidas menores debido a válvulas y herrajes.
2. Escriba un programa para determinar la velocidad de flujo y la velocidad del flujo de volumen en una tubería determinada con una caída de presión limitada, considerando pérdidas de energía debido a la fricción solamente. Utilice el método computacional descrito en la Sección 11.4 e ilustrado en el ejemplo ilustrativo 11.5.
3. Escriba un programa para determinar el tamaño de la tubería que se requiere para transportar una velocidad de flujo específica con una caída de presión limitada utilizando el procedimiento de solución Clase III descrito en el ejemplo ilustrativo 11.8.
4. Escriba un programa para determinar el tamaño de la tubería que se requiere para transportar una velocidad de flujo específica con una caída de presión limitada. Considere tanto las pérdidas de energía debido a la fricción como las pérdidas menores. Utilice un método similar al que se describió en el ejemplo ilustrativo 11.7.

12 Sistemas de línea de tubería paralelos

12.1 OBJETIVOS

Si un sistema de línea de tubería se dispone de tal forma que el fluido corra en una línea continua sin ramificaciones, se le llama *sistema en serie*. Por el contrario, si el sistema provoca que el fluido se ramifique en dos o más líneas, se le llama *sistema paralelo*.

La naturaleza de los sistemas paralelos requiere que la técnica utilizada para su análisis sea diferente a la que se utiliza en el análisis de los sistemas en serie. En general, un sistema paralelo puede tener cualquier número de ramas. El sistema que se muestra en la fig. 12.1, con tres ramas, se utilizará para ilustrar los conceptos básicos. El flujo en la línea principal en la sección 1 se ramifica en tres partes y después se une en la sección 2. Para la mayoría de los problemas de este tipo, el objetivo es determinar qué cantidad de flujo se presenta en cada una de las ramas y qué caída de presión se presenta entre las secciones 1 y 2.

Después de haber terminado el estudio de este capítulo, usted deberá ser capaz de:

1. Analizar las diferencias entre los sistemas de línea de tubería en serie y los sistemas de línea de tubería paralelos.
2. Establecer las relaciones generales para velocidades de flujo y pérdidas de cabeza para sistemas de línea de tubería paralelo.
3. Calcular la cantidad de flujo que se presenta en cada rama de un sistema de línea de tubería paralelo y la pérdida de cabeza que se presenta a lo largo del sistema cuando se conocen la velocidad de flujo total y la descripción del sistema.
4. Determinar la cantidad de flujo que se presenta en cada rama del sistema de línea de tubería paralelo y el flujo total si se conoce la caída de presión a lo largo del sistema.
5. Utilizar la técnica Hardy Cross para calcular las velocidades de flujo en todas las ramas de una red que tiene tres o más ramas.

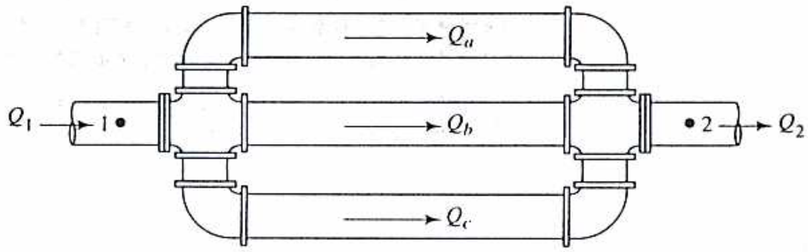
12.2 PRINCIPIOS QUE RIGEN LOS SISTEMAS DE LÍNEA DE TUBERÍA PARALELOS

El análisis de los sistemas de línea de tubería paralelos requieren el uso de la ecuación general de la energía junto con las ecuaciones que relacionan las velocidades de flujo de volumen en las diferentes ramas del sistema y las expresiones para las pérdidas de cabeza a lo largo del sistema. Las siguientes ecuaciones establecen los principios que relacionan las velocidades de flujo de volumen y las pérdidas de cabeza para sistemas paralelos con tres ramas tales como los que se muestran en la figura 12.1.

$$Q_1 = Q_2 = Q_a + Q_b + Q_c \tag{12–1}$$

$$h_{L_{1-2}} = h_a = h_b = h_c \tag{12–2}$$

FIGURA 12.1 Ejemplo de un sistema de línea de tubería paralelo con tres ramas.



En la ecuación (12–1) se establece la condición de continuidad para el flujo estable en un sistema paralelo. El flujo total que entra al sistema, Q_1, se divide entre los tres flujos ramales, Q_a, Q_b y Q_c. Después éstos salen por una tubería de salida donde la velocidad de flujo es Q_2. Por el principio de continuidad, el flujo de salida en la sección 2 es igual al flujo de entrada en la sección 1. En la ecuación (12–2), el término $h_{L_{1-2}}$ es la pérdida de energía *por unidad de fluido* entre los puntos 1 y 2 de las líneas principales. Los términos h_a, h_b y h_c son las pérdidas de energía *por unidad de fluido* en cada rama del sistema. Podemos demostrar que todas estas ecuaciones deben ser iguales escribiendo la ecuación de la energía, utilizando los puntos 1 y 2 como puntos de referencia:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} - h_L = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g} \tag{12–3}$$

En los capítulos anteriores, la suma de la cabeza de presión p/γ, la cabeza de elevación z, y la cabeza de velocidad $v^2/2g$ se le denominaba como la cabeza total E. Ésta representa la energía contenida en cada unidad del fluido en un punto en particular en un sistema. Sustituyendo E en la ecuación (12–3) obtenemos:

$$E_1 - h_L = E_2$$

y:

$$h_L = E_1 - E_2 \tag{12–4}$$

Entonces el término h_L representa la pérdida de cabeza entre los puntos 1 y 2. En la figura 12.1, cada unidad de fluido tiene la misma cabeza total en el punto donde el flujo se ramifica. Conforme el fluido corre a través de las ramas, parte de la energía se pierde. Pero en el punto donde el flujo se vuelve a unir, la cabeza total de cada unidad de fluido debe ser otra vez la misma. Por lo tanto, podemos llegar a la conclusión de que la pérdida de cabeza es la misma, sin importar qué trayectoria se tome entre los puntos 1 y 2. Esta conclusión se establece en forma matemática en la ecuación (12–2).

La cantidad de fluido que corre por una rama en particular en un sistema paralelo depende de la resistencia al flujo en esa rama en relación con la resistencia en otras ramas. El fluido tenderá a seguir la trayectoria de menor resistencia. Como se estableció en los capítulos 9 y 10, la resistencia al flujo se debe a la fricción en la pared de la tubería, a cambios en la sección transversal de la trayectoria del fluido, a cambios en la dirección del fluido o a obstrucciones tales como las que se presentan en las válvulas. Todas estas resistencias dependen de la velocidad del fluido. Por lo tanto, en un sistema paralelo, el flujo se divide de tal forma que las velocidades son diferentes en las ramas y la pérdida de cabeza en cada rama es igual.

Un sistema paralelo de tubería común incluye dos ramas dispuestas como se muestra en la figura 12.2. La rama inferior se agrega para evitar que parte del fluido pase a través del intercambiador de calor, permitiendo el flujo continuo mientras que se le da servicio al equipo. El análisis de este tipo de sistemas es relativamente simple y directo como se explicará en la Sección 12.3.

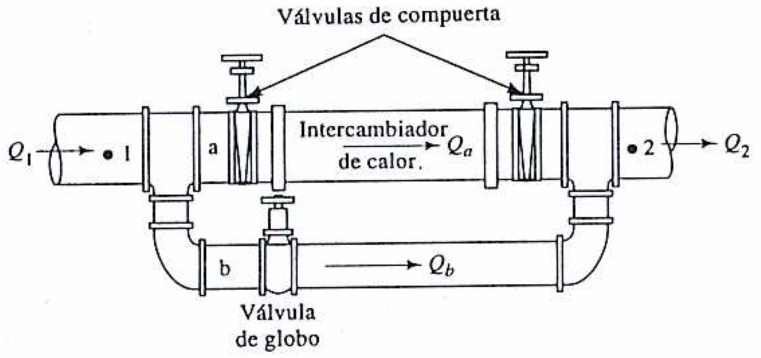


FIGURA 12.2 Sistema paralelo con dos ramas.

Los sistemas paralelos que tienen más de dos ramas son más complejos debido a que existen más incógnitas que ecuaciones que las relacionen. Un procedimiento de solución que requiere de iteración se describe en la Sección 12.4.

12.3 SISTEMAS CON DOS RAMAS

Utilizaremos el sistema que se muestra en la figura 12.2 para ilustrar el análisis del flujo en dos ramas. Las relaciones básicas que se aplican aquí son similares a las ecuaciones (12–1) y (12–2) excepto que solamente existen dos ramas en lugar de tres. Estas relaciones son:

$$Q_1 = Q_2 = Q_a + Q_b \tag{12–5}$$

$$h_{L_{1-2}} = h_a = h_b \tag{12–6}$$

Los siguientes ejemplos ilustrativos se presentan en la forma programada. Deberá poner especial atención a la lógica del procedimiento de solución así como también a los detalles que se llevarán a cabo.

MÉTODO DE SOLUCIÓN PARA SISTEMAS CON DOS RAMAS CUANDO SE CONOCE LA VELOCIDAD DE FLUJO TOTAL Y LA DESCRIPCIÓN DE LAS RAMAS

El ejemplo ilustrativo 12.1 es de este tipo. El método de solución es:

1. Iguale la velocidad de flujo total y la suma de las velocidades de flujo en las dos ramas, como se establece en la ecuación (12–5). Después exprese los flujos ramales como el producto del área de flujo y la velocidad promedio; esto es,

$$Q_a = A_a v_a \quad \text{y} \quad Q_b = A_b v_b$$

2. Exprese la pérdida de cabeza en cada rama en términos de la velocidad de flujo en esa rama y del factor de fricción. Incluya todas las pérdidas significativas debido a las pérdidas por fricción y a las pérdidas secundarias.

3. Calcule la rugosidad relativa D/ϵ para cada rama, estime el valor del factor de fricción para cada rama y complete el cálculo de la pérdida de cabeza en términos de las velocidades desconocidas.
4. Iguale las expresiones de las pérdidas de cabeza en las dos ramas entre ellas, como se establece en la ecuación (12–6).
5. Ponga una velocidad en términos de la otra de la ecuación en el paso 4.
6. Sustituya el resultado del paso 5 en la ecuación de velocidad de flujo desarrollada en el paso 1, y despeje una de las velocidades desconocidas.
7. Despeje la segunda velocidad desconocida de la relación que se desarrolló en el paso 5.
8. Si existiera duda en cuanto a la exactitud del valor del factor de fricción utilizado en el paso 2, calcule el número de Reynolds para cada rama y calcule de nuevo el factor de fricción del diagrama de Moody o calcule los valores de los factores de fricción de la ecuación (9–9) en el capítulo 9.
9. Si los valores del factor de fricción cambian en forma significativa, repita los pasos 3-8, utilizando los nuevos valores para el factor de fricción.
10. Cuando se logre una precisión satisfactoria, utilice la velocidad conocida en cada rama para calcular la velocidad de flujo de volumen para esa rama. Verifique la suma de las velocidades de flujo de volumen para asegurarse que es igual al flujo total en el sistema.
11. Utilice la velocidad en cualquier rama para calcular la pérdida de cabeza a lo largo de esa rama, empleando la relación adecuada del paso 3. Esta pérdida de cabeza es también igual a la pérdida de cabeza a lo largo del sistema de ramificación completo. Puede calcular, si desea, la caída de presión a lo largo del sistema utilizando la relación $\Delta p = \gamma h_L$.

EJEMPLO ILUSTRATIVO PROGRAMADO

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 12.1**

En la figura 12.2 se encuentran fluyendo 100 gal/min de agua a 60 °F en una tubería de acero Calibre 40 de 2 pulg. en la sección 1. El intercambiador de calor en la rama *a* tiene un coeficiente de pérdida de $K = 7.5$ basado en la cabeza de velocidad de la tubería. Las tres válvulas están abiertas completamente. La rama *b* es una línea de bypass compuesta de tubería de acero Calibre 40 de $1^1/_4$ pulg. Los codos son estándar. La longitud de la tubería entre los puntos 1 y 2 en la rama *b* es de 20 pies. Debido al tamaño del intercambiador de calor, la longitud de la tubería en la rama *a* es muy corta, por lo que se pueden despreciar las pérdidas por fricción. De este arreglo, determine (a) la velocidad de flujo de volumen de agua en cada rama y (b) la caída de presión entre los puntos 1 y 2.

Si aplicamos el paso 1 del método de solución, la ecuación (12–5) relaciona las dos velocidades de flujo de volumen. ¿Cuántas cantidades se conocen en esta ecuación?

Se desconocen las dos velocidades υ_a y υ_b. Puesto que $Q = A\upsilon$, la ecuación (12–5) puede expresarse como:

$$Q_1 = A_a\upsilon_a + A_b\upsilon_b \qquad (12\text{–}7)$$

De los datos proporcionados, $A_a = 0.02333$ pies², $A_b = 0.01039$ pies², $Q_1 = 100$ gal/min. Expresando Q_1 en las unidades de pies³/s obtenemos

$$Q_1 = 100 \text{ gal/min} \times \frac{1 \text{ pie}^3/\text{s}}{449 \text{ gal/min}} = 0.223 \text{ pies}^3/\text{s}$$

Genere otra ecuación que también relacione v_a y v_b utilizando el paso 2.

La ecuación (12-6) establece que las pérdidas de cabeza en cada rama son iguales. Puesto que las pérdidas de cabeza h_a y h_b dependen de las velocidades v_a y v_b, esta ecuación puede utilizarse en conjunto con la ecuación (12–7) para encontrar las velocidades. Ahora, exprese las pérdidas de cabeza en términos de las velocidades en cada rama.

Debemos tener algo parecido a esto para la rama *a*:

$$h_a = \underset{\text{(válvulas)}}{2f_{aT}(L_e/D)(v_a^2/2g)} + \underset{\text{(intercambiador de calor)}}{K(v_a^2/2g)}$$

Se conocen los siguientes datos:

$f_{aT} = 0.019$ para una tubería Calibre 40 de 2 pulga (tabla 10.5)
$L_e/D = 8$ para una válvula de compuerta completamente abierta (tabla 10.4)
$K = 7.5$ del enunciado del problema

Entonces,

$$h_a = (2)(0.019)(8)(v_a^2/2g) + 7.5(v_a^2/2g) = 7.80(v_a^2/2g) \tag{12–8}$$

Para la rama *b*:

$$h_b = \underset{\text{(codos)}}{2f_{bT}(L_e/D)(v_b^2/2g)} + \underset{\text{(válvula)}}{f_{bT}(L_e/D)(v_b^2/2g)} + \underset{\text{(fricción)}}{f_b(L/D)(v_b^2/2g)}$$

Los datos conocidos son:

$f_{bT} = 0.022$ para una tubería Calibre 40 de $1^1/_4$ pulg
$L_e/D = 30$ para cada uno de los codos (tabla 10.4)
$L_e/D = 340$ para una válvula de globo abierta completamente

Entonces,

$$h_b = (2)(0.022)(30)(v_b^2/2g) + (0.022)(340)(v_b^2/2g) + f_b(20/0.1150)(v_b^2/2g)$$
$$h_b = (8.80 + 173.9f_b)(v_b^2/2g)$$

Esta ecuación presenta la incógnita adicional, f_b. Podemos utilizar el proceso de iteración similar al que se utilizó en los sistemas de línea de tubería en serie Clase II en el capítulo 11. La rugosidad relativa de la rama *b* ayudará en la estimación del primer valor de prueba para f_b.

$$D/\epsilon = (0.1150/1.5 \times 10^{-4}) = 767$$

Del diagrama de Moody en la figura 9.2, una estimación lógica para el factor de fricción $f_b = 0.023$. Sustituyendo éste en la ecuación para h_b obtenemos:

$$h_b = [8.80 + 173.9(0.023)](v_b^2/2g) = 12.80(v_b^2/2g) \tag{12–9}$$

Hemos terminado el paso 3 del procedimiento de solución. Los pasos 4 y 5 pueden realizarse ahora para obtener una expresión para v_a en términos de v_b.

Debería tener $v_a = 1.281 v_b$. Enseguida se muestra cómo se hace.

$$h_a = h_b$$
$$7.80(v_a^2/2g) = 12.80(v_b^2/2g)$$

Despejando v_a obtenemos:

$$v_a = 1.281 v_b \tag{12–10}$$

En este momento, puede combinar las ecuaciones (12–7) y (12–10) para calcular las velocidades (pasos 6 y 7).

Las soluciones son $v_a = 5.54$ pies/s y $v_b = 7.09$ pies/s. Aquí están los detalles:

$$Q_1 = A_a v_a + A_b v_b \tag{12–7}$$
$$v_a = 1.281 v_b \tag{12–10}$$

Después tenemos que:

$$Q_1 = A_a(1.281 v_b) + A_b v_b = v_b(1.281 A_a + A_b)$$

Despejando v_b, obtenemos:

$$v_b = \frac{Q_1}{1.281\,A_a + A_b} = \frac{0.223 \text{ pies}^3/\text{s}}{[(1.281)(0.02333) + 0.01039] \text{ pies}^2}$$
$$= 5.54 \text{ pies/s}$$
$$v_a = (1.281)(5.54) \text{ pies/s} = 7.09 \text{ pies/s}$$

Puesto que realizamos estos cálculos utilizando un valor supuesto para f_b, deberíamos verificar la exactitud del supuesto.

Podemos evaluar el número de Reynolds para la rama *b*.

$$N_{Rb} = v_b D_b / \nu$$

De la tabla del apéndice A.2, encontramos que $\nu = 1.21 \times 10^{-5}$ pies²/s. Entonces,

$$N_{Rb} = (5.54)(0.1150)/(1.21 \times 10^{-5}) = 5.26 \times 10^4$$

Utilizando este valor y la rugosidad relativa de 767 de antes, en el diagrama de Moody obtenemos un nuevo valor para $f_b = 0.025$. Debido a que este valor es muy diferente del valor supuesto de 0.023, podemos repetir los cálculos para los pasos 3 a 8. Los resultados están resumidos abajo.

$$h_b = [8.80 + 173.9(0.025)](v_b^2/2g) = 13.15(v_b^2/2g) \tag{12–9}$$
$$h_a = 7.80(v_a^2/2g) \qquad \text{(Lo mismo como en la primera prueba)}$$

Igualando las pérdidas de cabeza en las dos ramas,

$$h_a = h_b$$
$$7.80(v_a^2/2g) = 13.15(v_b^2/2g)$$

Despejando las velocidades,

$$v_a = 1.298 v_b$$

Sustituyendo este valor en la ecuación de v_b utilizada anteriormente obtenemos,

$$v_b = \frac{0.223\ \text{pies}^3/\text{s}}{[(1.298)(0.02333) + 0.01039]\ \text{pies}^2} = 5.48\ \text{pies/s}$$

$$v_a = 1.298 v_b = 1.298(5.48) = 7.12\ \text{pies/s}$$

Al volver a calcular el número de Reynolds para la rama *b* obtenemos,

$$N_{Rb} = v_b D_b/\nu$$

$$N_{Rb} = (5.48)(0.1150)/(1.21 \times 10^{-5}) = 5.21 \times 10^4$$

No existe un cambio significativo en el valor de f_b. Por lo tanto, los valores de las dos velocidades calculadas anteriormente son correctas. Ahora podemos completar los pasos 10 y 11 del procedimiento para encontrar la velocidad de flujo de volumen en cada rama y la pérdida de cabeza y caída de presión a lo largo del sistema completo.

Ahora calcule las velocidades de flujo de cabeza Q_a y Q_b (paso 10.)

Debería tener,

$$Q_a = A_a v_a = (0.02333\ \text{pies}^2)(7.12\ \text{pies/s}) = 0.166\ \text{pies}^3/\text{s}$$

$$Q_b = A_b v_b = (0.01039\ \text{pies}^2)(5.48\ \text{pies/s}) = 0.057\ \text{pies}^3/\text{s}$$

Convirtiendo estos valores a las unidades de gal/min obtenemos Q_a = 74.5 gal/min y Q_b = 25.5 gal/min.

También se nos pide calcular la caída de presión. ¿Cómo puede hacerse esto?

Podemos escribir la ecuación de la energía utilizando los puntos 1 y 2 como puntos de referencia. Puesto que las velocidades y elevaciones son las mismas en estos puntos, la ecuación de la energía es simplemente:

$$\frac{p_1}{\gamma} - h_L = \frac{p_2}{\gamma}$$

Despejando la caída de presión, obtenemos,

$$p_1 - p_2 = \gamma h_L \tag{12-11}$$

¿Qué puede utilizarse para calcular h_L?

Puesto que $h_{L_{1-2}} = h_a = h_b$, podemos aplicar tanto la ecuación (12–8) o (12–9). Utilizando la ecuación (12–8), obtenemos

$$h_a = 7.80(v_a^2/2g) = (7.80)(7.12)^2/64.4\ \text{pies} = 6.14\ \text{pies}$$

Observe que esto no toma en cuenta las pérdidas secundarias en las dos Tes. Entonces tenemos que,

$$p_1 - p_2 = \gamma h_L = \frac{64.4\ \text{lb}}{\text{pies}^3} \times 6.14\ \text{pies} \times \frac{1\ \text{pies}^2}{144\ \text{pulg}^2} = 2.66\ \text{lb/pulg}^2$$

Este ejemplo ilustrativo está concluido.

■

MÉTODO DE SOLUCIÓN PARA SISTEMAS CON DOS RAMAS CUANDO SE CONOCE LA CAÍDA DE PRESIÓN A LO LARGO DEL SISTEMA Y SE VAN A CALCULAR LA VELOCIDAD DE FLUJO DE VOLUMEN EN CADA RAMA Y LA VELOCIDAD DE FLUJO DE VOLUMEN TOTAL

El ejemplo ilustrativo 12.2 es de este tipo. El método de solución es:

1. Calcule la pérdida de cabeza total a lo largo del sistema utilizando la caída de presión conocida Δp, en la relación $h_L = \Delta p/\gamma$.
2. Escriba expresiones para la pérdida de cabeza en cada rama en términos de la velocidad en esa rama y el factor de fricción.
3. Calcule la rugosidad relativa D/ϵ para cada rama, asuma un estimado razonable para el factor de fricción, y complete los cálculos para la pérdida de cabeza en términos de la velocidad en cada rama.
4. Dejando que la magnitud de la pérdida de cabeza en cada rama sea igual a la pérdida de cabeza total como se encontró en el paso 1, despeje la velocidad en cada rama utilizando la expresión que se encontró en el paso 3.
5. Si existe una duda con respecto de la exactitud del valor del factor de fricción utilizado en el paso 3, calcule el número de Reynolds para cada rama y evalúe de nuevo el factor de fricción del diagrama de Moody en la figura 9.2 o calcule el valor del factor de fricción de la ecuación (9–9).
6. Si los valores del factor de fricción cambiaron en forma significativa, repita los pasos 3 y 4, utilizando los nuevos valores para el factor de fricción.
7. Cuando se haya alcanzado una precisión satisfactoria, utilice la velocidad en cada rama que ahora se conoce para calcular la velocidad de flujo de volumen para esa rama. Después, calcule la suma de las velocidades de flujo de volumen, que es igual al flujo total en el sistema.

EJEMPLO ILUSTRATIVO PROGRAMADO

☐ EJEMPLO ILUSTRATIVO 12.2

El arreglo que se muestra en la figura 12.3 se utiliza para alimentar aceite lubricante a los cojinetes de una máquina grande. Los cojinetes actúan como obstáculos al flujo. Los coeficientes de resistencia son 11.0 y 4.0 para los dos cojinetes. Las líneas en cada rama son de tubería de acero de $^1/_2$ pulg. con un grosor de pared de 0.049 pulg. Cada una de las cuatro vueltas en el tubo tiene un radio medio de 100 mm. Incluya el efecto de estas vueltas, pero excluya las pérdidas por fricción puesto que las líneas son cortas. Determine (a) la velocidad de flujo de aceite en cada cojinete y (b) la velocidad de flujo total en L/min. El aceite tiene una gravedad específica de 0.881 y una viscosidad cinemática de 2.50×10^{-6} m²/s. El sistema recae sobre un plano, por lo que todas las elevaciones son iguales.

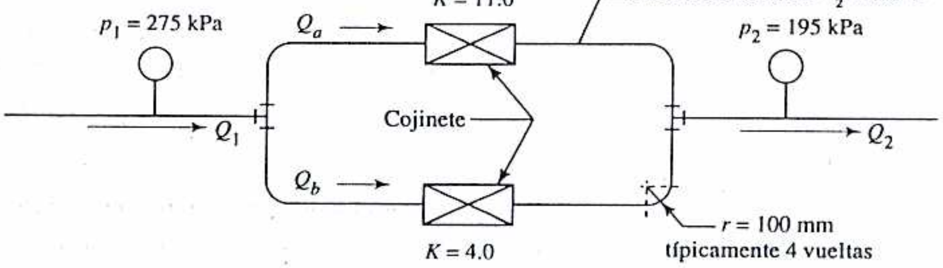


FIGURA 12.3 Sistema paralelo para el ejemplo ilustrativo 12.2.

Escriba la ecuación que relaciona la pérdida de cabeza h_L a lo largo del sistema paralelo con las pérdidas de cabeza en cada línea h_a y h_b.

Debería tener:

$$h_L = h_a = h_b \tag{12-12}$$

Todas ellas son iguales. Determine la magnitud de estas pérdidas de cabeza utilizando el paso 1.

Podemos encontrar h_L de la ecuación de la energía:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} - h_L = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Pero $z_1 = z_2$ y $v_1 = v_2$. Entonces,

$$\frac{p_1}{\gamma} - h_L = \frac{p_2}{\gamma}$$

$$h_L = (p_1 - p_2)/\gamma \tag{12-13}$$

Utilizando los datos proporcionados, obtenemos:

$$\begin{aligned} h_L &= \frac{(275 - 195)\ \text{kN}}{\text{m}^2} \times \frac{\text{m}^3}{(0.881)(9.81)\ \text{kN}} \\ &= 9.26\ \text{m} \end{aligned}$$

Ahora escriba las expresiones para h_a y h_b, paso 2.

Considerando las pérdidas en las vueltas y en los cojinetes, debería tener:

$$h_a = 2f_T(L_e/D)v_a^2/2g + 11.0v_a^2/2g \tag{12-14}$$

$$h_b = 2f_T(L_e/D)v_b^2/2g + 4.0v_b^2/2g \tag{12-15}$$

donde f_T es el factor de fricción para la zona de completa turbulencia en el tubo. El radio equivalente de longitud para las vueltas puede encontrarse en la figura 10.23 en el capítulo 10. Para cada vuelta el radio relativo es:

$$r/D = 100\ \text{mm}/10.21\ \text{mm} = 9.79$$

Entonces $L_e/D = 29.5$. El factor de fricción en la zona de completa turbulencia puede determinarse utilizando la rugosidad relativa y por el diagrama de Moody, figura 9.2.

$$D/\epsilon = 0.010\ 21\ \text{m}/4.6 \times 10^{-5}\ \text{m} = 222$$

Del diagrama de Moody encontramos que el factor de fricción es $f_T = 0.029$. Entonces podemos completar el paso 3 calculando h_a y h_b.

$$\begin{aligned} h_a &= (2)(0.029)(29.5)(v_a^2/2g) + 11.0(v_a^2/2g) \\ &= (1.71 + 11.0)v_a^2/2g = 12.71v_a^2/2g \end{aligned} \tag{12-16}$$

$$\begin{aligned} h_b &= (2)(0.029)(29.5)(v_b^2/2g) + 4.0(v_b^2/2g) \\ &= (1.71 + 4.0)v_b^2/2g = 5.71v_b^2/2g \end{aligned} \tag{12-17}$$

Para completar el paso 4, calcule las velocidades v_a y v_b.

Anteriormente encontramos que $h_L = 9.26$ m. Puesto que $h_L = h_a = h_b$, las ecuaciones (12–16) y (12–17) pueden resolverse en forma directa de v_a y v_b.

$$\begin{aligned} h_a &= 12.71 v_a^2/2g \\ v_a &= \sqrt{\frac{2gh_a}{12.71}} = \sqrt{\frac{(2)(9.81)(9.26)}{12.71}}\ \text{m/s} = 3.78\ \text{m/s} \\ h_b &= 5.71 v_b^2/2g \\ v_b &= \sqrt{\frac{2gh_b}{5.71}} = \sqrt{\frac{(2)(9.81)(9.26)}{5.71}}\ \text{m/s} = 5.64\ \text{m/s} \end{aligned}$$

Ahora encuentre las velocidades de flujo de volumen, como se hizo en el paso 7.

Debe tener $Q_a = 18.6$ L/min, $Q_b = 27.7$ L/min y la velocidad de flujo de volumen total = 46.3 L/min. El área de cada tubo es de 8.189×10^{-5} m². Entonces tenemos:

$$\begin{aligned} Q_a &= A_a v_a = 8.189 \times 10^{-5}\ \text{m}^2 \times 3.78\ \text{m/s} \times \frac{60\,000\ \text{L/min}}{\text{m}^3/\text{s}} \\ &= 18.6\ \text{L/min} \end{aligned}$$

De manera similar,

$$Q_b = A_b v_b = 27.7\ \text{L/min}$$

Por consiguiente, la velocidad de flujo total es:

$$Q_1 = Q_a + Q_b = (18.6 + 27.7)\text{L/min} = 46.3\ \text{L/min}$$

Este ejemplo ilustrativo ha concluido.

■

12.4 SISTEMAS CON TRES O MÁS RAMAS—REDES

Cuando tres o más ramas se presentan en un sistema de flujo de tubería, se le llama *red*. Las redes son indeterminadas debido a que existen más factores desconocidos que ecuaciones independientes que relacionen a estos factores. Por ejemplo, en la figura 12.4 hay tres velocidades desconocidas, una en cada tubería. Las ecuaciones disponibles para describir el sistema son:

$$Q_1 = Q_2 = Q_a + Q_b + Q_c \tag{12–18}$$

$$h_{L_{1-2}} = h_a = h_b = h_c \tag{12–19}$$

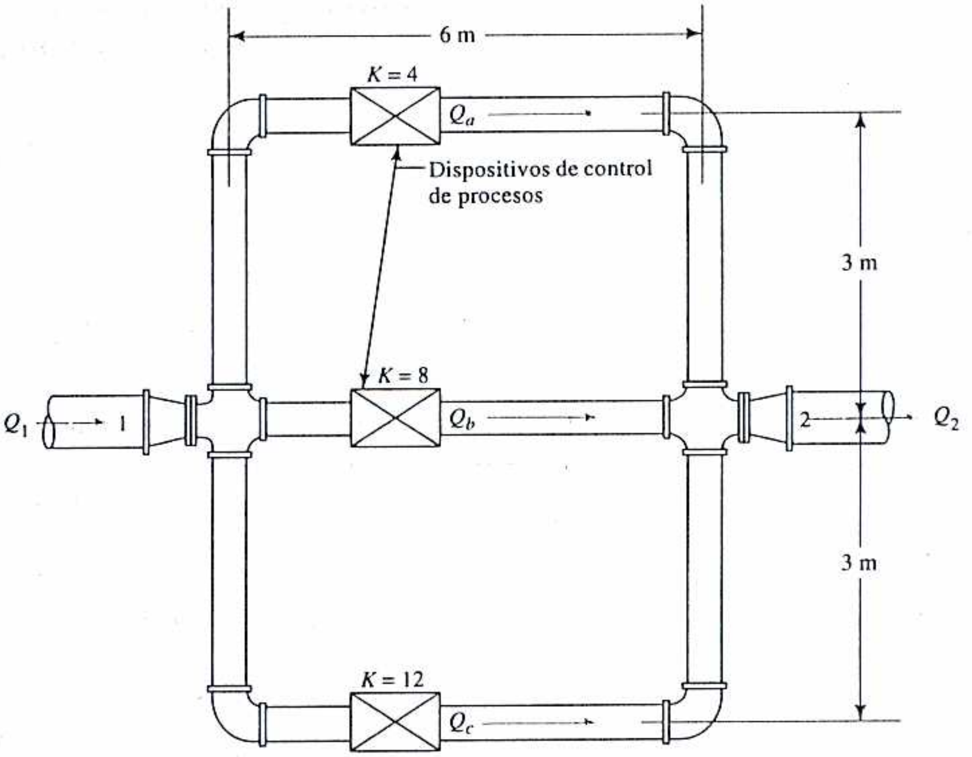
Se requiere una tercera ecuación independiente para resolver en forma explícita las tres velocidades, y ninguna se tiene disponible.

Una forma racional de completar el análisis de un sistema tal como el que se muestra en la figura 12.4 empleando un procedimiento de iteración fue desarrollado por Hardy Cross.* Este procedimiento converge en las velocidades de flujo correc-

---

* Hardy Cross, *Analysis of flow in networks of conduits or conductors,* Universidad de Illinois Engineering Experiment Station Bulletin núm.86 (Urbana: Universidad de Illinois, noviembre, 1936).

FIGURA 12.4 Red con tres ramas.



Nota: Tuberías de entrada y salida: Calibre 40 de 2 pulg.
Tuberías de ramificación a, b, y c: Calibre 40 de 1 pulg.
Los codos son estándar.

correctas muy rápidamente. Muchos cálculos se requieren aún, pero éstos pueden establecerse en forma ordenada para su uso en una calculadora o en una computadora digital.

La técnica Cross requiere que los términos de pérdida de cabeza para cada tubería en el sistema se expresen en la forma:

$$h = kQ^n \tag{12–20}$$

Donde k es una resistencia equivalente al flujo para la tubería completa y Q es la velocidad de flujo en la tubería. Ilustraremos la creación de tal expresión en el ejemplo ilustrativo para seguir este análisis general de la técnica Hardy Cross. Por ahora, deberá recordar que tanto las pérdidas por fricción como las pérdidas menores son proporcionales a la cabeza de velocidad, $v^2/2g$. Después, utilizando la ecuación de continuidad podemos expresar la velocidad en términos de la velocidad de flujo de volumen. Esto es,

$$v = Q/A$$

y

$$v^2 = Q^2/A^2$$

Esto permitirá el desarrollo de una ecuación de la forma mostrada en la ecuación (12–20).

La técnica de iteración Cross requiere que se lleven a cabo estimaciones de los valores iniciales para la velocidad de flujo de volumen en cada rama del sistema. Los dos factores que ayudan a realizar estos estimados son:

1. En cada unión de la red, la suma del flujo en la unión debe ser igual al flujo que sale.
2. El fluido tiende a seguir la trayectoria de menor resistencia a través de la red. Por lo tanto, una tubería que tiene un valor mas pequeño de k podrá transportar una velocidad de flujo más alta que aquellas que tienen valores más altos.

La red deberá dividirse en un conjunto de circuitos de lazo cerrado antes de comenzar el proceso de iteración. La figura 12.5 muestra una representación esquemática de un sistema de 3 tuberías tal como el que se muestra en la figura 12.4. Las flechas discontinuas dibujadas en el sentido de las manecillas del reloj ayudan a definir los signos de las velocidades de flujo Q y las pérdidas de cabeza h en las diferentes tuberías de cada lazo de acuerdo con la siguiente convención:

- Si el flujo en una determinada tubería de un circuito es en el sentido de las manecillas del reloj, Q y h son positivas.
- Si el flujo es en sentido opuesto al de las manecillas del reloj, Q y h son negativas.

Por consiguiente, para el circuito 1 de la figura 12.5, h_a y Q_a son positivas, mientras que h_b y Q_b son negativas. Los signos son críticos para el cálculo correcto de ajustes a la velocidad de flujo de volumen, indicados por ΔQ, que se producen al final de cada ciclo de iteración. Observe que la tubería b es común a ambos circuitos. Por lo tanto, los ajustes ΔQ para cada circuito deben aplicarse a la velocidad de flujo en esta tubería.

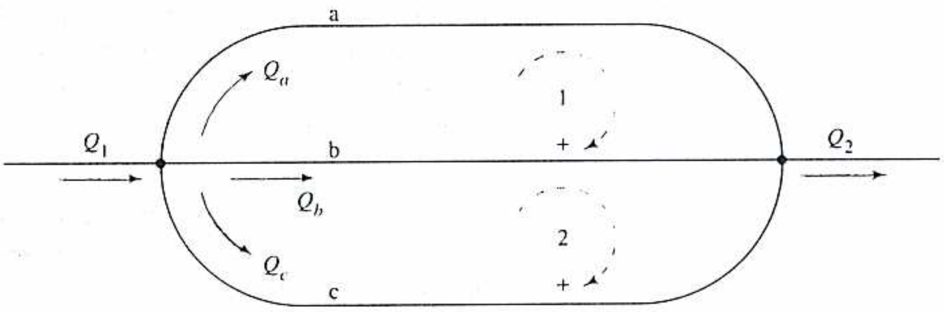


FIGURA 12.5 Circuitos de lazo cerrado utilizados con la técnica Hardy Cross para el análisis de redes de tubería.

La técnica Cross para analizar el flujo en redes de tubería se presenta paso a paso a continuación. Un ejemplo ilustrativo programado le procede para ilustrar la aplicación del procedimiento.

TÉCNICA CROSS PARA EL ANÁLISIS DE REDES DE TUBERÍA

1. Exprese la pérdida de energía en cada tubería por medio de la expresión $h = kQ^2$.
2. Asuma un valor de velocidad de flujo en cada tubería tal que el flujo en cada unión sea igual al flujo de salida de la unión.
3. Divida la red en una serie de circuitos de lazo cerrado.
4. Para cada tubería calcule la pérdida de cabeza $h = kQ^2$, utilizando el valor asumido de Q.

5. Procediendo alrededor de cada circuito, sume en forma algebraica todos los valores de h utilizando la siguiente convención de signos:
   Si el flujo es en el sentido de las manecillas del reloj, h y Q son positivas.
   Si el flujo en en el sentido contrario al de las manecillas del reloj, h y Q son negativas.
   La suma resultante se denomina Σh.
6. Para cada tubería, calcule $2kQ$.
7. Sume todos los valores de $2kQ$ para cada circuito, asumiendo que todos son positivos. Esta suma se conoce como $\Sigma(2kQ)$.
8. Para cada circuito, calcule el valor de ΔQ de:

$$\Delta Q = \frac{\Sigma h}{\Sigma(2kQ)} \qquad \textbf{(12–21)}$$

9. Para cada tubería, calcule un nuevo valor estimado para Q de:

$$Q' = Q - \Delta Q$$

10. Repita los pasos 4-8 hasta que ΔQ del paso 8 se haga considerablemente pequeño. El valor de Q' se utiliza en el siguiente ciclo de iteración.

EJEMPLO ILUSTRATIVO PROGRAMADO

☐ EJEMPLO ILUSTRATIVO 12.3

Para el sistema mostrado en la figura 12.4, determine la velocidad de flujo de volumen del agua a 15 °C a través de cada rama si 600 L/min (0.01 m³/s) están fluyendo hacia dentro y fuera del sistema a través de las tuberías de 2 pulgadas.

La pérdida de cabeza en cada tubería deberá expresarse en la forma $h = kQ^2$ como paso 1 del procedimiento. Considere primero la rama a y escriba la expresión para la pérdida de cabeza h_a.

La pérdida de cabeza total para la rama se debe a los dos codos (cada uno con $L_e/D = 30$), la restricción (con $K = 4.0$ basado en la cabeza de velocidad en la tubería), y fricción en la tubería. Entonces,

$$h_a = \underbrace{2(f_{aT})(30)(v_a^2/2g)}_{\text{(codos)}} + \underbrace{4.0(v_a^2/2g)}_{\text{(restricción)}} + \underbrace{f_a(L_a/D_a)(v_a^2/2g)}_{\text{(fricción)}}$$

El factor de fricción f_a para el flujo en la tubería depende del número de Reynolds y por lo tanto en la velocidad de flujo de volumen. Debido a que ése es el objetivo del análisis de la red, no podemos determinar el valor en forma explícita en este momento. Además, la velocidad de flujo, será, en general, diferente en cada segmento del sistema de flujo, lo cual resulta en diferentes valores para el factor de fricción. Tomaremos eso en cuenta en el presente análisis calculando el valor de la fricción después de asumir la magnitud de la velocidad de flujo de volumen en cada una de las tuberías, un paso que es inherente en la técnica Hardy Cross. Utilizaremos el método Swamee-Jain para calcular el factor de fricción de la ecuación (9–9). Posteriormente, calcularemos de nuevo los valores de los factores de fricción para cada prueba conforme el valor de la velocidad de flujo de volumen se refine.

Primero, simplifiquemos la ecuación para h_a llevando a cabo tantos cálculos como podamos. ¿Qué valores pueden determinarse?

La longitud total de tubería en la rama *a* es de 12 m y para la tubería Calibre 40 de 1 pulg $D = 0.0266$ m y $A = 5.574 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$. De la tabla 10.5 podemos encontrar que el valor de $f_{aT} = 0.023$ para tubería de acero Calibre 40 de 1 pulg con flujo en la zona turbulenta totalmente. El agua a 15 °C tiene una viscosidad cinemática $\upsilon = 1.15 \times 10^{-6}$ m²/s. También, podemos introducir la velocidad de flujo de volumen Q en la ecuación notando que, como se mostró antes,

$$v_a^2 = Q_a^2/A_a^2$$

Sustituya estos valores en la ecuación para h_a y simplifique tanto como sea posible.

Deberá tener algo como esto.

$$\begin{aligned}
h_a &= [60(f_{aT}) + 4.0 + (f_a)(12/0.0266)](v_a^2/2g) \\
h_a &= [60(f_{aT}) + 4.0 + 451(f_a)](Q_a^2/2gA^2) \\
h_a &= [60(0.023) + 4.0 + 451(f_a)]\left[\frac{Q_a^2}{2(9.81)(5.574 \times 10^{-4})^2}\right] \\
h_a &= [5.38 + 451(f_a)](1.64 \times 10^5)Q_a^2
\end{aligned} \qquad \textbf{(12–22)}$$

Es también conveniente expresar el número de Reynolds en términos de la velocidad de flujo de volumen, Q, y calcular el valor de la rugosidad relativa, D/ϵ. Haga esto ahora.

Debido a que las tres ramas tienen el mismo tamaño y tipo de tubería, estos cálculos se aplican a cada rama. Si se utilizan tuberías diferentes a través de la red, estos cálculos deben hacerse de nuevo para cada tubería. Para la tubería de acero de una pulgada,

$$D/\epsilon = (0.0266\ \text{m})/(4.6 \times 10^{-5}\ \text{m}) = 578$$

Debemos modificar la fórmula del número de Reynolds como:

$$\begin{aligned}
N_{Ra} &= \frac{v_a D_a}{\nu} = \frac{Q_a D_a}{A_a \nu} = \frac{Q_a(0.0266)}{(5.574 \times 10^{-4})(1.15 \times 10^{-6})} \\
N_{Ra} &= (4.15 \times 10^7)Q_a
\end{aligned} \qquad \textbf{(12–23)}$$

Ahora genere expresiones para las pérdidas de cabeza en las otras dos tuberías, h_b y h_c, utilizando procedimientos similares.

Compare sus resultados con éstos. Note que el tamaño de la tubería en las ramas *b* y *c* es el mismo que el de la rama *a*. Para la rama *b*:

$$\begin{aligned}
h_b &= \underset{\text{(restricción)}}{8.0(v_b^2/2g)} + \underset{\text{(fricción)}}{f_b(L_b/D_b)(v_b^2/2g)} \\
h_b &= [8.0 + f_b(6/0.0266)](Q_b^2/2gA^2) \\
h_b &= [8.0 + 225.6(f_b)](1.64 \times 10^5)Q_b^2
\end{aligned} \qquad \textbf{(12–24)}$$

Para la rama *c*:

$$h_c = \underset{\text{(codos)}}{2(f_{cT})(30)(v_c^2/2g)} + \underset{\text{(restricción)}}{12.0(v_c^2/2g)} + \underset{\text{(fricción)}}{f_c(L_c/D_c)(v_c^2/2g)}$$

$$h_c = [60(f_{cT}) + 12.0 + f_c(12/0.0266)](v_c^2/2g)$$

$$h_c = [60(0.023) + 12.0 + 451f_c](Q_c^2/2gA^2)$$

$$h_c = [12.38 + 451(f_c)](1.64 \times 10^5)Q_c^2 \qquad \textbf{(12–25)}$$

Las ecuaciones 12–22 a 12–25 se utilizarán en el cálculo de pérdidas de cabeza conforme continúa el proceso de iteración de Cross. Cuando se conozcan o asuman los valores para los factores de fricción, las ecuaciones de pérdida de cabeza pueden reducirse a la forma de la ecuación (12–20). A menudo es adecuado suponer valores razonables para los diferentes factores de fricción, ya que los cambios menores tienen un efecto mínimo en la distribución de flujo y en la pérdida de cabeza total. Sin embargo, demostraremos un procedimiento de solución más completo en el que se calculan nuevos factores de fricción para cada tubería en cada prueba.

El paso 2 del procedimiento estima la velocidad de flujo de volumen en cada rama. ¿Qué tubería debe tener la velocidad de flujo mayor y cuál deberá tener la menor?

Aunque los valores finales de los valores de fricción pudieran afectar las magnitudes de las resistencias, aparentemente la tubería *b* tiene la resistencia más baja y, por lo tanto, deberá transportar el flujo más grande. La tubería *c* tiene el valor de resistencia más grande y ésta deberá transportar el flujo más pequeño. Es posible hacer muchas estimaciones diferentes para las velocidades de flujo, pero sabemos que:

$$Q_a + Q_b + Q_c = Q_1 = 0.01 \text{ m}^3/\text{s}$$

Utilicemos las suposiciones iniciales,

$$Q_a = 0.0033 \text{ m}^3/\text{s} \qquad Q_b = 0.0036 \text{ m}^3/\text{s} \qquad Q_c = 0.0031 \text{ m}^3/\text{s}$$

El paso 3 del procedimiento ya se mostró en la figura 12.5. Para completar el paso 4 necesitamos valores para el factor de fricción en cada tubería. Con los valores supuestos para las velocidades de flujo de volumen podemos calcular los números de Reynolds y después los factores de fricción. Haga eso ahora.

Deberá tener:

$$N_{Ra} = (4.15 \times 10^7)Q_a = (4.15 \times 10^7)(0.0033 \text{ m}^3/\text{s}) = 1.37 \times 10^5$$

$$N_{Rb} = (4.15 \times 10^7)Q_b = (4.15 \times 10^7)(0.0036 \text{ m}^3/\text{s}) = 1.49 \times 10^5$$

$$N_{Rc} = (4.15 \times 10^7)Q_c = (4.15 \times 10^7)(0.0031 \text{ m}^3/\text{s}) = 1.29 \times 10^5$$

Ahora utilizamos la ecuación (9–9) para calcular el factor de fricción de cada tubería.

$$f_a = \frac{0.25}{\left[\log_{10}\left(\frac{1}{3.7(D/\epsilon)} + \frac{5.74}{N_{Ra}^{0.9}}\right)\right]^2}$$

$$f_a = \frac{0.25}{\left[\log_{10}\left(\frac{1}{3.7(578)} + \frac{5.74}{(1.37 \times 10^5)^{0.9}}\right)\right]^2} \cong 0.0241$$

De una manera similar calculamos $f_b = 0.0240$ y $f_c = 0.0242$. Estos valores están muy cercanos en magnitud y tal precisión puede que no se justifique. Sin embargo, con una disparidad más grande entre las tuberías en la red, más diferencias medibles pueden presentarse y la exactitud de la técnica de iteración dependería de la exactitud de la evaluación de los factores de fricción.

Inserte los valores de fricción y los valores supuestos para Q en las ecuaciones (12–22), (12–24) y (12–25) y calcule k_a, k_b y k_c.

$$h_a = [5.38 + 451(f_a)](1.64 \times 10^5)Q_a^2 = k_aQ_a^2$$
$$h_a = [5.38 + 451(0.0241)](1.64 \times 10^5)Q_a^2 = 2.67 \times 10^6Q_a^2$$

Por consiguiente $k_a = 2.67 \times 10^6$. Llevando a cabo los cálculos obtenemos,

$$h_a = 2.67 \times 10^6(0.0033)^2 = 29.05$$

De manera similar, para la rama b:

$$h_b = [8.0 + 225.6(f_b)](1.64 \times 10^5)Q_b^2 = k_bQ_b^2$$
$$h_b = [8.0 + 225.6(0.0240)](1.64 \times 10^5)Q_b^2 = 2.20 \times 10^6Q_b^2$$
$$h_b = 2.20 \times 10^6(0.0036)^2 = 28.53$$

Para la rama c:

$$h_c = [12.38 + 451(f_c)](1.64 \times 10^5)Q_c^2 = k_cQ_c^2$$
$$h_c = [12.38 + 451(0.0242)](1.64 \times 10^5)Q_c^2 = 3.99 \times 10^6Q_c^2$$
$$h_c = 3.99 \times 10^6(0.0031)^2 = 38.31$$

Esto completa el paso 4. Ahora haga el paso 5.

Para el circuito 1,

$$\sum h_1 = h_a - h_b = 29.05 - 28.53 = 0.52$$

Para el circuito 2,

$$\sum h_2 = h_b - h_c = 28.53 - 38.31 = -9.78$$

Ahora haga el paso 6.

Aquí se muestran los valores correctos para las tres tuberías:

$$2k_aQ_a = (2)(2.67 \times 10^6)(0.0033) = 17\ 609$$
$$2k_bQ_b = (2)(2.20 \times 10^6)(0.0036) = 15\ 850$$
$$2k_cQ_c = (2)(3.99 \times 10^6)(0.0031) = 24\ 717$$

Se pueden presentar diferencias de redondeo. Ahora haga el paso 7.

Para el circuito 1,

$$\sum (2kQ)_1 = 17\ 609 + 15\ 850 = 33\ 459$$

Para el circuito 2,

$$\sum (2kQ)_2 = 15\ 850 + 24\ 717 = 40\ 567$$

Ahora puede calcular el ajuste para las velocidades de flujo, ΔQ, para cada circuito, utilizando el paso 8.

Para el circuito 1,

$$\Delta Q_1 = \frac{\sum h_1}{\sum (2kQ)_1} = \frac{0.52}{33\ 459} = 1.56 \times 10^{-5}$$

Para el circuito 2,

$$\Delta Q_2 = \frac{\sum h_2}{\sum (2kQ)_2} = \frac{-9.78}{40\ 567} = -2.41 \times 10^{-4}$$

Los valores para ΔQ son valores estimados del error en los valores asumidos originalmente para Q. Recomendamos que se repita el proceso hasta que la magnitud de ΔQ sea menor que el 1 por ciento del valor supuesto de Q. En circunstancias especiales se puede garantizar la utilización de un criterio diferente para estimar ΔQ.

Ya puede completarse el paso 9. Calcule el nuevo valor de Q_a antes de ir al siguiente panel.

Los cálculos son como sigue:

$$\begin{aligned} Q'_a &= Q_a - \Delta Q_1 = 0.0033 - 1.56 \times 10^{-5} \\ &= 0.003\ 28\ \text{m}^3/\text{s} \end{aligned}$$

Calcule el nuevo valor de Q_c antes de Q_b. Ponga especial atención a los signos algebraicos.

Deberá tener:

$$\begin{aligned} Q'_c &= Q_c - \Delta Q_2 = -0.0031 - (-2.41 \times 10^{-4}) \\ &= -0.002\ 86\ \text{m}^3/\text{s} \end{aligned}$$

Note que Q_c es negativo puesto que fluye en el sentido contrario al de las manecillas del reloj en el circuito 2. Podemos interpretar el cálculo de Q'_c como que indica que la magnitud de Q_c debe disminuir en valor absoluto.

Ahora calcule el nuevo valor de Q_b. Recuerde, la tubería *b* está en cada circuito.

Tanto ΔQ_1 como ΔQ_2 deben aplicarse a Q_b. Para el circuito 1,

$$Q'_b = Q_b - \Delta Q_1 = -0.0036 - 1.56 \times 10^{-5}$$

Esto podría resultar en un incremento del valor absoluto de Q_b. Para el circuito 2,

$$Q'_b = Q_b - \Delta Q_2 = +0.0036 - (-2.41 \times 10^{-4})$$

TABLA 12.1

Prueba	Circuito	Tubería	Q	N_R	f	k	$h = kQ^2$	$2kQ$	ΔQ	% de cambio
1	1	a	3.300×10^{-3}	1.37×10^{5}	0.0241	2.67×10^{6}	29.054	17609		0.48
		b	-3.600×10^{-3}			2.20×10^{6}	−28.530	15850		−0.44
						Suma de h y $2kQ$ =	0.524	33459	1.568×10^{-5}	
	2	b	3.600×10^{-3}	1.49×10^{5}	0.0240	2.20×10^{6}	28.530	15850		−6.70
		c	-3.100×10^{-3}	1.29×10^{5}	0.0242	3.99×10^{6}	−38.312	24717		7.78
						Suma de h y $2kQ$ =	−9.782	40567	-2.411×10^{-4}	
2	1	a	3.284×10^{-3}	1.36×10^{5}	0.0241	2.67×10^{6}	28.784	17528		−3.46
		b	-3.857×10^{-3}			2.20×10^{6}	−32.700	16957		2.94
						Suma de h y $2kQ$ =	−3.916	34485	-1.135×10^{-4}	
	2	b	3.857×10^{-3}	1.60×10^{5}	0.0239	2.20×10^{6}	32.700	16957		0.03
		c	-2.859×10^{-3}	1.19×10^{5}	0.0243	4.00×10^{6}	−32.654	22844		−0.04
						Suma de h y $2kQ$ =	0.046	39801	1.151×10^{-6}	
3	1	a	3.398×10^{-3}	1.41×10^{5}	0.0241	2.67×10^{6}	30.770	18112		−0.03
		b	-3.742×10^{-3}			2.20×10^{6}	−30.802	16462		0.02
						Suma de h y $2kQ$ =	−0.032	34574	-9.176×10^{-7}	
	2	b	3.742×10^{-3}	1.55×10^{5}	0.0240	2.20×10^{6}	30.802	16462		−1.28
		c	-2.860×10^{-3}	1.19×10^{5}	0.0243	4.00×10^{6}	−32.680	22853		1.67
						Suma de h y $2kQ$ =	−1.878	39315	-4.776×10^{-5}	
4	1	a	3.399×10^{-3}	1.41×10^{5}	0.0241	2.67×10^{6}	30.787	18116		−0.66
		b	-3.789×10^{-3}			2.20×10^{6}	−31.570	16664		0.59
						Suma de h y $2kQ$ =	−0.783	34780	-2.252×10^{-5}	
	2	b	3.789×10^{-3}	1.57×10^{5}	0.0240	2.20×10^{6}	31.570	16664		−0.03
		c	-2.812×10^{-3}	1.17×10^{5}	0.0244	4.00×10^{6}	−31.612	22482		0.04
						Suma de h y $2kQ$ =	−0.042	39146	-1.073×10^{-6}	

Esto también resulta en un incremento de Q_b. Por lo tanto, Q_b es realmente incrementado en valor absoluto por la suma de ΔQ_1 y ΔQ_2. Esto es,

$$\begin{aligned} Q'_b &= 0.0036 + 1.56 \times 10^{-5} + 2.41 \times 10^{-4} \\ &= 0.003\,86 \text{ m}^3/\text{s} \end{aligned}$$

Recuerde que la suma de los valores absolutos de las velocidades de flujo en las tres tuberías es igual a 0.01 m³/s, la Q total.

Podemos proseguir la iteración utilizando Q'_a, Q'_b y Q'_c como los nuevos valores estimados para las velocidades de flujo y repetir los pasos 4-8. Los resultados para cuatro ciclos de iteración se resumen en la tabla 12.1, la cual se presenta en la p.344. Deberá llevar a cabo los cálculos antes de consultar la tabla.

Note que en la prueba 4, los valores de ΔQ son por debajo del 1 por ciento de los respectivos valores de Q. Esto es un grado de precisión adecuado. Los resultados muestran que $Q_a = 3.399 \times 10^{-3}$ m³/s, $Q_b = 3.789 \times 10^{-3}$ m³/s y $Q_c = 2.812 \times 10^{-3}$ m³/s en las direcciones mostradas en la figura 12.5. Los resultados, expresados en una forma más adecuada como L/min, son $Q_a = 204$ L/min, $Q_b = 227$ L/min y $Q_c = 169$ L/min. La Q total es $Q = 600$ L/min. Una vez más observe que las tuberías que tienen resistencias menores transportan velocidades de flujo mayores.

■

Los resultados del proceso de iteración por la técnica Hardy Cross para los datos del ejemplo ilustrativo 12.3 como se muestran en la tabla 12.1 se encontraron utilizando una hoja de cálculo en una computadora. Esto facilitó los cálculos secuenciales repetitivos que típicamente se requieren en tales problemas. Un programa de computadora escrito en BASIC, FORTRAN u otro lenguaje técnico puede también utilizarse en forma ventajosa, especialmente si existen en la red que se va a analizar un gran número de tuberías y circuitos.

Muchos programas de computadora para el análisis de redes se encuentran comercialmente disponibles.

REFERENCIA

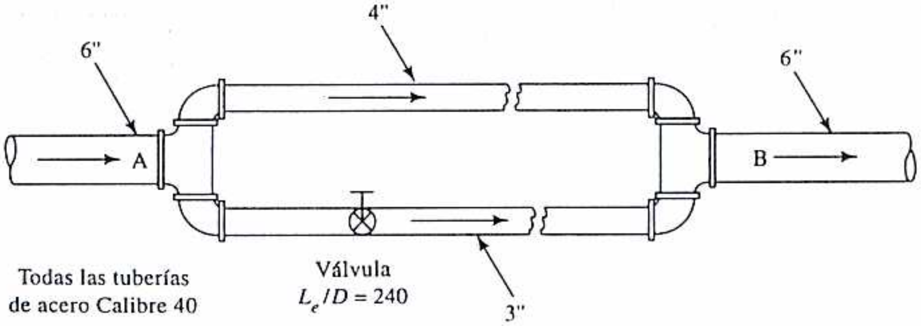
1. Cross, Hardy. 1936 (noviembre.) *Analysis of Flow in Networks of Conduits or Conductors*. Universidad de Illinois Engineering Experiment Station Bulletin núm. 286. Urbana: Universidad de Illinois.

PROBLEMAS DE PRÁCTICA

12.1M *La figura 12.6 muestra un sistema con ramas en el cual la presión en A es de 700 kPa y la presión en B es de 550 kPa. Cada rama tiene una longitud de 60 m. Desprecie las pérdidas en las uniones, pero tome en cuenta todos los codos. Si el sistema transporta aceite con un peso específico de 8.80 kN/m³, calcule la velocidad de flujo de volumen total. El aceite tiene una viscosidad cinemática de 4.8 × 10⁻⁶ m²/s.*

12.2E Utilizando el sistema mostrado en la figura 12.2 y los datos del ejemplo ilustrativo 12.1, determine (a) la velocidad de flujo de volumen de agua en cada rama

FIGURA 12.6 Problema 12.1.



y (b) la caída de presión entre los puntos 1 y 2, si la primera válvula de compuerta está cerrada a la mitad y la otra válvula se encuentra totalmente abierta.

12.3M *En el sistema de tubería ramificado que se muestra en la figura 12.7, se encuentran fluyendo 850 L/min de agua a 10 °C a través de una tubería Calibre 40 de 4 pulgadas en A. El flujo se divide en dos tuberías Calibre 40 de 2 pulg. como se muestra y después se juntan en el punto B. Calcule (a) la velocidad de flujo en cada una de las ramas y (b) la diferencia de presión* $p_A - p_B$. *Incluya el efecto de las pérdidas menores en la rama inferior del sistema. La longitud total de tubería en la rama inferior es de 60 m. Los codos son estándar.*

12.4E En el sistema de tuberías ramificado que se muestra en la figura 12.8, se encuentran fluyendo 1350 gal/min de benceno (sg = 0.87) a 140 °F en una tubería de 8 pulg. Calcule la velocidad de flujo de volumen en las tuberías de 6 y 2 pulg. Todas las tuberías son de acero Calibre 40 estándar.

12.5M *Una tubería de 150 mm se ramifica en una de 100 mm y otra de 50 mm como se muestra en la figura 12.9. Ambas tuberías son de cobre y tienen una longitud de 30 m. Determine cuál debería ser el coeficiente de resistencia K de la válvula, con la finalidad de obtener velocidad de flujo volumen iguales en cada rama.*

12.6E Para el sistema que se muestra en la figura 12.10, la presión en A se mantiene constante a 20 lb/pulg² relativas. La velocidad de flujo de volumen total que sale de la tubería B depende de qué válvulas se encuentren abiertas o cerradas. Utilice $K = 0.9$ para cada codo, pero desprecie las pérdidas de energía en las Tes. También, puesto que la longitud de cada rama es corta, desprecie las pérdidas de fricción en las tuberías. La tubería en la rama 1 tiene un diámetro interior de 2 pulg. y la rama 2 tiene un diámetro interior de 4 pulg. Calcule la velocidad de flujo de volumen del agua en cada una de las siguientes condiciones:

a. Ambas válvulas se encuentran abiertas
b. Solamente la válvula en la rama 2 se encuentra abierta
c. Solamente la válvula en la rama 1 se encuentra abierta

12.7E Resuelva el problema 12.4, utilizando la técnica Hardy Cross.

12.8M *Resuelva el problema 12.3 utilizando la técnica Hardy Cross.*

12.9E Encuentre la velocidad de flujo en cada tubería de la figura 12.11.

12.10M *La figura 12.12 representa un sistema rociador en el cual se encuentra fluyendo agua a 15 °C. Todas las tuberías son de cobre tipo K de tres pulg. Determine la velocidad de flujo en cada tubería.*

FIGURA 12.7 Problemas 12.3 y 12.8.

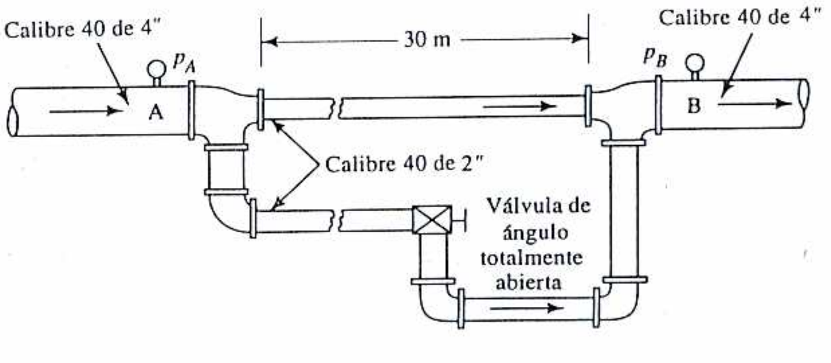


FIGURA 12.8 Problemas 12.4 y 12.7.

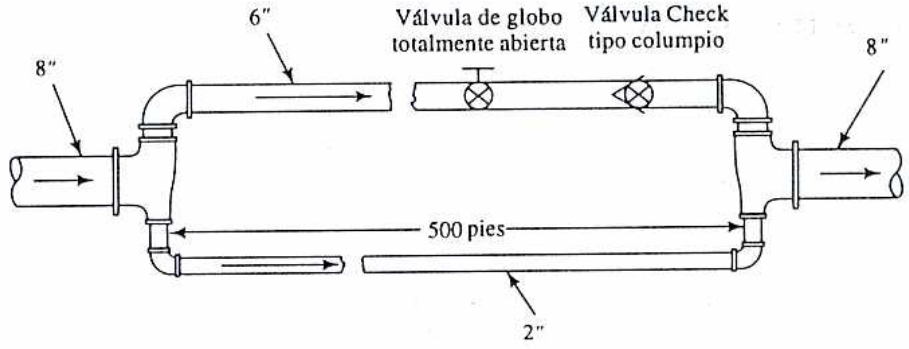

6"
Válvula de globo totalmente abierta
Válvula Check tipo columpio
8"
8"
500 pies
2"

FIGURA 12.9 Problema 12.5.

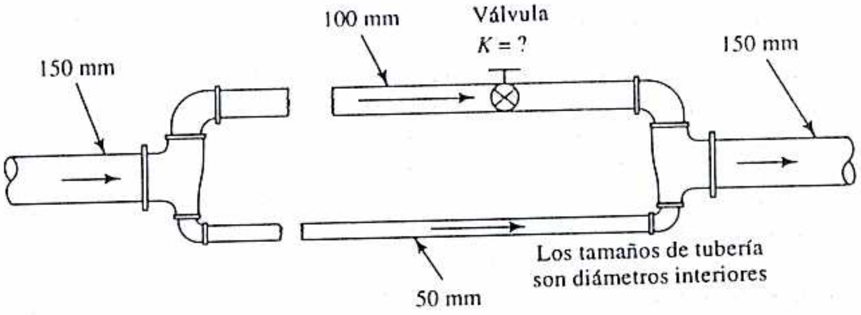


FIGURA 12.10 Problema 12.6.

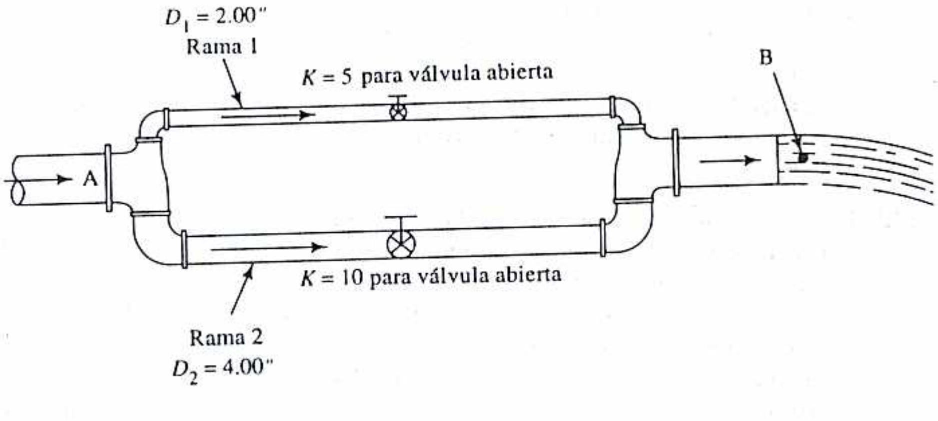


FIGURA 12.11 Problema 12.9.

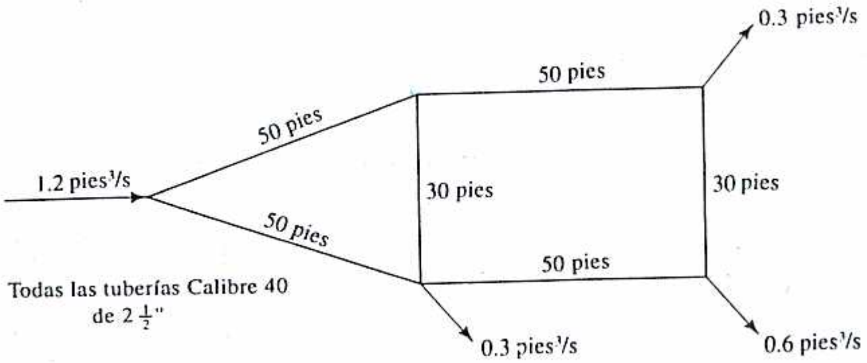


FIGURA 12.12 Problema 12.10.

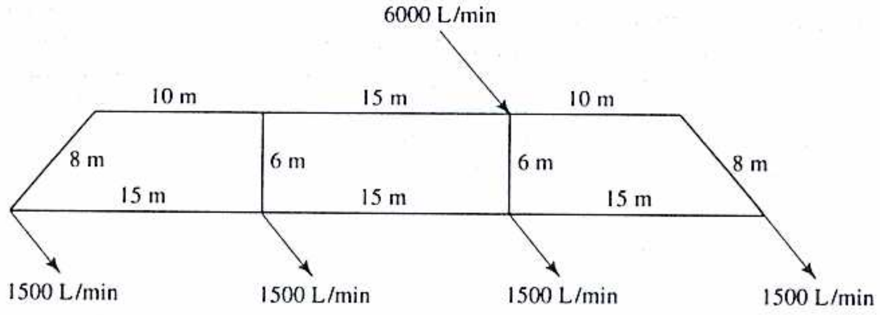
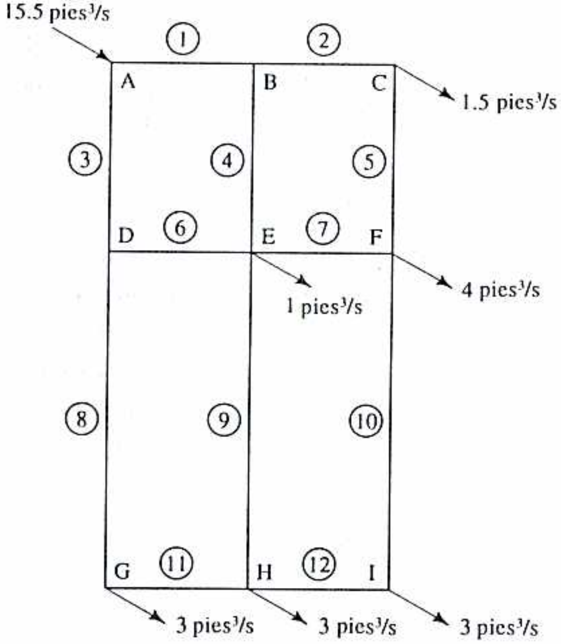


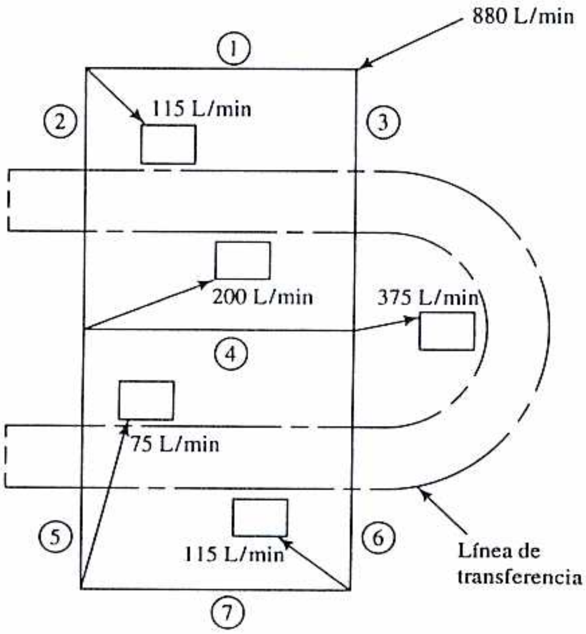
FIGURA 12.13 Problema 12.11.



Datos de la tubería
Todas las tuberías Calibre 40

Tubería núm.	Longitud (pies)	Tamaño (pulg)
1	1500	16
2	1500	16
3	2000	18
4	2000	12
5	2000	16
6	1500	16
7	1500	12
8	4000	14
9	4000	12
10	4000	8
11	1500	12
12	1500	8

FIGURA 12.14 Problema 12.12.



Datos de la tubería
Todas las tuberías de 7.5 m de longitud
Todas las tuberías de tubo de acero
Grosor de la pared = 0.065 pulg

Tubería núm.	Diámetro exterior (pulg)
1	2
2	$1\frac{1}{2}$
3	2
4	1
5	1
6	1
7	1

12.11E La figura 12.13 representa a la red de distribución de agua en un pequeño parque industrial. La alimentación de 15.5 pies^3/s entra al sistema en el punto A. Las plantas de manufactura toman los flujos indicados de los puntos C, E, F, G, H e I. Determine el flujo en cada tubería del sistema.

12.12M *La figura 12.14 representa la red para conducir líquido refrigerante a cinco diferentes máquinas-herramienta en un sistema de maquinado automático. La rendija es un rectángulo de 7.5 m por 15 m. Todas las tuberías están hechas de tubo de acero comercial con un grosor de pared de 0.065 pulg. Las tuberías 1 y 3 tienen un diámetro de 2 pulg; la tubería 2 es de 1½ pulg. de diámetro; y las demás tuberías son de 1 pulg. Determine el flujo en cada tubería.*

TAREAS DE PROGRAMACIÓN EN COMPUTADORA

1. Escriba un programa para analizar sistemas paralelos de línea de tubería con dos ramas del tipo mostrado en el ejemplo ilustrativo 12.1. Parte del análisis preliminar, tal como la escritura de expresiones para las pérdidas de cabeza en las ramas en términos de las velocidades y los factores de fricción, pueden ser realizados antes de alimentar los datos en el programa. El programa puede ser interactivo, permitiendo así al operador introducir los valores sucesivos del factor de fricción después de que el programa haya calculado las velocidades en la tubería y los números de Reynolds.
2. Mejore el programa de la tarea 1 para que éste utilice las ecuaciones del capítulo 9 para calcular el factor de fricción.
3. Escriba un programa para analizar sistemas paralelos de línea de tubería con dos ramas del tipo que se mostró en el ejemplo ilustrativo 12.2. Utilice una técnica similar a la que se describió en la Tarea de programación 1.
4. Mejore el programa de la Tarea 3 para que éste utilice las ecuaciones del capítulo 9 para calcular el factor de fricción.
5. Escriba un programa que utilice la técnica Hardy Cross como se describió en la Sección 12.4 e ilustró en el ejemplo ilustrativo 12.3, para llevar a cabo el análisis de redes de flujo de tubería. Se pueden seguir, opcionalmente, las siguientes técnicas:
    a. Considere las redes de un solo circuito con dos ramas como una alternativa al programa para la tarea 1 o 2.
    b. Considere las redes de dos o más circuitos similares a los que se describieron en los problemas 12.9 a 12.12.

16 Fuerzas debido a fluidos en movimiento

16.1 OBJETIVOS

Existen numerosos ejemplos en mecánica de fluidos en los que se requiere una fuerza externa para provocar un cambio en la velocidad del flujo de los fluidos. La boquilla de una manguera para incendios que lanza una corriente de agua a alta velocidad debe sostenerse firmemente o se retorcerá en forma incontrolable debido a la fuerza del agua sobre la boquilla. El viento que impacta un señalamiento plano ejerce una fuerza sobre él debido a que la dirección del flujo del aire está siendo modificada. El agua o vapor a gran velocidad que impacta las cubetas de una turbina ejerce una fuerza que provoca que gire la turbina y genere potencia. En las instalaciones de tuberías, las fuerzas se ejercen sobre los codos donde la dirección del flujo del fluido cambia y sobre expansiones y contracciones en donde la velocidad cambia. Estos elementos deben estar anclados firmemente para resistir estas fuerzas, especialmente si se presentan flujos de alta velocidad o agitamientos rápidos del flujo.

Después de haber terminado el estudio de este capítulo, usted deberá ser capaz de:

1. Utilizar la segunda ley de Newton del movimiento, $F = ma$, para desarrollar la *ecuación de fuerza,* la cual se utiliza para calcular la fuerza ejercida por un fluido conforme cambia su dirección de movimiento o su velocidad.
2. Relacionar la ecuación de fuerza para el *impulso-momentum.*
3. Utilizar la ecuación de fuerza para calcular la fuerza ejercida sobre un objeto estacionario que provoca el cambio en la dirección de una corriente de flujo de fluido.
4. Utilizar la ecuación de fuerza para calcular la fuerza ejercida en las vueltas en líneas de tuberías.
5. Utilizar la ecuación de fuerza para calcular la fuerza sobre objetos en movimiento, tales como las paletas de un impulsor de una bomba.

16.2 ECUACIÓN DE FUERZA

Siempre que la magnitud o dirección de la velocidad de un cuerpo cambie, se requiere una fuerza para llevar a cabo dicho cambio. La segunda ley de Newton del movimiento se utiliza con frecuencia para expresar este concepto en forma matemática; la manera más común es:

$$F = ma \tag{16-1}$$

Fuerza es igual a masa por aceleración. La aceleración es la rapidez de cambio de la velocidad. Sin embargo, puesto que la velocidad es una cantidad vectorial que tiene tanto magnitud como dirección, cambiando ya sea la magnitud o la dirección el resultado será una aceleración. De acuerdo con la ecuación (16–1), se requiere de una fuerza externa para provocar el cambio.

La ecuación (16–1) es apropiada para su utilización con cuerpos sólidos, puesto que la masa permanece constante y la aceleración del cuerpo completo se puede determinar. En problemas de flujo de fluidos, un flujo continuo provoca que se presente una aceleración, por lo que es apropiado una forma diferente de la ecuación de Newton. Debido a que la aceleración es la rapidez de cambio de la velocidad, la ecuación (16–1) puede escribirse como:

$$F = ma = m\frac{\Delta v}{\Delta t} \tag{16–2}$$

El término $m/\Delta t$ puede interpretarse como la velocidad de flujo de masa, esto es, la cantidad de masa fluyendo en un determinado lapso. En el análisis de flujo de fluidos del capítulo 6, la velocidad de flujo de masa se indicó por el símbolo M. Asimismo, M se relaciona con la velocidad de flujo de volumen Q por la relación:

$$M = \rho Q \tag{16–3}$$

donde ρ es la densidad del fluido. Por consiguiente, la ecuación (16–2) se puede escribir como:

FORMA GENERAL DE LA ECUACIÓN DE FUERZA

$$F = (m/\Delta t)\Delta v = M\,\Delta v = \rho Q\,\Delta v \tag{16–4}$$

Ésta es la forma general de la ecuación de fuerza para utilizarse en problemas de flujo de fluidos debido a que involucra la velocidad y la velocidad de flujo de fluidos, los cuales son términos que en general se conocen en un sistema de flujo de fluidos.

16.3 ECUACIÓN DE IMPULSO-MOMENTUM

La ecuación de fuerza, ecuación (16–4), se relaciona con otro principio de la dinámica de fluidos, la *ecuación de impulso-momentum.* El impulso se define como la fuerza que actúa sobre un cuerpo en un periodo y se indica por:

$$\text{Impulso} = F(\Delta t)$$

Esta forma, la cual depende del cambio total en tiempo Δt, es apropiada cuando se esté tratando con condiciones de flujo estacionario. Cuando cambien las condiciones, se utiliza la ecuación en su forma instantánea.

$$\text{Impulso} = F(dt)$$

donde dt es la cantidad de cambio en tiempo expresada en forma diferencial.

El momentum se define como el producto de la masa de un cuerpo y su velocidad. *El cambio* de momentum es:

$$\text{Cambio de momentum} = m(\Delta v)$$

En un sentido instantáneo:

$$\text{Cambio de momentum} = m(dv)$$

Ahora la ecuación (16–2) puede reagruparse en la forma:

$$F(\Delta t) = m(\Delta v)$$

Aquí hemos demostrado la ecuación impulso-momentum para condiciones de flujo estacionario. En un sentido instantáneo:

$$F(dt) = m(dv)$$

16.4 MÉTODO DE SOLUCIÓN DE PROBLEMAS UTILIZANDO LA ECUACIÓN DE FUERZA

Insistimos en que los problemas que involucran fuerzas deben tomar en cuenta las direcciones en las que éstas actúan. En la ecuación (16–4), la fuerza y la velocidad son cantidades vectoriales. La ecuación es válida solamente cuando todos los términos tengan la misma dirección. Por esta razón, existen diferentes ecuaciones para cada dirección de interés en un caso particular. En general, si las tres direcciones perpendiculares se llaman x, y y z, puede escribirse una ecuación en forma separada para cada dirección:

ECUACIONES DE FUERZA EN LAS DIRECCIONES *X, Y* Y *Z*

$$F_x = \rho Q\, \Delta v_x = \rho Q(v_{2x} - v_{1x}) \qquad (16\text{–}5)$$

$$F_y = \rho Q\, \Delta v_y = \rho Q(v_{2y} - v_{1y}) \qquad (16\text{–}6)$$

$$F_z = \rho Q\, \Delta v_z = \rho Q(v_{2z} - v_{1z}) \qquad (16\text{–}7)$$

Ésta es la forma de la ecuación de fuerza que se utilizará en este libro, con direcciones elegidas de acuerdo con la situación real. En una dirección en particular, digamos x, el término F_x se refiere a la fuerza externa neta que actúa sobre el fluido en esa dirección. Por lo tanto, es la suma algebraica de *todas* las fuerzas externas, incluyendo la que es ejercida por una superficie sólida y las fuerzas debido a la presión del fluido. El término $\Delta\upsilon_x$ se refiere al cambio de velocidad en la dirección x. Asimismo, υ_1 es la velocidad con la que el fluido ingresa al dispositivo y υ_2 es la velocidad a la que éste lo abandona. Por consiguiente, υ_{1x} es la componente de υ_1 en la dirección x y υ_{2x} es la componente de υ_2 en la dirección x.

El método específico en problemas que utilizan la ecuación de fuerza depende en alguna forma de la naturaleza de los datos proporcionados. Un procedimiento general es el siguiente:

PROCEDIMIENTO PARA UTILIZAR LA ECUACIÓN DE FUERZA

1. Identifique la porción de la corriente del fluido que se va a considerar como un cuerpo libre. Ésta será la parte donde el fluido cambia de dirección o donde se modifica la geometría de la corriente del flujo del fluido.
2. Establezca los ejes de referencia para las direcciones de las fuerzas. Normalmente se selecciona un eje que sea paralelo a una parte de la corriente del flujo. En los ejemplos ilustrativos siguientes, se ha elegido que las direcciones x y y positivas estén en la misma dirección que las fuerzas de reacción.
3. Identifique y muestre en el diagrama de cuerpo libre todas las fuerzas externas que actúan sobre el fluido. Todas las superficies sólidas que afecten la dirección de la corriente de flujo ejercen fuerzas. Asimismo, la presión del fluido actuando sobre el área transversal de la corriente ejerce una fuerza en la dirección paralela a la corriente en el contorno del cuerpo libre.
4. Muestre la dirección de la velocidad del flujo en la forma en que éste ingresa al cuerpo libre y cómo éste abandona el cuerpo libre.
5. Utilizando la información que se muestra del cuerpo libre, escriba la ecuación de fuerza en las direcciones pertinentes. Utilice las ecuaciones (16–5), (16–6), o (16–7).
6. Sustituya los datos y despeje la cantidad deseada.

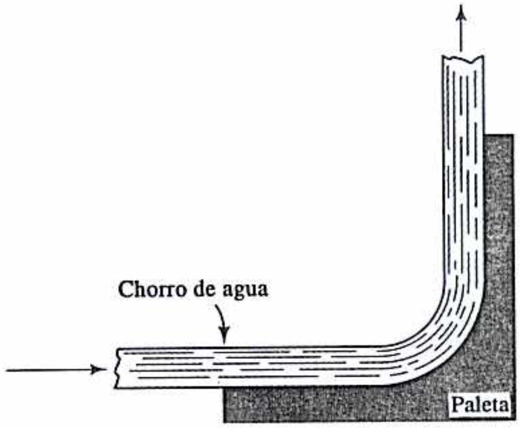
Los ejemplos ilustrativos que se presentan en las secciones siguientes ilustran este procedimiento.

16.5 FUERZAS SOBRE OBJETOS ESTACIONARIOS

Cuando las corrientes libres de fluido son deflectadas por objetos estacionarios, se deben ejercer fuerzas externas para mantener el objeto en equilibrio. Algunos ejemplos se presentan a continuación.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 16.1** Un chorro de agua de una pulgada de diámetro que tiene una velocidad de 20 pies/s se deflecta por medio de una paleta curvada a 90°, como se muestra en la figura 16.1. El chorro fluye libremente en la atmósfera sobre un plano horizontal. Calcule las fuerzas x y y que ejerce la paleta sobre el agua.

FIGURA 16.1 Chorro de agua desviado por una paleta curvada.



Solución Utilizando el diagrama de fuerzas de la figura 16.2, la ecuación de fuerza en la dirección x es:

$$F_x = \rho Q(v_{2_x} - v_{1_x})$$
$$R_x = \rho Q[0 - (-v_1)] = \rho Q v_1$$

Pero, sabemos que:

$$Q = Av = (0.00545 \text{ pies}^2)(20 \text{ pies/s}) = 0.109 \text{ pies}^3\text{/s}$$

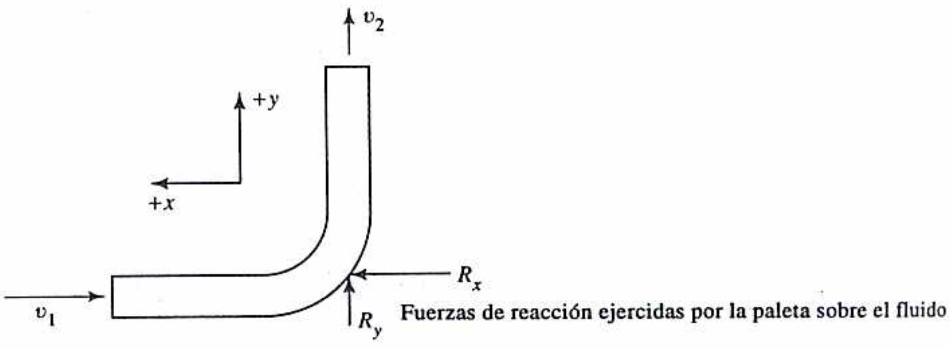
Por consiguiente, suponiendo que $\rho = 1.94$ slugs/pies^3 = 1.94 lb · s^2/pies^4:

$$R_x = \rho Q v_1 = \frac{1.94 \text{ lb} \cdot \text{s}^2}{\text{pies}^4} \times \frac{0.109 \text{ pies}^3}{\text{s}} \times \frac{20 \text{ pies}}{\text{s}} = 4.23 \text{ lb}$$

Para la dirección y, suponiendo que $v_2 = v_1$, la fuerza es:

$$F_y = \rho Q(v_{2_y} - v_{1_y})$$
$$R_y = \rho Q(v_2 - 0) = (1.94)(0.109)(20) \text{ lb} = 4.23 \text{ lb}$$

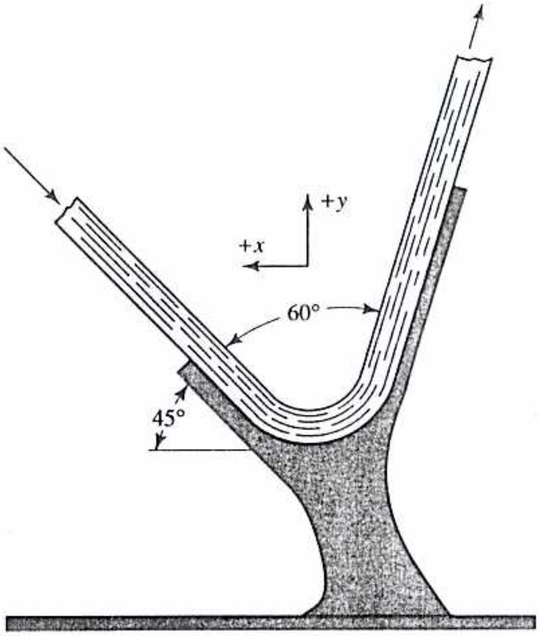
FIGURA 16.2 Diagrama de fuerzas del fluido desviado por la paleta.



☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 16.2**

En una fuente decorativa, 0.05 m^3/s de agua que tienen una velocidad de 8 m/s están siendo deflectados por la caída en ángulo que se muestra en la figura 16.3. Determine las reacciones sobre la caída en las direcciones x y y que se muestran. Asimismo, calcule la fuerza resultante total y la dirección en la que ésta actúa. Desprecie los cambios de elevación.

FIGURA 16.3 Fuente decorativa desviando un chorro de agua.



Solución La figura 16.4 muestra las componentes x y y de los vectores de velocidad y las direcciones supuestas de R_x y R_y. La ecuación de fuerza en la dirección x es:

$$F_x = \rho Q(v_{2_x} - v_{1_x})$$

Pero, sabemos que:

$$v_{2_x} = -v_2 \operatorname{sen} 15° \qquad \text{(hacia la derecha)}$$
$$v_{1_x} = -v_1 \cos 45° \qquad \text{(hacia la derecha)}$$

Despreciando la fricción en la caída, podemos suponer que $v_2 = v_1$. También, la única fuerza externa es R_x. Por lo tanto tenemos:

$$\begin{aligned} R_x &= \rho Q[-v_2 \operatorname{sen} 15° - (-v_1 \cos 45°)] \\ &= \rho Q v(-\operatorname{sen} 15° + \cos 45°) = 0.448\ \rho Q v \end{aligned}$$

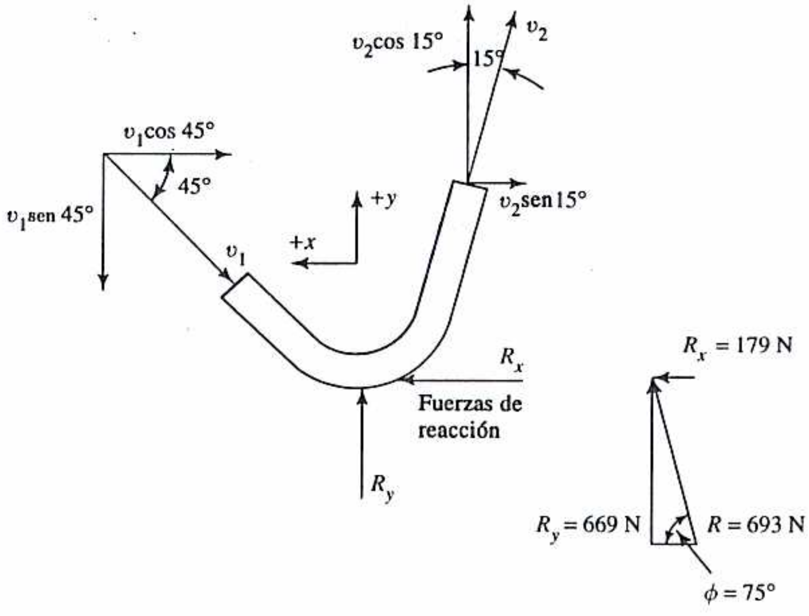
Utilizando $\rho = 1000$ kg/m³ de agua, tenemos:

$$R_x = \frac{(0.448)(1000 \text{ kg})}{\text{m}^3} \times \frac{0.05 \text{ m}^3}{\text{s}} \times \frac{8 \text{ m}}{\text{s}} = \frac{179 \text{ kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = 179 \text{ N}$$

En la dirección y, la ecuación de fuerza es:

$$F_y = \rho Q(v_{2_y} - v_{1_y})$$

FIGURA 16.4 Diagrama de fuerzas del fluido desviado por la paleta.



Pero, sabemos que:

$$v_{2_y} = v_2\cos 15° \qquad \text{(hacia arriba)}$$
$$v_{1_y} = -v_1\text{sen } 45° \qquad \text{(hacia abajo)}$$

Por consiguiente, tenemos que:

$$\begin{aligned} R_y &= \rho Q[v_2\cos 15° - (-v_1\text{sen } 45°)] \\ &= \rho Q v(\cos 15° + \text{sen } 45°) \\ &= (1000)(0.05)(8)(0.966 + 0.707)\text{ N} \\ R_y &= 669\text{ N} \end{aligned}$$

La fuerza resultante R es:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{179^2 + 669^2} = 693\text{ N}$$

Para la dirección de R, tenemos que:

$$\begin{aligned} \tan\phi &= R_y/R_x = 669/179 = 3.74 \\ \phi &= 75.0° \end{aligned}$$

Por lo tanto, la fuerza resultante que la caída debe ejercer sobre el agua es de 693 N actuando a 75° con respecto a la horizontal, como se muestra en la figura 16.4.

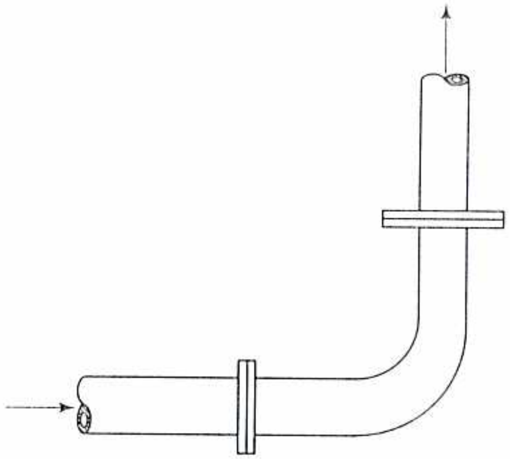
16.6 FUERZAS EN CODOS EN LÍNEAS DE TUBERÍA

La figura 16.5 muestra un codo típico a 90° en una tubería que transporta una velocidad de flujo de volumen estacionario Q. Con la finalidad de asegurar una instalación adecuada, es importante conocer qué cantidad de fuerza se requiere para mantenerlo en equilibrio. El siguiente ejemplo ilustrativo muestra un método de solución en este tipo de situaciones.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 16.3**

Calcule la fuerza que debe ejercerse sobre el codo de la tubería que se muestra en la figura 16.5 para mantener el equilibrio. El codo se encuentra en un plano horizontal y está conec-

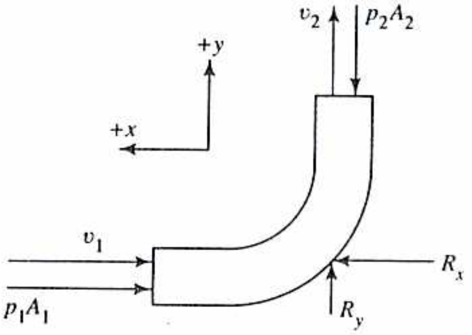
FIGURA 16.5 Codo de tubería.



tado a dos tuberías Calibre 40 de 4 pulg que transporta 3000 L/min de agua a 15 °C. La presión de entrada es de 550 kPa.

Solución El problema puede visualizarse considerando al fluido dentro del codo como si fuera un cuerpo libre, como se muestra en la figura 16.6. Las fuerzas se muestran como los vectores p_1A_1 y p_2A_2, mientras que la dirección de la velocidad de flujo se muestra con los vectores v_1 y v_2. Se debe establecer una convención para las direcciones de todos los vectores. Aquí suponemos que la dirección x positiva es a la izquierda y la dirección y positiva es hacia arriba. Las fuerzas R_x y R_y son las reacciones externas que se requieren para mantener el equilibrio. Las fuerzas p_1A_1 y p_2A_2 son las fuerzas debido a la presión del fluido. Las dos direcciones se analizarán por separado.

FIGURA 16.6 Diagrama de fuerzas del fluido en el codo.



Encontramos la fuerza externa neta en la dirección x utilizando la ecuación:

$$F_x = \rho Q(v_{2_x} - v_{1_x})$$

Pero, sabemos que:

$$F_x = R_x - p_1A_1$$
$$v_{2_x} = 0$$
$$v_{1_x} = -v_1$$

Por consiguiente tenemos:

$$R_x - p_1A_1 = \rho Q[0 - (-v_1)]$$

$$R_x = \rho Q v_1 + p_1 A_1 \tag{16-8}$$

De los datos proporcionados, $p_1 = 550$ kPa, $\rho = 1000$ kg/m³, y $A_1 = 8.213 \times 10^{-3}$ m². Por consiguiente:

$$Q = 3000 \text{ L/min} \times \frac{1 \text{ m}^3/\text{s}}{60\,000 \text{ L/min}} = 0.05 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$v_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{0.05 \text{ m}^3/\text{s}}{8.213 \times 10^{-3} \text{ m}^2} = 6.09 \text{ m/s}$$

$$\rho Q v_1 = \frac{1000 \text{ kg}}{\text{m}^3} \times \frac{0.05 \text{ m}^3}{\text{s}} \times \frac{6.09 \text{ m}}{\text{s}} = 305 \text{ kg}\cdot\text{m/s}^2 = 305 \text{ N}$$

$$p_1 A_1 = \frac{550 \times 10^3 \text{ N}}{\text{m}^2} \times (8.213 \times 10^{-3} \text{ m}^2) = 4517 \text{ N}$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación (16-8) obtenemos:

$$R_x = (305 + 4517) \text{ N} = 4822 \text{ N}$$

En la dirección *y*, la ecuación para la fuerza externa neta es:

$$F_y = \rho Q(v_{2_y} - v_{1_y})$$

Pero, sabemos que:

$$F_y = R_y - p_2A_2$$

$$v_{2_y} = +\, v_2$$

$$v_{1_y} = 0$$

Por consiguiente tenemos:

$$R_x - p_2A_2 = \rho Q v_2$$

$$R_x = \rho Q v_2 + p_2 A_2$$

Si las pérdidas de energía en el codo se desprecian, $v_2 = v_1$ y $p_2 = p_1$ puesto que las medidas de la entrada y la salida son iguales. Por consiguiente:

$$\rho Q v_2 = 305 \text{ N}$$

$$p_2 A_2 = 4517 \text{ N}$$

$$R_y = (305 + 4517) \text{ N} = 4822 \text{ N}$$

Las fuerzas R_x y R_y son las reacciones provocadas en el codo a medida que el fluido da una vuelta de 90°. Éstas pueden ser provistas por anclas en el codo o tomadas de las orillas hasta las tuberías principales.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 16.4** Aceite de linaza con una gravedad específica de 0.93 ingresa en el codo reducido que se muestra en la figura 16.7 con una velocidad de 3 m/s y una presión de 275 kPa. La vuelta está en el plano horizontal. Calcule las fuerzas *x* y *y* que se requieren para sostener el codo en su lugar. Desprecie las pérdidas de energía en el codo.

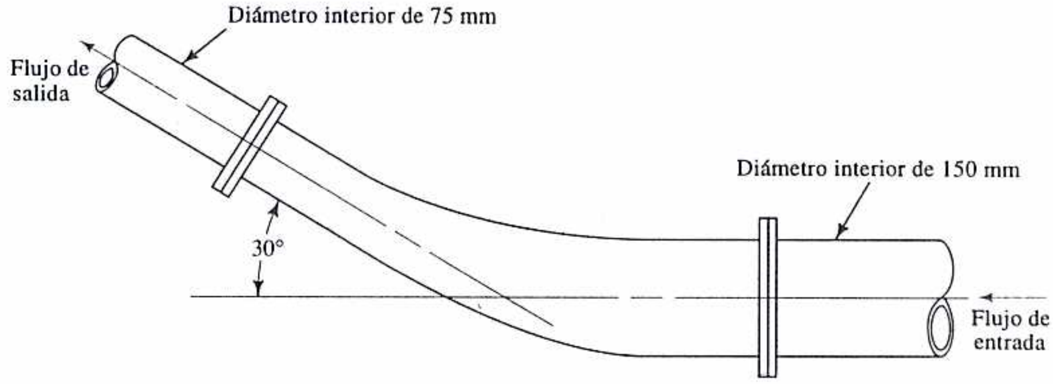
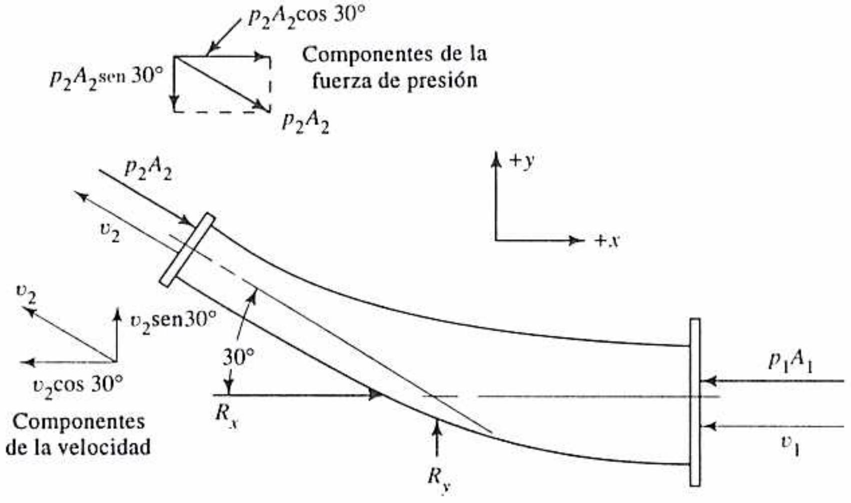


FIGURA 16.7 Codo reducido.

Solución El fluido en el codo se muestra como un cuerpo libre en la figura 16.8. Debemos desarrollar primero las ecuaciones de fuerza para las direcciones x y y que se muestran.

FIGURA 16.8 Diagrama de fuerzas del fluido en el codo reducido.



La ecuación de fuerza en la dirección x es:

$$F_x = \rho Q(v_{2_x} - v_{1_x})$$

$$R_x - p_1A_1 + p_2A_2\cos 30° = \rho Q[-v_2\cos 30° - (-v_1)] \tag{16-9}$$

$$R_x = p_1A_1 - p_2A_2\cos 30° - \rho Qv_2\cos 30° + \rho Qv_1$$

Los signos algebraicos deben incluirse de manera cuidadosa de acuerdo con la convención de signos, como se muestra en la figura 16.8. Observe que todos los términos de fuerza y velocidad son las componentes *en la dirección x.*

En la dirección y, la ecuación de fuerza es:

$$F_y = \rho Q(v_{2_y} - v_{1_y})$$

$$R_y - p_2A_2\text{sen } 30° = \rho Q(v_2\text{sen } 30° - 0)$$

$$R_y = p_2A_2\text{sen } 30° + \rho Qv_2\text{sen } 30° \tag{16-10}$$

Los valores numéricos de algunos parámetros deben calcularse ahora. Para las tuberías de entrada y salida, $A_1 = 1.767 \times 10^{-2}\ \text{m}^2$ y $A_2 = 4.418 \times 10^{-3}\ \text{m}^2$.

$$\rho = (\text{sg})(\rho_w) = (0.93)(1000\ \text{kg/m}^3) = 930\ \text{kg/m}^3$$
$$\gamma = (\text{sg})(\gamma_w) = (0.93)(9.81\ \text{kN/m}^3) = 9.12\ \text{kN/m}^3$$
$$Q = A_1 v_1 = (1.767 \times 10^{-2}\ \text{m}^2)(3\ \text{m/s}) = 0.053\ \text{m}^3\text{/s}$$

Debido a la continuidad, $A_1 v_1 = A_2 v_2$. Por consiguiente tenemos:

$$v_2 = v_1(A_1/A_2) = (3\ \text{m/s})(1.767 \times 10^{-2}/4.418 \times 10^{-3}) = 12\ \text{m/s}$$

Puede utilizarse la ecuación de Bernoulli para encontrar p_2:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Pero $z_1 = z_2$. Por consiguiente tenemos:

$$\begin{aligned} p_2 &= p_1 + \gamma(v_1^2 - v_2^2)/2g \\ &= 275\ \text{kPa} + \left[\frac{(9.12)(3^2 - 12^2)}{(2)(9.81)} \times \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \times \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \times \frac{\text{s}^2}{\text{m}}\right] \\ &= 275\ \text{kPa} - 62.8\ \text{kPa} \\ p_2 &= 212.2\ \text{kPa} \end{aligned}$$

Las cantidades que se necesitan en las ecuaciones (16–9) y (16–10) son:

$$\begin{aligned} p_1A_1 &= (275\ \text{kN/m}^2)(1.767 \times 10^{-2}\ \text{m}^2) = 4859\ \text{N} \\ p_2A_2 &= (212.2\ \text{kN/m}^2)(4.418 \times 10^{-3}\ \text{m}^2) = 938\ \text{N} \\ \rho Q v_1 &= (930\ \text{kg/m}^3)(0.053\ \text{m}^3\text{/s})(3\ \text{m/s}) = 148\ \text{N} \\ \rho Q v_2 &= (930\ \text{kg/m}^3)(0.053\ \text{m}^3\text{/s})(12\ \text{m/s}) = 591\ \text{N} \end{aligned}$$

De la ecuación (16–9), tenemos:

$$R_x = (4859 - 938 \cos 30° - 591 \cos 30° + 148)\ \text{N} = 3683\ \text{N}$$

De la ecuación (16–10), tenemos que:

$$R_y = (938 \operatorname{sen} 30° + 591 \operatorname{sen} 30°)\ \text{N} = 765\ \text{N}$$

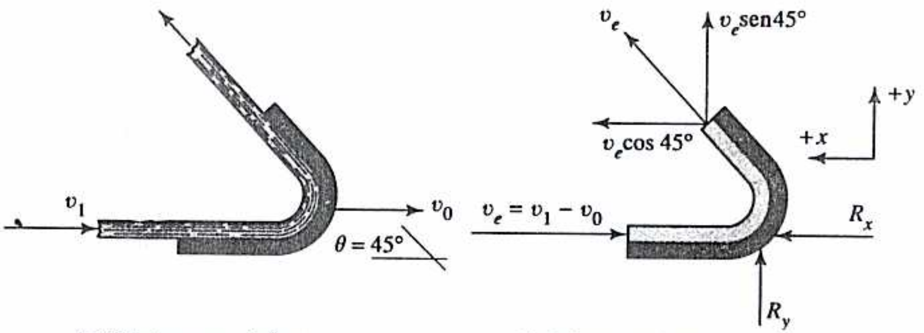
16.7 FUERZAS SOBRE OBJETOS EN MOVIMIENTO

Las paletas de las turbinas y otras máquinas rotatorias son ejemplos familiares de objetos en movimiento sobre los que actúan los fluidos de alta velocidad. Un chorro de fluido con una velocidad mayor que las de las hélices de la turbina ejerce una fuerza sobre las hélices, provocando que éstas se aceleren o que generen energía mecánica útil. Cuando se esté tratando con fuerzas sobre cuerpos en movimiento, debe considerarse el *movimiento relativo* del fluido con respecto al cuerpo.

☐ EJEMPLO ILUSTRATIVO 16.5

La figura 16.9(a) muestra un chorro de agua a una velocidad v_1 que está impactando una paleta que se mueve con una velocidad v_0. Determine las fuerzas ejercidas por la paleta sobre el agua si $v_1 = 20$ m/s y $v_0 = 8$ m/s. El chorro tiene un diámetro de 50 mm.

FIGURA 16.9 Flujo desviado por una paleta en movimiento.



(a) Paleta en movimiento

(b) Paleta estacionaria equivalente

Solución El sistema con una paleta en movimiento puede convertirse en un sistema estacionario equivalente, como se muestra en la figura 16.9(b), definiendo una velocidad efectiva v_e y una velocidad de flujo de volumen efectivo Q_e. Por consiguiente tenemos:

VELOCIDAD EFECTIVA Y VELOCIDAD DE FLUJO DE VOLUMEN

$$v_e = v_1 - v_0 \tag{16–11}$$

$$Q_e = A_1 v_e \tag{16–12}$$

donde A_1 es el área del chorro conforme entra en la paleta. Es solamente la diferencia entre la velocidad del chorro y la velocidad de la paleta lo que efectivamente cuenta en la generación de una fuerza sobre la paleta. Las ecuaciones de fuerza pueden escribirse en términos de v_e y Q_e. En la dirección x:

$$\begin{aligned} R_x &= \rho Q_e v_e \cos\theta - (-\rho Q_e v_e) \\ &= \rho Q_e v_e (1 + \cos\theta) \end{aligned} \tag{16–13}$$

En la dirección y:

$$R_y = \rho Q_e v_e \operatorname{sen}\theta - 0 \tag{16–14}$$

Pero, sabemos que:

$$v_e = v_1 - v_0 = (20 - 8)\text{ m/s} = 12\text{ m/s}$$
$$Q_e = A_1 v_e = (1.964 \times 10^{-3}\text{ m}^2)(12\text{ m/s}) = 0.0236\text{ m}^3/\text{s}$$

Por consiguiente, las reacciones se calculan de las ecuaciones (16–13) y (16–14):

$$R_x = (1000)(0.0236)(12)(1 + \cos 45°) = 483\text{ N}$$
$$R_y = (1000)(0.0236)(12)(\operatorname{sen} 45°) = 200\text{ N}$$

PROBLEMAS DE PRÁCTICA

16.1M *Calcule la fuerza que se requiere para mantener una placa lisa en equilibrio perpendicular al flujo de agua a 25 m/s saliendo de una boquilla de 75 mm de diámetro.*

16.2E ¿Cuál debe ser la velocidad de flujo de agua de una boquilla de 2 pulg de diámetro para ejercer una fuerza de 300 lb sobre una pared plana?

16.3E Calcule la fuerza ejercida sobre una paleta curvada estacionaria que desvía una corriente de agua con un diámetro de 1 pulg formando un ángulo de 90°. La velocidad de flujo de volumen es de 150 gal/min.

16.4M *Un señalamiento en una autopista está siendo diseñado para soportar vientos de 125 km/h. Calcule la fuerza total sobre un señalamiento de 4 m por 3 m, si el viento está soplando en forma perpendicular a la parte frontal del señalamiento. Calcule la presión equivalente sobre el señalamiento en Pa. El aire está a –10 °C. (Véase capítulo 17 y problema 17.9 para un análisis más completo de este problema.)*

16.5E Calcule las fuerzas en las direcciones vertical y horizontal sobre el bloque que se muestra en la figura 16.10. La corriente del fluido es un chorro de agua a 60 °F con una velocidad de 25 pies/s. La velocidad abandonando el bloque es también de 25 pies/s.

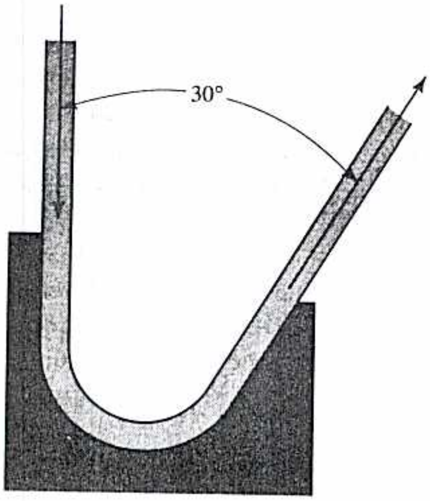


FIGURA 16.10 Problema 16.5.

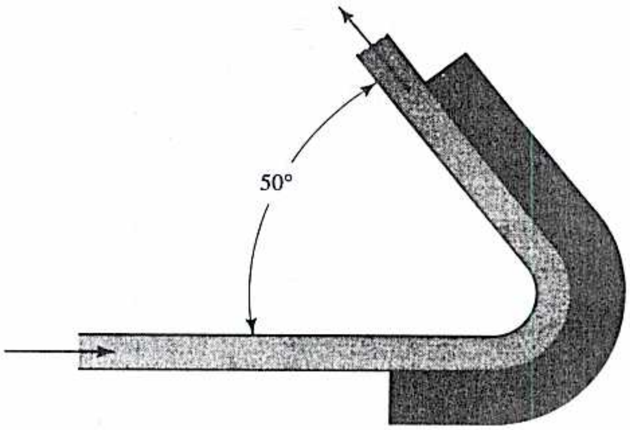


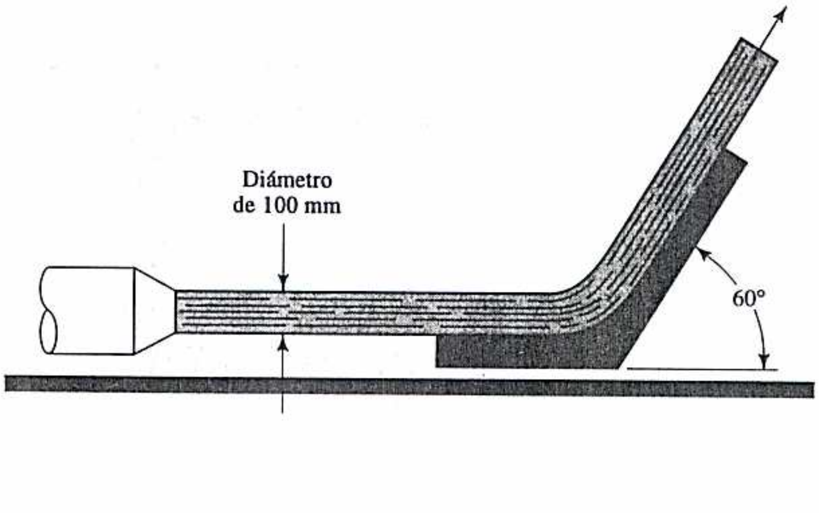
FIGURA 16.11 Problema 16.6.

16.6E La figura 16.11 muestra una corriente libre de agua a 180 °F siendo desviada por una paleta estacionaria a un ángulo de 130°. La corriente ingresa a una velocidad de 22.0 pies/s. El área transversal de la corriente tiene un valor constante de 2.95 pulg^2 a través de todo el sistema. Calcule las fuerzas en las direcciones vertical y horizontal ejercidas por la paleta sobre el agua.

16.7M *Calcule las fuerzas horizontal y vertical ejercidas sobre la paleta que se muestra en la figura 16.12 debido a un flujo de agua a 50 °C. La velocidad tiene un valor constante de 15 m/s.*

16.8E En una planta en la que se fabrican partes de copas de forma hemisférica, se está diseñando una lavadora automática para limpiar las partes antes de su embarque. Un esquema que se está evaluando utiliza una corriente de agua a 180 °F la cual choca contra la copa verticalmente hacia arriba. La corriente tiene una velocidad de 30 pies/s y un diámetro de 1.00 pulg. Como se muestra en la figura 16.13, el agua abandona la copa verticalmente hacia abajo en forma de un anillo anular que tiene un diámetro exterior de 4.00 pulg y un diámetro interior de 3.80 pulg. Calcule la fuerza externa requerida para mantener la copa boca abajo.

FIGURA 16.12 Problema 16.7.



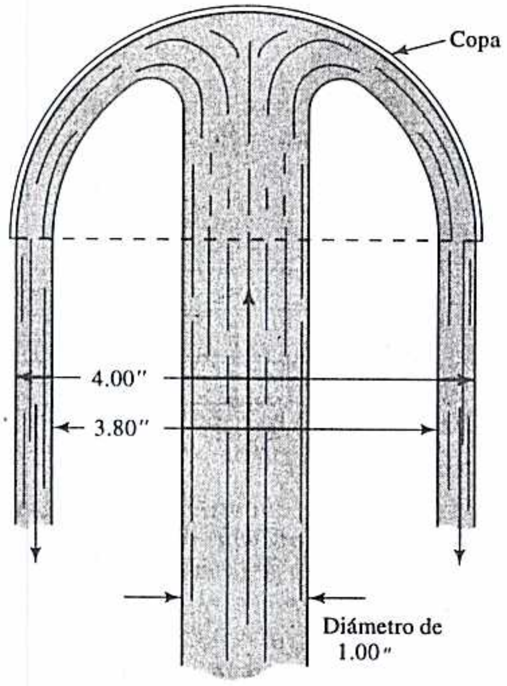


FIGURA 16.13 Problema 16.8.

16.9M *Una corriente de aceite (sg = 0.90) se dirige hacia el centro de la parte inferior de una placa de metal plana para mantenerla fría durante la operación de soldado. La placa pesa 550 N. Si la corriente es de 35 mm de diámetro, calcule la velocidad de la corriente que elevará la placa. La corriente impacta la placa en dirección perpendicular.*

16.10E Una corriente de agua de 2 pulg de diámetro tiene una velocidad de 40 pies/s e impacta la orilla de una placa plana de tal forma que la mitad de la corriente se desvía hacia abajo como se muestra en la figura 16.14. Calcule la fuerza sobre la placa y el momento debido a la fuerza en el punto A.

16.11E La figura 16.15 representa un tipo de fluxómetro en el que una paleta plana se gira sobre un pivote conforme desvía la corriente del fluido. La fuerza del fluido está equilibrada por medio de un resorte. Calcule la fuerza del resorte que se requiere para mantener la paleta en una posición vertical cuando el agua fluye a 100 gal/min desde la tubería Calibre 40 de 1 pulg hasta el lugar donde se encuentra conectado el medidor.

16.12E Se está transportando agua en dirección vertical desde la parte inferior de un bote y se está descargando en forma horizontal en un chorro de 4 pulg de diámetro con una velocidad de 60 pies/s. Calcule la fuerza sobre el bote.

16.13E Una boquilla de 2 pulg está conectada a una manguera cuyo diámetro interior es de 4 pulg. El coeficiente de resistencia *K* de la boquilla es de 0.12 basado en la cabeza de velocidad a la salida. Si el chorro generado en la boquilla tiene una velocidad de 80 pies/s, calcule la fuerza ejercida por el agua en la boquilla.

16.14M *Se encuentra ingresando agua del mar (sg = 1.03) a un intercambiador de calor a través de un codo reducido que conecta un tubo de cobre Tipo K de 4 pulg con un tubo Tipo K de 2 pulg. La presión hacia arriba del codo es de 825 kPa. Calcule la fuerza que se requiere para mantener el codo en equilibrio. Considere la pérdida de energía en el codo, suponiendo que éste tiene un coeficiente de resistencia K de 3.5 basado en la velocidad de entrada. La velocidad de flujo es de 0.025 m³/s.*

16.15E Un reductor conecta una tubería estándar Calibre 40 de 6 pulg con una tubería Calibre 40 de 3 pulg. Las paredes del reductor cónico se ramifican a un ángulo inducido de 40°. La velocidad del flujo de agua es de 500 gal/min y la presión adelante del reductor es de 125 lb/pulg² relativas. Considerando las pérdidas de energía en el reductor, calcule la fuerza ejercida en el reductor por el agua.

FIGURA 16.14 Problema 16.10.

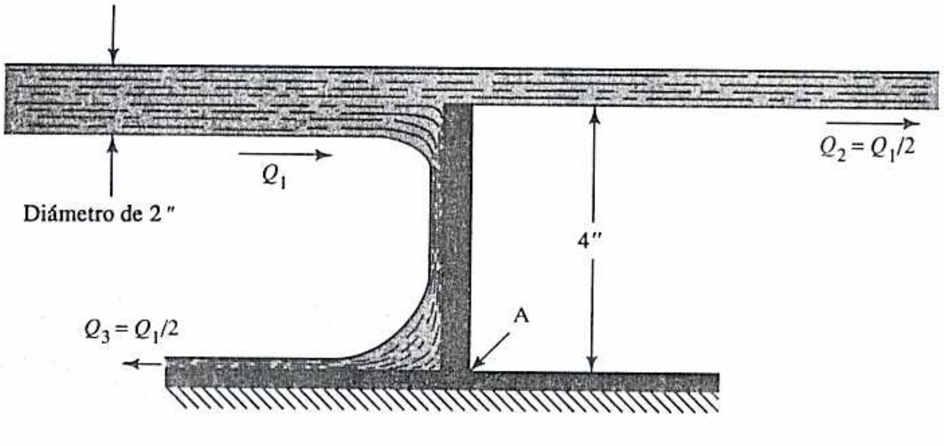
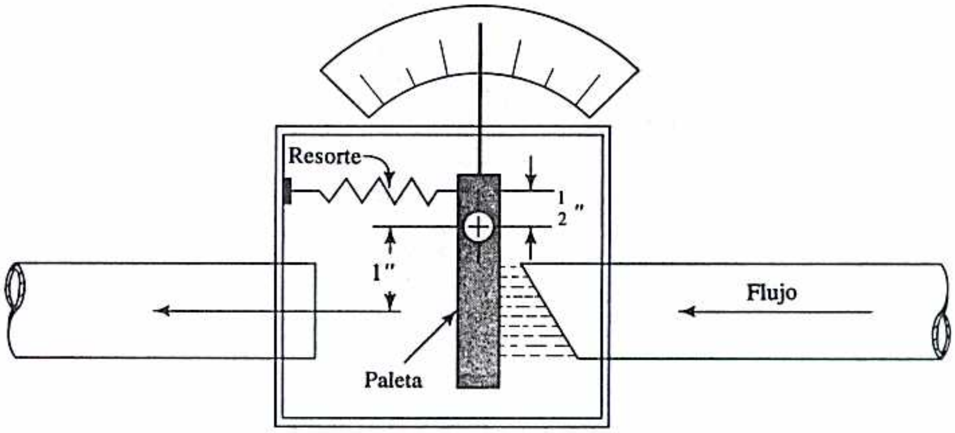


FIGURA 16.15 Problema 16.11.



16.16E Calcule la fuerza sobre un codo de 45° conectado a una tubería de acero Calibre 80 de 8 pulg transportando agua a 80 °F a 6.5 pies^3/s. La salida del codo descarga en la atmósfera. Considere la pérdida de energía en el codo.

16.17M *Calcule la fuerza que se requiere para mantener en su lugar a un codo de 90° cuando éste se encuentra conectado a tuberías Calibre 40 de 6 pulg que transportan agua a 0.125 m^3/s y 1050 kPa. Desprecie la energía perdida en el codo.*

16.18M *Calcule la fuerza que se requiere para mantener en equilibrio a un codo de retorno de cierre de 180°. El codo se encuentra en un plano horizontal y está conectado a una tubería de acero Calibre 80 de 4 pulg que transporta 2000 L/min de un fluido hidráulico a 2.0 MPa. El fluido tiene una gravedad específica de 0.89. Desprecie las pérdidas de energía.*

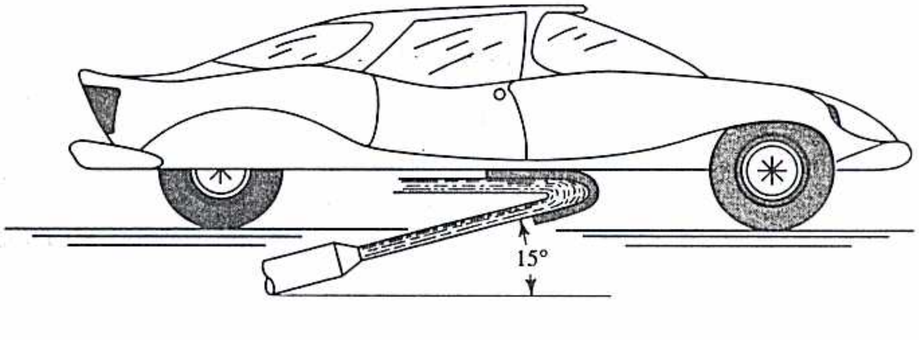
16.19M *Un codo en un tubo provoca que el flujo dé vuelta con un ángulo de 135°. La presión adelante del codo es de 275 kPa. Si el tubo de cobre Tipo K de 6 pulg transporta 0.12 m^3/s de tetracloruro de carbono a 25 °C, determine la fuerza en el codo. Desprecie las pérdidas de energía.*

16.20M *Un vehículo se impulsará por un chorro de agua que impacta en una paleta como se muestra en la figura 16.16. El chorro tiene una velocidad de 30 m/s y sale de una boquilla de 200 mm de diámetro. Calcule la fuerza sobre el vehículo (a) si éste es estacionario y (b) si está moviéndose a 12 m/s.*

16.21M *Una parte de un sistema de inspección en una operación de empaque utiliza un chorro de aire para remover pedazos de cartón con defectos de la banda de transporte, como se muestra en la figura 16.17. El chorro se inicia por un sensor y reloj para que el producto que se rechace esté enfrente del chorro justo en el momento. El producto se va a volcar sobre un anaquel al lado de la banda transportadora como se muestra en la figura. Calcule la velocidad del chorro de aire que se requiere para volcar el cartón fuera de la banda transportadora. La densidad del aire es de 1.10 kg/m^3. El cartón tiene una masa de 0.10 kg. El chorro tiene un diámetro de 10.0 mm.*

16.22M *En la figura 16.18 se muestra una pequeña rueda decorativa sujetada con remos planos de tal forma que la rueda gira con respecto a su eje cuando sobre ésta actúa una corriente de aire. Suponiendo que todo el aire en una corriente de diámetro igual a 15 mm que se mueve a 0.35 m/s impacta sobre un remo y es desviada por éste formando ángulos rectos, calcule la fuerza ejercida sobre la rueda en un inicio cuando ésta se encuentra en estado estacionario. El aire tiene una densidad de 1.20 kg/m^3.*

FIGURA 16.16 Problema 16.20.



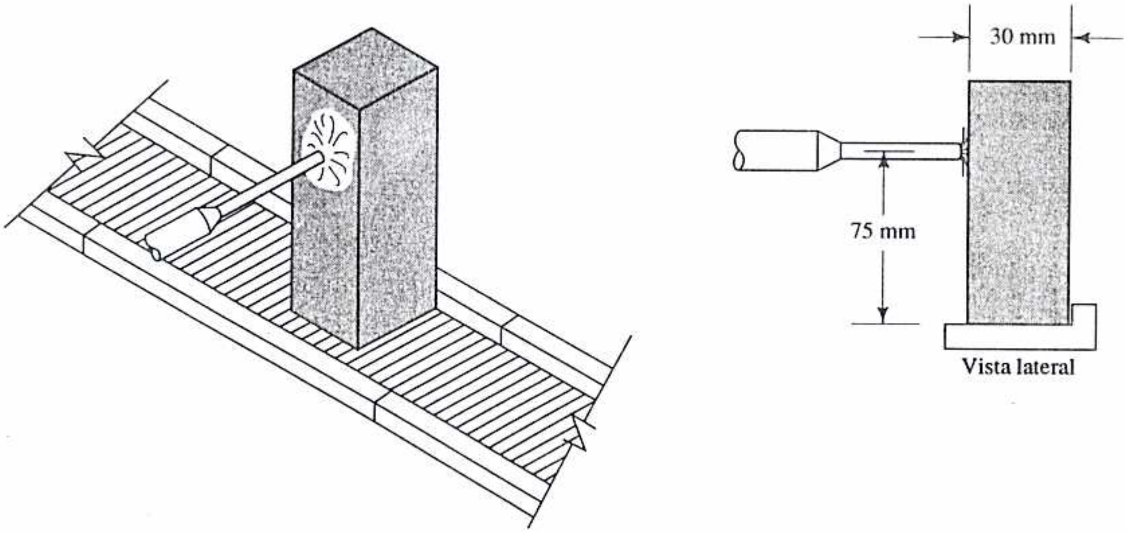


FIGURA 16.17 Problema 16.21.

FIGURA 16.18 Problemas 16.22 y 16.23.

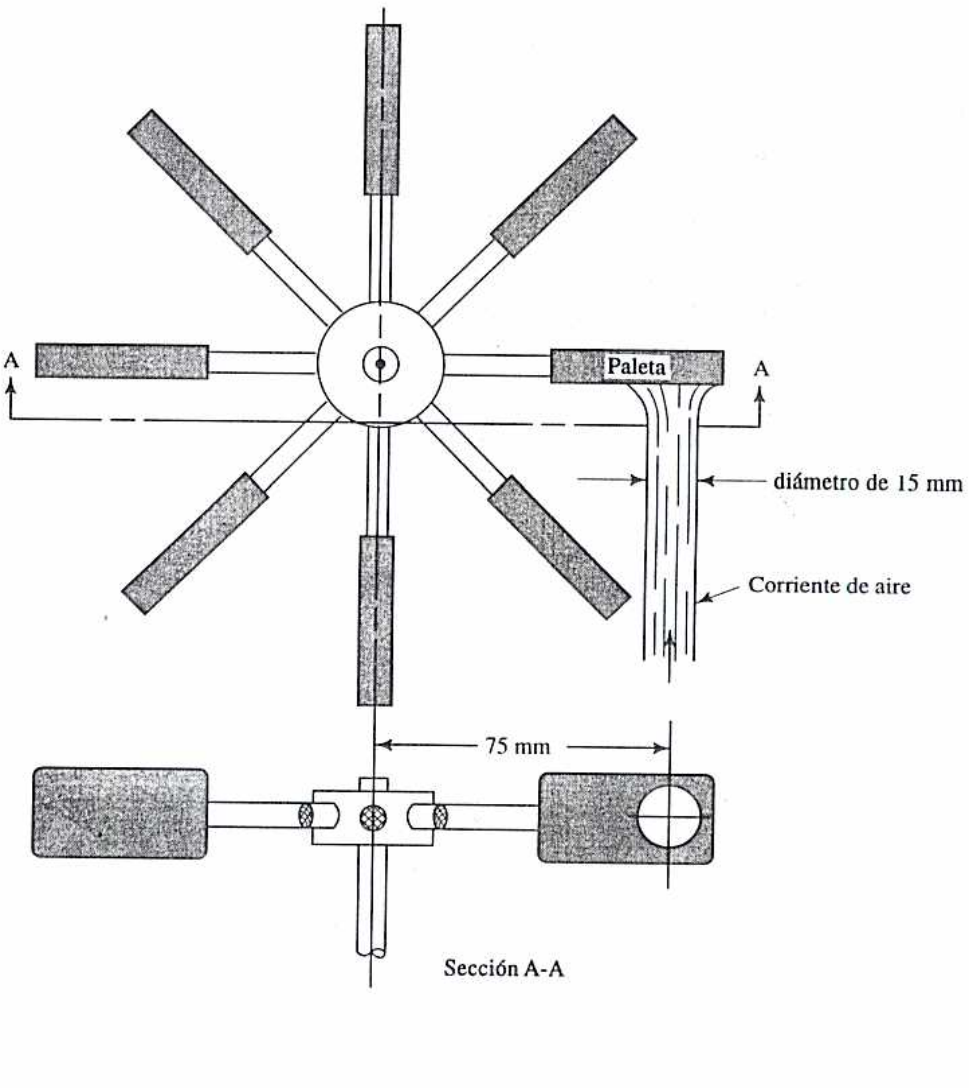


FIGURA 16.19 Problemas 16.24, 16.25 y 16.26.

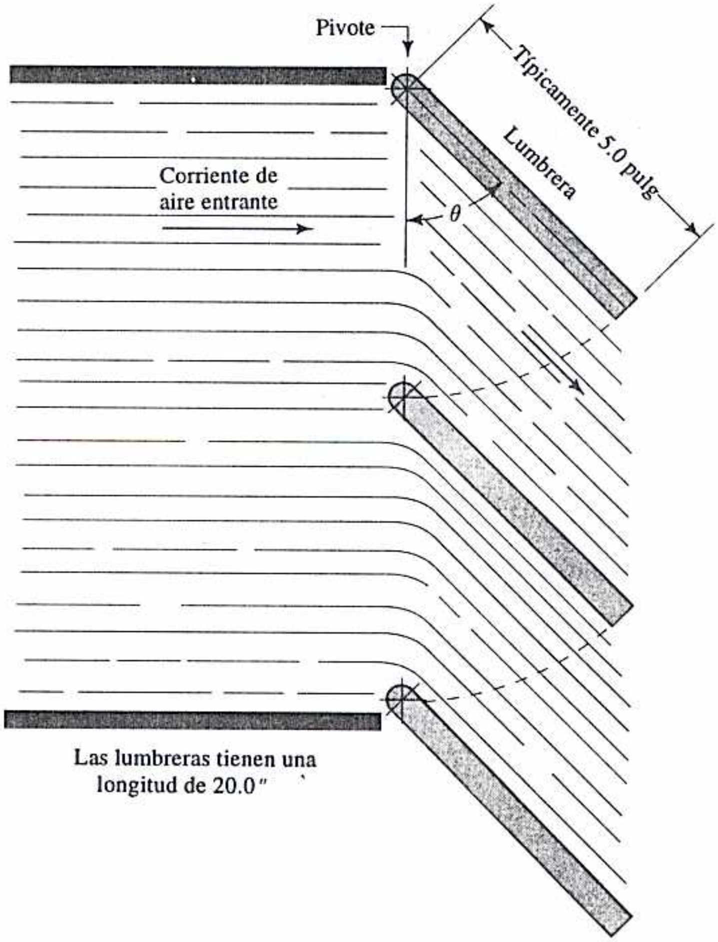
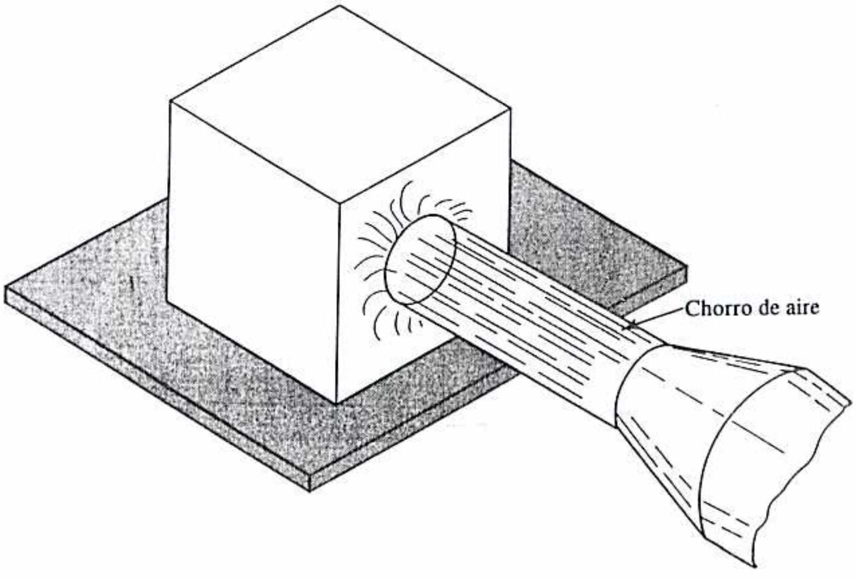

Pivote
Típicamente 5.0 pulg
Lumbrera
Corriente de aire entrante
θ
Las lumbreras tienen una longitud de 20.0″

FIGURA 16.20 Problemas 16.27 y 16.28.



16.23M *Para la rueda descrita en el problema 16.22, calcule la fuerza ejercida sobre el remo cuando la rueda gira a 40 rpm.*

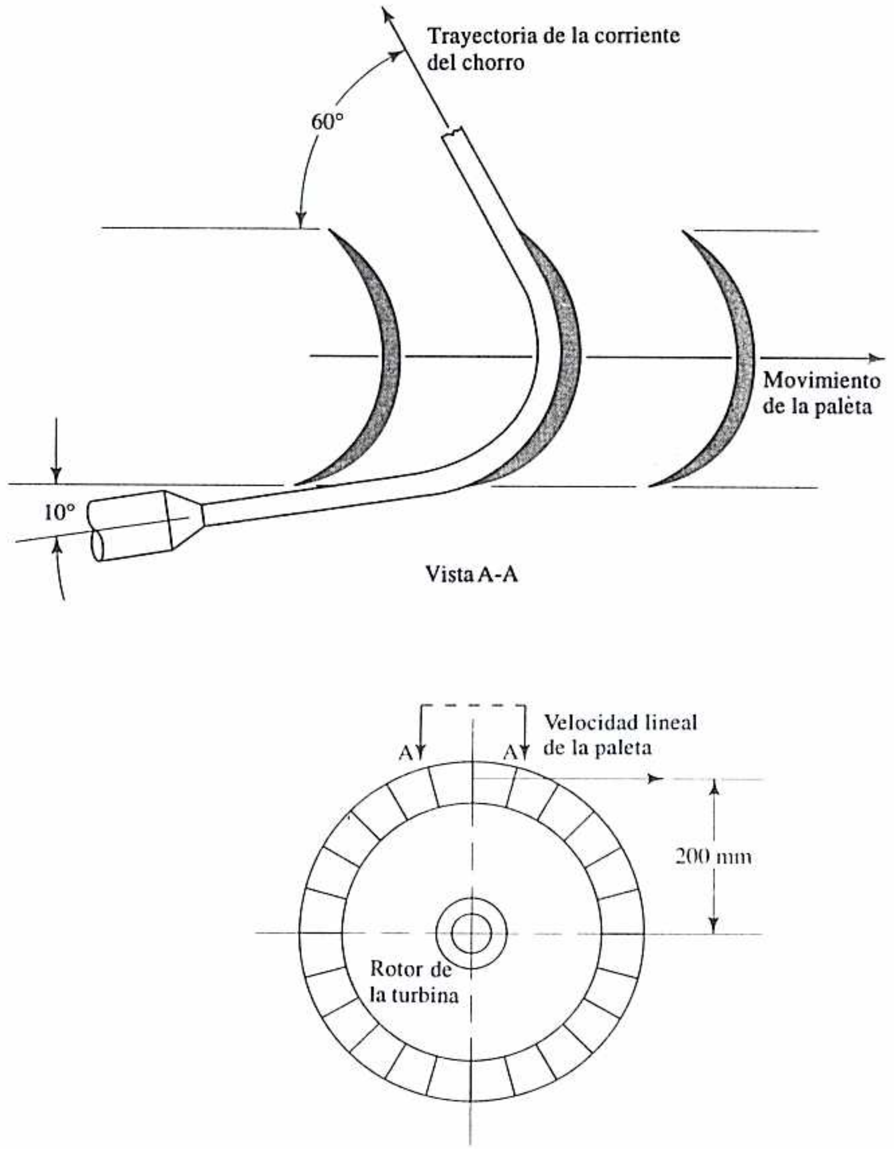
16.24E Un conjunto de lumbreras desvía una corriente de aire caliente sobre partes pintadas, como se muestra en la figura 16.19. Se hacen girar lentamente las lumbreras para distribuir el aire en forma pareja sobre las partes. Calcule el par de torsión que se requiere para hacer girar las lumbreras hacia la corriente de aire cuando ésta se encuentra soplando a una velocidad de 10 pies/s. Suponga que todo el aire que se aproxima a una determinada lumbrera se desvía al ángulo de la lumbrera. El aire tiene una densidad de 2.06×10^{-3} slugs/pie^3. Utilice $\theta = 45°$.

16.25E Para las lumbreras que se muestran en la figura 16.19 y se describen en el problema 16.24, calcule el par de torsión que se requiere para hacer girar las lumbreras cuando el ángulo $\theta = 20°$.

16.26E Para las lumbreras que se muestran en la figura 16.19 y se describen en el problema 16.24, calcule el par de torsión que se requiere para hacer girar las lumbreras a diferentes ángulos θ desde 10° hasta 90°. Dibuje una gráfica de par de torsión *versus* ángulo.

16.27E La figura 16.20 muestra un dispositivo para limpiar suciedades que utiliza un chorro de aire de $1\frac{1}{2}$ pulg de diámetro saliendo de la boquilla de un soplador. Como se muestra, el chorro impacta un objeto en forma de

FIGURA 16.21 Problemas 16.29, 16.30 y 16.31.


Trayectoria de la corriente del chorro
60°
Movimiento de la paleta
10°
Vista A-A
A
A
Velocidad lineal de la paleta
200 mm
Rotor de la turbina

caja rectangular que se encuentra sobre un piso. Si la velocidad del aire es de 25 pies/s y el chorro completo es desviado por la caja, ¿cuál es el objeto más pesado que puede ser movido? Suponga que la caja se desliza en lugar de volcarse y que el coeficiente de fricción es de 0.60. El aire tiene una densidad de 2.40 × 10^{-3} slugs/pie^3.

16.28E Repita el problema 16.27, excepto que cambie el chorro de agua a 50 °F y el diámetro de 0.75 pulg.

16.29M *La figura 16.21 es un bosquejo de una turbina en la que la corriente entrante de agua a 15 °C tiene un diámetro de 7.50 mm y se está moviendo con una velocidad de 25 m/s. Calcule la fuerza sobre un aspa de la turbina si la corriente es desviada con el ángulo que se muestra y el aspa es estacionaria.*

16.30M *Repita el problema 16.29 con el aspa girando como parte de una rueda a un radio de 200 mm y con una velocidad tangencial lineal de 10 m/s. Asimismo, calcule la velocidad de giro de la rueda en rpm.*

16.31M *Repita el problema 16.29, excepto que con al aspa girando como parte de la rueda a un radio de 200 mm y con una velocidad tangencial lineal que varía desde 0 hasta 25 m/s en pasos de 5 m/s*

17 Arrastre y sustentación

17.1 OBJETIVOS

Un cuerpo en movimiento sumergido en un fluido experimenta fuerzas causadas por la acción de un fluido. El efecto total de estas fuerzas es muy complejo. Sin embargo, para propósitos de diseño o para el análisis del comportamiento de un cuerpo en un fluido, dos fuerzas importantes —arrastre y sustentación— son las más importantes. Las fuerzas de arrastre y sustentación son las mismas sin considerar si el cuerpo se encuentra en movimiento en el fluido o el fluido se encuentra moviéndose sobre el cuerpo.

El arrastre es la fuerza sobre un cuerpo provocado por un fluido que resiste el movimiento en la dirección del recorrido del cuerpo. Las aplicaciones más familiares que requieren el estudio del arrastre son en los campos de la transportación. *La resistencia al viento* es el término utilizado con frecuencia para describir los efectos del arrastre sobre aviones, automóviles, camiones y trenes. La fuerza de arrastre debe contrarrestarse por una fuerza propulsora en la dirección opuesta para mantener o incrementar la velocidad del vehículo. Puesto que la producción de la fuerza propulsora requiere potencia adicional, es conveniente mantener el arrastre a un valor mínimo.

La sustentación es una fuerza provocada por el fluido en la dirección perpendicular a la dirección del recorrido del cuerpo. Sus aplicaciones más importantes están en el diseño y análisis de alas de aviones llamadas *superficies sustentadoras.* La geometría de una superficie sustentadora es tal que una fuerza de sustentación se produce conforme circula el aire sobre y bajo la superficie sustentadora. Por supuesto, la magnitud de la sustentación debe ser al menos igual al peso de la nave para que ésta pueda volar.

El estudio del funcionamiento de cuerpos moviéndose en corrientes de aire se llama *aerodinámica.* Los gases diferentes al aire se pueden considerar como dentro de este campo, pero debido a la obvia importancia de sus aplicaciones en el diseño de aviones, la mayoría del trabajo se ha realizado tomando el aire como el fluido.

La hidrodinámica es el nombre asignado al estudio de cuerpos en movimiento inmersos en líquidos, en particular, agua. Muchos conceptos con respecto al arrastre y a la sustentación son similares, sin considerar si el fluido es un líquido o un gas. Esto no es cierto, como siempre, a altas velocidades donde los efectos de la compresibilidad del fluido deben tomarse en cuenta. Los líquidos pueden considerarse incompresibles en el estudio del arrastre y la sustentación. Por el contrario, un gas como el aire se comprime fácilmente.

La mayoría de los datos prácticos con respecto al arrastre y a la sustentación se han generado en forma experimental. Mostraremos aquí parte de estos datos para ilustrar los conceptos. Las referencias listadas al final de este capítulo incluyen un tratamiento mucho más a fondo del tema.

Después de haber terminado el estudio de este capítulo, usted deberá ser capaz de:

1. Definir *arrastre.*
2. Definir *sustentación.*
3. Escribir la expresión para calcular la fuerza de arrastre de un cuerpo con movimiento en relación a un fluido.
4. Definir el *coeficiente de arrastre.*
5. Definir el término *presión dinámica.*
6. Describir el punto de estancamiento para un cuerpo en movimiento con relación a un fluido.
7. Distinguir entre la *presión de arrastre* y la *fricción de arrastre.*
8. Discutir la importancia de la separación del flujo sobre el arrastre de presión.
9. Determinar el valor del coeficiente de arrastre para cilindros, esferas y otras formas.
10. Discutir el efecto del número de Reynolds y la geometría de superficie sobre el coeficiente de arrastre.
11. Calcular la magnitud de la fuerza de arrastre de presión sobre cuerpos en movimiento en relación con un fluido.
12. Calcular la magnitud de la fuerza de arrastre de fricción sobre esferas lisas.
13. Entender la importancia del arrastre en el funcionamiento de vehículos terrestres.
14. Entender los efectos de compresibilidad y cavitación en el arrastre y el funcionamiento de cuerpos inmersos en fluidos.
15. Definir el coeficiente de sustentación para un cuerpo sumergido en un fluido.
16. Calcular la fuerza de sustentación sobre un cuerpo en movimiento en relación con un fluido.
17. Describir los efectos de la fricción de arrastre, la presión de arrastre y el arrastre inducido sobre las superficies sustentadoras.

17.2 ECUACIÓN DE LA FUERZA DE ARRASTRE

Las fuerzas de arrastre se expresan con frecuencia en la forma:

FUERZA DE ARRASTRE

$$F_D = \text{arrastre} = C_D(\rho v^2/2)A \qquad \textbf{(17–1)}$$

El término C_D es el coeficinte de arrastre, un factor adimensional. Su magnitud depende básicamente de la forma física del objeto y su orientación con relación a la corriente del fluido. La cantidad $\rho v^2/2$ es la presión dinámica como se definirá más adelante. El término v es la velocidad de la corriente libre del fluido con relación al cuerpo. El término A se refiere a una característica del área del cuerpo, tanto el área de la superficie o la máxima sección transversal perpendicular a la dirección del flujo, como se estudió en las Secciones 17.3, 17.5 y 17.8.

Puede visualizar la influencia de la presión dinámica sobre el arrastre remitiéndose a la figura 17.1, la cual muestra una esfera en una corriente del fluido. Las líneas de corriente muestran la trayectoria del fluido conforme ésta se aproxima y fluye alrededor de la esfera. En el punto s sobre la superficie de la esfera, la corriente del fluido está en reposo o "estancada". El término *punto de estancamiento* se utiliza para describir este punto. La relación entre la presión p_s y la correspondiente a la corriente sin disturbios en el punto 1 puede encontrarse utilizando la ecuación de Bernoulli:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_s}{\gamma} \qquad \textbf{(17–2)}$$

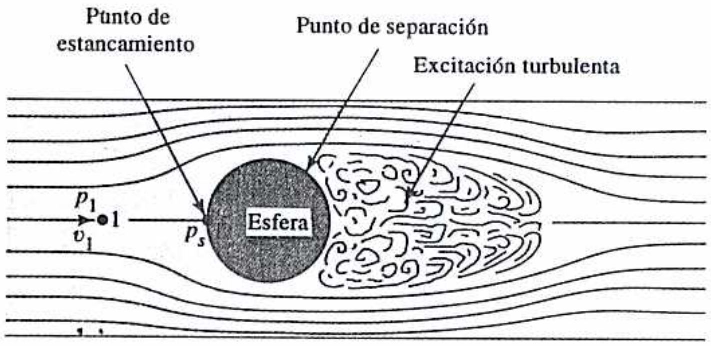


FIGURA 17.1 La esfera, en una corriente de fluido mostrando el punto de estancamiento en la superficie frontal y atrás, la excitación turbulenta.

Despejando p_s, obtenemos:

$$p_s = p_1 + \gamma v_1^2/2g$$

Pero, puesto que $\rho = \gamma/g$, tenemos:

$$p_s = p_1 + \rho v_1^2/2 \qquad \textbf{(17–3)}$$

La presión de estancamiento es mayor que la presión estática en la corriente libre por la magnitud de la presión dinámica $\rho v_1^2/2$. La energía cinética de la corriente en movimiento se transforma en un tipo de energía en la forma de presión.

El incremento de presión en el punto de estancamiento puede esperarse que produzca una fuerza sobre el cuerpo oponiéndose a su movimiento, esto es, una fuerza de arrastre. Sin embargo, la magnitud de la fuerza depende no solamente de la presión de estancamiento, sino también de la presión en la parte trasera del cuerpo. Puesto que es difícil predecir la variación real en presión de la parte trasera, se utiliza normalmente el coeficiente de arrastre.

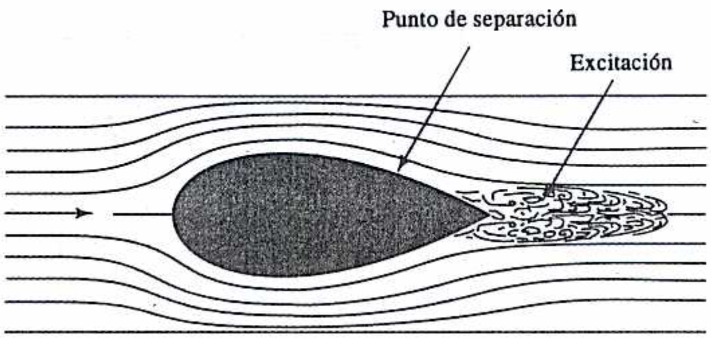
El arrastre total sobre un cuerpo es debido a dos componentes. (Para un cuerpo en sustentación, tal como una superficie sustentadora, existe una tercera componente como se describe en la Sección 17.8.) *La presión de arrastre* (también llamada *forma de arrastre*) es debida a los disturbios en la corriente del flujo conforme éste pasa el cuerpo, creando una excitación turbulenta. Las características del disturbio dependen de la forma del cuerpo y algunas veces del número de Reynolds del flujo y la rugosidad de la superficie. *La fricción de arrastre* es debida a los esfuerzos cortantes en la capa delgada del fluido cerca de la superficie del cuerpo llamada *capa de contorno.* Estos dos tipos de arrastre se describen en las secciones siguientes.

17.3
PRESIÓN DE ARRASTRE

Conforme una corriente de fluido fluye alrededor de un cuerpo, el fluido tiende a adherirse a la superficie en una porción de la longitud del cuerpo. Después, en un cierto punto, la capa delgada del contorno se separa de la superficie, causando que se produzca una excitación turbulenta (véase figura 17.1). La presión en la excitación es significativamente más baja que la del punto de estancamiento en el frente del cuerpo. Una fuerza neta es por lo tanto creada, la cual actúa en dirección opuesta a la del movimiento. Esta fuerza es la presión de arrastre.

Si el punto de separación puede hacerse que ocurra más atrás sobre el cuerpo, el tamaño de la excitación puede decrecer y la presión de arrastre será menor. Ésta es la razón de dar líneas aerodinámicas. La figura 17.2 ilustra el cambio en la excitación causada por la elongación y adelgazamiento de la cola del cuerpo. Así,

FIGURA 17.2 Efecto del adelgazamiento en la excitación



la cantidad de presión de empuje depende de la forma del cuerpo y se utiliza con frecuencia el término *forma de arrastre.*

La fuerza de presión de arrastre se calcula de la ecuación (17–1) en la que A *se toma como la sección transversal máxima del cuerpo perpendicular al flujo.* El coeficiente C_D es el coeficiente de presión de arrastre.

Como una ilustración de la importancia del adelgazamiento, el valor de C_D para el arrastre sobre una esfera pequeña que se mueve a través del aire con un número de Reynolds de aproximadamente 10^5 es 0.5. Una forma altamente adelgazada como la que se utiliza en la mayoría de las aeronaves (dirigibles) tiene un C_D de aproximadamente 0.04, ¡una reducción en más de un factor de 10! (Véase referencia 2.)

17.3.1 Propiedades del aire

El arrastre en cuerpos en movimiento en el aire con frecuencia es el objetivo del análisis de arrastre. Con la finalidad de utilizar la ecuación (17–1) para calcular las fuerzas de arrastre, necesitamos saber la densidad del aire. Como sucede con los gases, las propiedades del aire cambian en forma drástica con la temperatura. También, conforme se incrementa la altitud sobre el nivel del mar, la densidad aumenta. El apéndice E presenta las propiedades del aire a varias temperaturas y altitudes.

17.4 COEFICIENTE DE ARRASTRE

La magnitud del coeficiente de arrastre para la presión de arrastre depende de muchos factores, siendo la forma del cuerpo, el número de Reynolds del flujo, la rugosidad de la superficie y la influencia de otros cuerpos o superficies en la vecindad, los más importantes. Dos de las formas más simples, la esfera y el cilindro se estudian primero.

17.4.1 Coeficiente de arrastre para esferas y cilindros

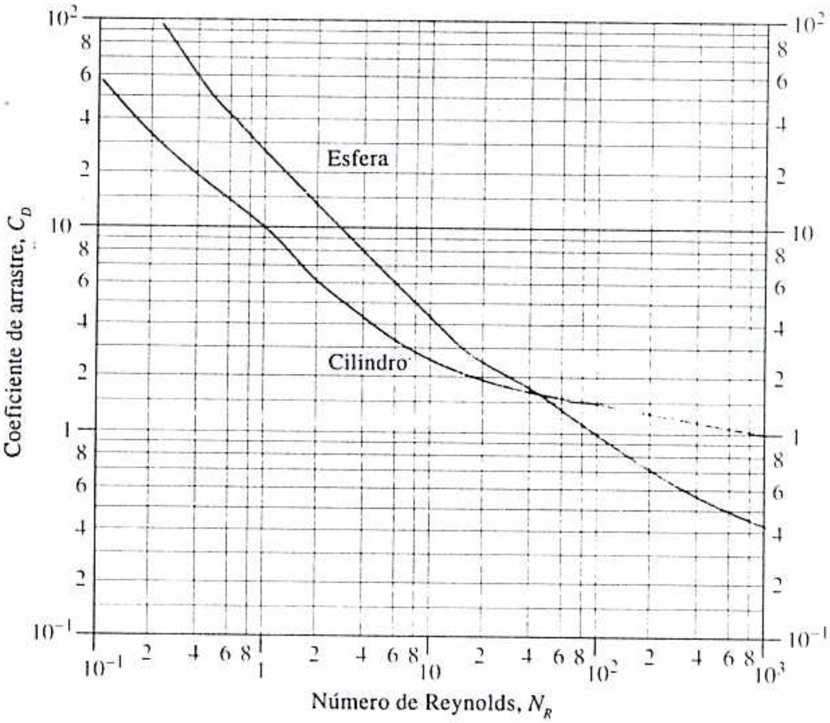
Los datos que se grafican en la figura 17.3 proporcionan los valores del coeficiente de arrastre *versus* número de Reynolds para esferas y cilindros *planos.* Para esferas y cilindros, el número de Reynolds se calcula de la relación que *parece* familiar:

$$N_R = \frac{\rho v D}{\mu} = \frac{vD}{\nu} \tag{17–4}$$

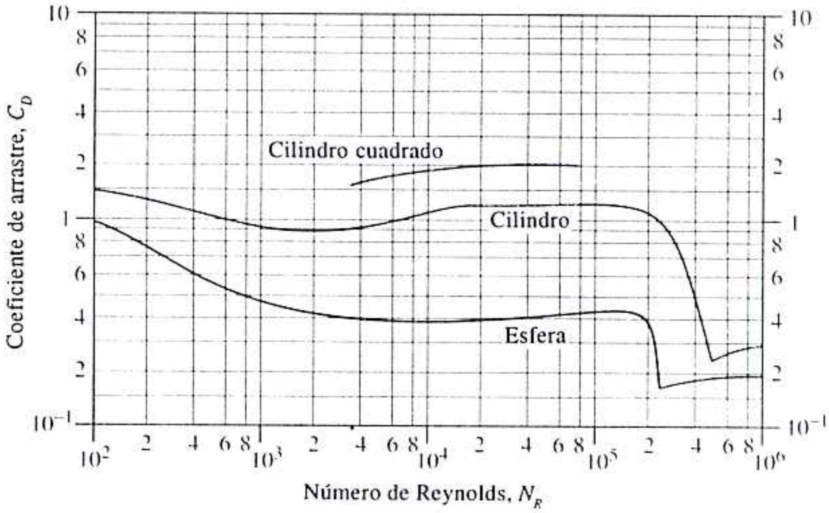
Sin embargo, el diámetro, D, es el diámetro del cuerpo mismo, más que el diámetro del conducto del flujo que antes se representaba por D.

Note los valores tan altos de C_D para bajos valores de número de Reynolds, sobre 100 para una esfera plana a $N_R = 0.10$. Esto corresponde al movimiento a

FIGURA 17.3 Coeficiente de arrastre para esferas y cilindros.



(a) C_D *vs.* N_R para valores más bajos de N_R



(b) C_D *vs.* N_R para valores de N_R más altos

través de fluidos muy viscosos. N_R cae en forma rápida a un valor cercano a 4 para $N_R = 10$ y después a 1.0 para $N_R = 100$. El valor de C_D varía en el rango desde cerca de 0.38 hasta 0.46 para números de Reynolds más altos desde 1000 hasta 10^5.

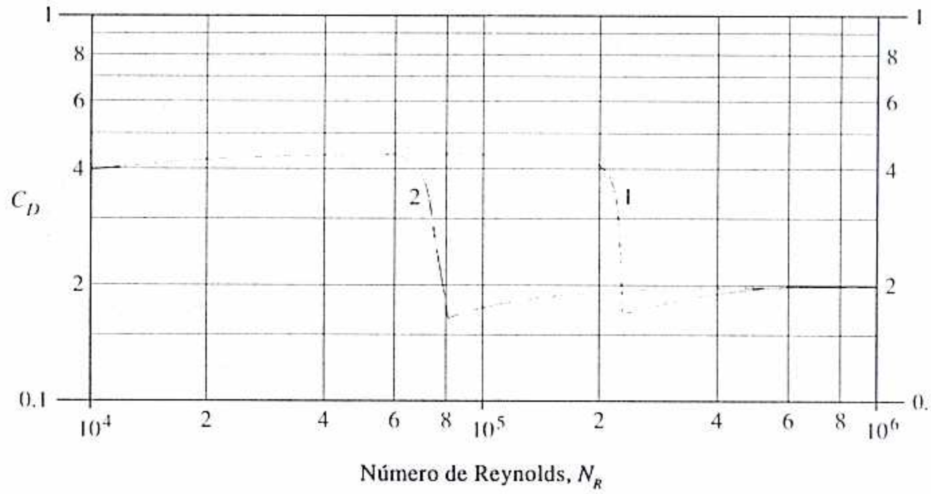
Para cilindros, $C_D \approx 60$ para valores bajos de número de Reynolds de 0.10. Éste cae a un valor de 10 para $N_R = 1.0$ y a un valor de 1.0 para $N_R = 1000$. En los altos valores de número de Reynolds, C_D varía desde cerca de 0.90 hasta 1.30 para N_R desde 1000 hasta 10^5.

Para valores muy pequeños de número de Reynolds ($N_R < 1.0$ aproximadamente), el arrastre es debido, casi en su totalidad, a la fricción y se estudiará posteriormente. A valores más altos de número de Reynols, la importancia de la separación del flujo y la excitación turbulenta en la parte posterior del cuerpo causan que predomine la presión de arrastre. El siguiente estudio se relaciona solamente con la presión de arrastre.

A un valor de número de Reynolds de aproximadamente 2×10^5, el coeficiente de arrastre para las esferas cae en forma abrupta desde aproximadamente 0.42 hsta 0.17. Esto es provocado por el cambio abrupto en la naturaleza de la capa de contorno desde laminar hasta turbulento. Concurrentemente, el punto sobre la esfera en donde se presenta la separación se mueve hacia atrás, disminuyendo el tamaño de la excitación. En cilindros se presenta un fenómeno similar a aproximadamente $N_R = 4 \times 10^5$ donde C_D cambia desde aproximadamente 1.2 hasta 0.30.

Tanto haciendo la superficie más rugosa como incrementando la turbulencia en la corriente del flujo puede hacer que disminuya el valor del número de Reynolds en el que se presenta la transición desde la capa de frontera laminar a la turbulenta, como se ilustra en la figura 17.4. Esta gráfica pretende mostrar las formas de las curvas típicas solamente y no debe utilizarse para valores numéricos.

FIGURA 17.4 Efecto de la turbulencia y la rugosidad sobre C_D en esferas.



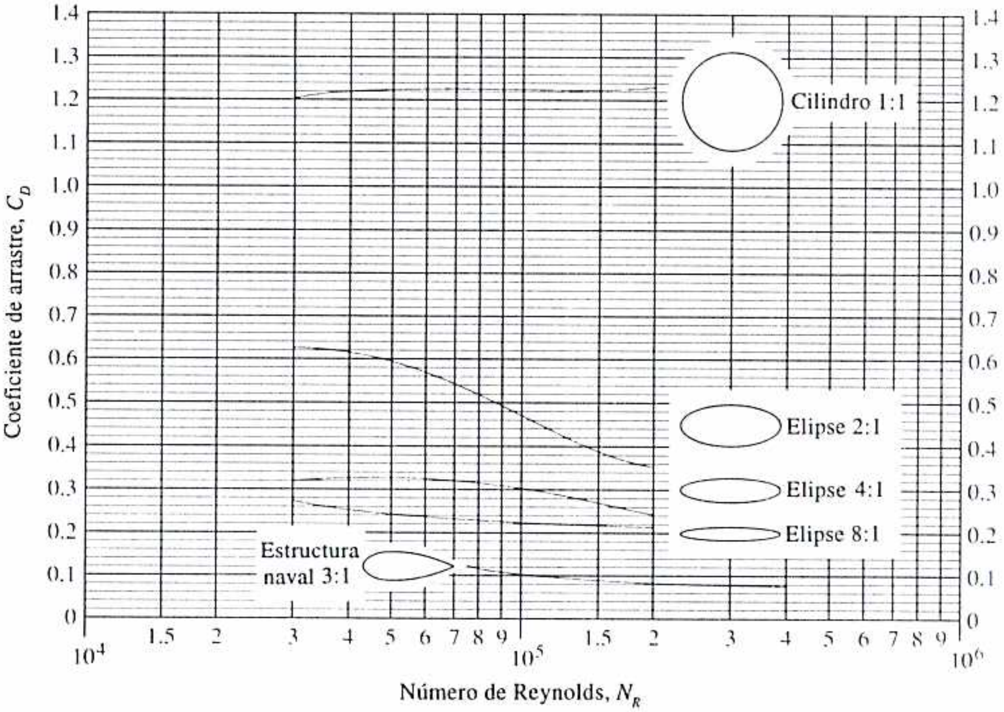
Las pelotas de golf tienen pequeños agujeros para optimizar la turbulencia del aire a medida que éste fluye alrededor de la pelota y causar una disminución abrupta en el coeficiente de arrastre a una velocidad baja (bajo número de Reynolds), resultando en mayores vuelos. Una pelota de golf perfectamente lisa puede lanzarse solamente cerca de 100 yardas aun por los mejores golfistas, mientras que el diseño con agujeros permite que un golfista promedio pueda alcanzar distancias mucho mayores. Los golfistas con mucha habilidad pueden lanzar la pelota a una distancia hasta de 300 yardas (véase referencia 3).

17.4.2 Coeficientes de arrastre para otras formas

También en la figura 17.3 se muestra el coeficiente de arrastre para un cilindro cuadrado con un lado plano perpendicular al flujo para números de Reynolds desde 3.5×10^3 hasta 8×10^4. Los valores varían desde aproximadamente 1.60 hasta 2.05, y son de alguna forma mayores que los de los cilindros circulares. Se pueden obtener reducciones significativas con radios de esquinas de tamaño que va de pequeño a moderado, obteniendo valores de C_D tan bajos como 0.55 con números de Reynolds elevados. Sin embargo, los valores tienden a estar significativamente afectados por cambios en los números de Reynolds para tales diseños. Se recomienda efectuar pruebas.

La figura 17.5 proporciona datos de C_D para tres versiones de cilindros elípticos de números de Reynolds desde 3.0×10^4 hasta 2×10^5. Estas formas tienen una elipse como sección transversal con diferentes relaciones de longitud de sección transversal entre grosor máximo, llamadas algunas veces *cociente de fineza*. Asimismo se muestra para efectos de comparación el cilindro circular, el cual puede considerarse como un caso especial de cilindro elíptico con un cociente de fineza de 1:1. Note la reducción dramática del coeficiente de arrastre a aproximadamente 0.21 para cilindros elípticos de alto valor de cociente de fineza.

FIGURA 17.5 Coeficientes de arrastre para cilindros elípticos y estructuras.

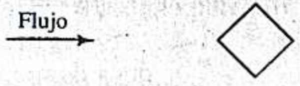
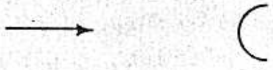
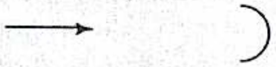
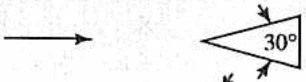
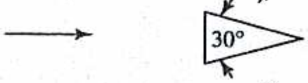
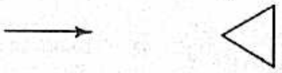
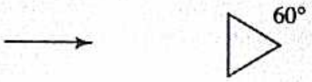
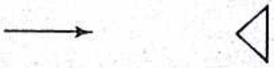
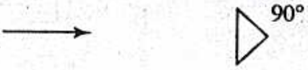
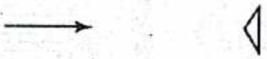
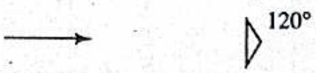
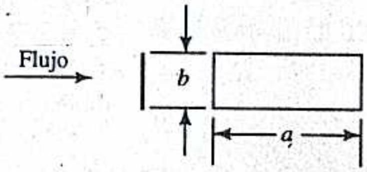
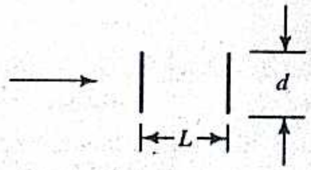
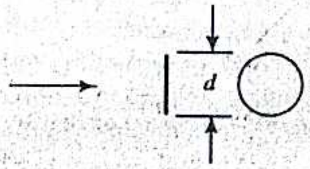


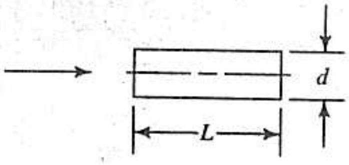
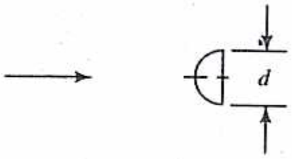
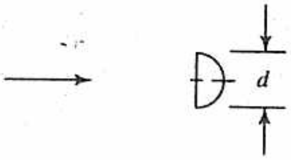
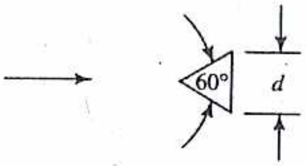
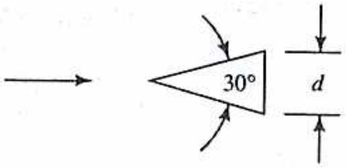
Pero aún puede hacerse una mayor reducción en el coeficiente de arrastre con la conocida forma de "lágrima", la cual también se muestra en la figura 17.5. Ésta es una forma estándar llamada *estructura naval*, que tiene valores de C_D en el rango de 0.07 a 0.11. La figura 17.6 en la página 476 muestra la geometría de la estructura. (Véase referencia 1.)

La tabla 17.1 lista los valores de las coeficientes de arrastre para algunas formas simples. Note la orientación de la forma en relación con la dirección del flujo entrante. Los valores de C_D para tales formas son casi independientes de los números de Reynolds debido a que tienen orillas puntiagudas que hacen que la capa de contorno se separe en el mismo lugar. La mayoría de las pruebas en estas formas se realizaron en el rango de números de Reynolds desde 10^4 hasta 10^5.

Para el cilindro cuadrado, cilindros semitubulares y cilindros triangulares, los datos proporcionados son para modelos que son largos con relación a la dimensión de mayor grosor. Para cilindros cortos de todas las formas, el flujo modi-

TABLA 17.1 Coeficientes de arrastre típicos

Forma del cuerpo	Orientación		C_D
Cilindro cuadrado			1.60
Cilindros semitubulares			1.12
			2.30
Cilindros triangulares			1.05
			1.85
			1.39
			2.20
			1.60
			2.15
			1.75
			2.05
Placa rectangular		a/b	
		1	1.16
		4	1.17
		8	1.23
		12.5	1.34
		25	1.57
		50	1.76
		∞	2.00
Discos en tándem L = espaciamiento d = diametro		L/d	
		1	0.93
		1.5	0.78
		2	1.04
		3	1.52
Un disco circular			1.11

Forma del cuerpo	Orientación		C_D
Cilindro L = Longitud d = diámetro		L/d 1 2 4 7	 0.91 0.85 0.87 0.99
Taza hemisférica, parte trasera abierta			0.41
Taza hemisférica, parte frontal abierta			1.35
Cono, base cerrada			0.51
			0.34

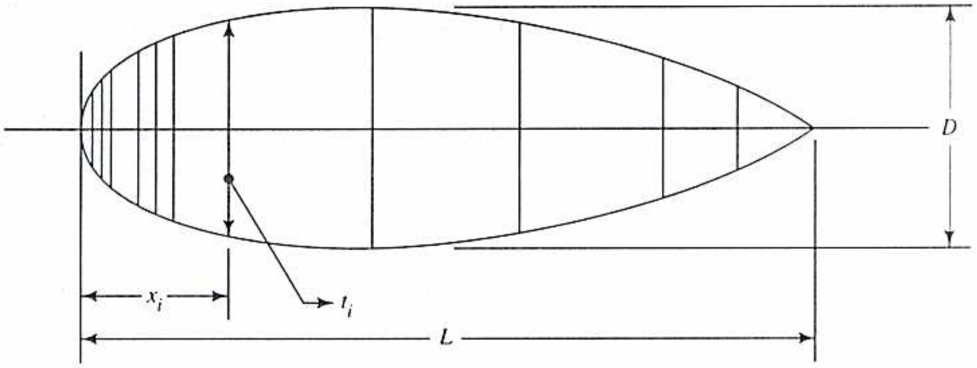
Nota: Los números de Reynolds están basados en la longitud del cuerpo paralelo a la dirección del flujo, excepto para los cilindros semitubulares, cuya longitud característica es el diámetro. Los datos fueron adaptados de Eugene A. Avallone y Theodore Baumeister III, ediciones., *Marks' standard handbook of mechanical engineers*, 9ª edición. (Nueva York: McGraw-Hill, 1987), tabla 4 y WF Lindsey, *Drag of Cilinders of simple shapes,* Reporte no. 619 (National Advisory Committee for Aeronautics, 1983).

ficado alrededor de los extremos tenderá a disminuir los valores de C_D debajo de los que se enlistan en la tabla 17.1.

El cálculo del número de Reynolds para las formas que se muestran en la tabla 17.1 utilizan *la longitud del cuerpo paralela al flujo* como la dimensión característica del cuerpo. La fórmula por consiguiente es:

$$N_R = \frac{\rho v L}{\mu} = \frac{vL}{\nu} \qquad (17\text{–}5)$$

FIGURA 17.6 Geometría de la estructura naval.



x/L	0.00	.0125	.025	.040	.075	.100	.125	.200
t/D	0.00	.260	.371	.525	.630	.720	.785	.911

x/L	.400	.600	.800	.900	1.00
t/D	.995	.861	.562	.338	0.00

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 17.1** Calcule la fuerza de arrastre sobre una barra cuadrada de 6.00 pies de longitud con una sección transversal de 4.00 × 4.00 pulg cuando la barra se encuentra en movimiento a 4.00 pies/s a través de agua a 40 °F. El eje largo de la barra y una cara plana se colocan de forma perpendicular al flujo.

Solución Podemos utilizar la ecuación (17–1) para calcular la fuerza de arrastre:

$$F_D = C_D(\rho v^2/2)A$$

La figura 17.3 muestra que el coeficiente de arrastre depende del número de Reynolds que se encontró en la ecuación (17–5):

$$N_R = \frac{vL}{\nu}$$

donde L es la longitud de la barra paralela al flujo: 4.0 pulg o 0.333 pies. La viscosidad cinemática del agua a 40 °F es de 1.67×10^{-5} pies^2/s. Entonces:

$$N_R = \frac{(4.00)(0.333)}{1.67 \times 10^{-5}} = 8.0 \times 10^4$$

Por consiguiente, el coeficiente de arrastre es $C_D = 2.05$. El área máxima perpendicular al flujo, A, puede calcularse ahora. A puede describirse también como el área proyectada vista si se mira directamente en la barra. En este caso, entonces, la barra es un rectángulo de 0.333 pies de altura y 6.00 pies de longitud. Esto es:

$$A = (0.333 \text{ pies})(6.00 \text{ pies}) = 2.00 \text{ pies}^2$$

La densidad del aire es de 1.94 slugs/pie^3. Las unidades equivalentes son 1.94 lb · s^2/pie^4. Podemos ahora calcular la fuerza de arrastre:

$$F_D = (2.05)(1/2)(1.94\ \text{lb}\cdot\text{s}^2/\text{pies}^4)(4.00\ \text{pies/s})^2(2.00\ \text{pies}^2) = 63.6\ \text{lb}$$

17.5 FRICCIÓN DE ARRASTRE SOBRE ESFERAS EN FLUJO LAMINAR

Una excepción al método de análisis que se acaba de presentar para el cálculo de la fricción de arrastre, se utiliza en esferas en movimiento a bajas velocidades en un fluido viscoso, lo que resulta en números de Reynolds muy pequeños. Una aplicación importante de este fenómeno es el *viscómetro de caída de bola,* estudiado en la Sección 2.6.4. Conforme una esfera cae a través de un fluido viscoso, no se presenta separación, y la capa de contorno permanece unida a la superficie completa. Por lo tanto, virtualmente todo el arrastre es debido a la fricción más que a la presión de arrastre.

En la referencia 8, George G. Stokes presenta una investigación importante sobre las esferas que se mueven a través de fluidos viscosos. Él encontró que para números de Reynolds menores de aproximadamente 1.0, la relación entre el coeficiente de arrastre y el número de Reynolds es de $C_D = 24/N_R$. Se pueden desarrollar entonces formas especiales de la ecuación de fuerza de arrastre. La forma general de la ecuación de la fuerza de arrastre es:

$$F_D = C_D\left(\frac{\rho v^2}{2}\right)A$$

Haciendo $C_D = 24/N_R$ y dejando que $N_R = vD\rho/\mu$, obtenemos:

$$C_D = \frac{24}{N_R} = \frac{24\mu}{vD\rho}$$

Por consiguiente, la fuerza de arrastre se convierte en:

$$F_D = \frac{24\mu}{vD\rho}\left(\frac{\rho v^2}{2}\right)A = \frac{12\mu vA}{D} \qquad \textbf{(17–6)}$$

Cuando se calcule la fuerza de arrastre, se debe utilizar el área de la superficie del objeto. Para una esfera el área de la superficie es de $A = \pi D^2$. Entonces:

$$F_D = \frac{12\mu vA}{D} = \frac{12\mu v(\pi D^2)}{D} = 12\pi\mu vD \qquad \textbf{(17–7)}$$

Para poner en correlación el arrastre en el rango del número de Reynolds pequeño con el que ya se presentó en la Sección 17.4, el cual trata con la presión de arrastre, debemos redefinir el área para que sea el área transversal máxima de la esfera, $A = \pi D^2/4$. La ecuación (17–6) por consiguiente se convierte en:

LEY DE STOKES

$$F_D = \frac{12\mu vA}{D} = \left(\frac{12\mu v}{D}\right)\left(\frac{\pi D^2}{4}\right) = 3\pi\mu vD \qquad \textbf{(17–8)}$$

Esta forma para el arrastre sobre una esfera en un fluido viscoso se llama comúnmente *ley de Stokes*. Como se muestra en la figura 17.3, la relación $C_D = 24/N_R$ se grafica como una línea recta para los números de Reynolds bajos.

17.6 ARRASTRE DE VEHÍCULOS

Disminuir el arrastre es un objetivo primordial en el diseño de la mayoría de los vehículos, debido a la gran cantidad de energía que se requiere para contrarrestar el arrastre conforme los vehículos se mueven a través de fluidos. Usted está familiarizado con las formas adelgazadas de cuerpos de naves y los cascos de los barcos. Los carros de carreras y los carros deportivos han tenido por un gran tiempo la característica de un estilo alisado de arrastre aerodinámico bajo. Recientemente, los carros de pasajeros y los camiones de carretera han sido rediseñados para disminuir el arrastre.

Muchos factores afectan el coeficiente de arrastre total de los vehículos incluyendo los siguientes:

1. La forma del extremo delantero, o *nariz*, del vehículo.
2. Lo alisado de las superficies del cuerpo.
3. Tales accesorios como espejos, manijas de puertas, antenas, etcétera.
4. La forma de la sección de la cola del vehículo.
5. El efecto de superficies alrededor, tales como el piso debajo del automóvil.
6. Discontinuidades, tales como las ruedas y los rines de las ruedas.
7. El efecto de otros vehículos de alrededor.
8. La dirección del vehículo con respecto de los vientos dominantes.
9. Las entradas de aire para proporcionar al motor ventilación y enfriamiento.
10. El propósito final del vehículo (crítico en camiones comerciales).
11. El espacio de los pasajeros.
12. Proporcionar visibilidad a los pasajeros y operadores.
13. Estabilidad y control del vehículo.
14. Estética (lo atractivo del diseño).

17.6.1 Automóviles

El coeficiente de arrastre total, como se definió en la ecuación (17–1) se basa en el área frontal máxima proyectada y varía significativamente en los carros de pasajeros. La referencia 5 lista un valor medio nominal de 0.45, con un rango de 0.30 a 0.60. Las formas experimentales para carros han mostrado tener valores tan bajos como 0.175. Un valor aproximado de 0.25 es práctico para un diseño de "bajo arrastre".

Los principios básicos de la reducción del arrastre para automóviles incluyen el proveer contornos lisos y redondeados para la parte de adelante; eliminación o adelgazamiento de los accesorios; mezcla de cambios en el contorno (tales como en la interfaz parabrisas/cofre); y redondeo de las esquinas traseras.

☐ EJEMPLO ILUSTRATIVO 17.2 El cuerpo de un automóvil prototipo tiene un coeficiente de arrastre total de 0.35. Calcule el arrastre total conforme éste se mueve a una velocidad de 25 m/s a través de aire en reposo a 20 °C. El área frontal máxima proyectada es de 2.50 m².

Solución Utilizaremos la ecuación de fuerza de arrastre:

$$F_D = C_D\left(\frac{\rho v^2}{2}\right)A$$

Del apéndice E, $\rho = 1.204\ \mathrm{kg/m^3}$. Por consiguiente:

$$F_D = 0.35\left[\frac{(1.204)(25)^2}{2}\right](2.50) = 329\ \mathrm{kg\cdot m/s^2} = 329\ \mathrm{N}$$

17.6.2
Potencia requerida para contrarrestar el arrastre

La potencia se define como la rapidez para realizar un trabajo. Cuando una fuerza se ejerce de manera continua sobre un objeto mientras que éste se está moviendo a una velocidad constante, la potencia es igual a la fuerza por la velocidad. Por consiguiente, la potencia que se requiere para contrarrestar el arrastre es:

$$P_D = F_D v$$

Utilizando los datos del ejemplo ilustrativo 17.2, obtenemos:

$$P_D = (329 \text{ N})(25 \text{ m/s}) = 8230 \text{ N} \cdot \text{m/s} = 8230 \text{ W} = 8.23 \text{ kW}$$

En el Sistema Británico de Unidades esto puede convertirse a 11.0 hp, una pérdida de potencia medible.

17.6.3
Camiones

Las formas comúnmente utilizadas en los camiones caen en la categoría llamada *cuerpos ásperos*. La referencia 5 indica que la contribución aproximada de las diferentes partes de un camión a su arrastre total es de,

70%—el diseño del frente
20%—el diseño de la parte trasera
10%—la fricción de arrastre sobre las superficies del cuerpo

Así como en los automóviles, los contornos lisos redondeados ofrecen una gran mejora. Para los camiones con contenedores para carga en forma de caja, el diseño de esquinas con grandes radios puede ayudar para mantener la capa de contorno sin separarse de las esquinas, reduciendo en consecuencia el tamaño de la excitación turbulenta detrás del vehículo y reduciendo el arrastre. En teoría, proporcionar una cola adelgazada y larga, similar a la forma del fuselaje de un avión, reduciría el arrastre. Sin embargo, tal vehículo sería demasiado largo para que fuera práctico y útil. Los camiones de carretera largos más recientes tienen coeficientes de arrastre en el rango desde 0.55 hasta 0.75.

17.6.4
Trenes

Las locomotoras antiguas tenían coeficientes de arrastre en el rango de 0.80 hasta 1.05 (véase referencia 1). Los trenes de alta velocidad de forma adelgazada pueden tener valores de aproximadamente 0.40. Para trenes grandes de carga y de pasajeros, la fricción de piel puede ser significativa.

17.6.5
Aviones

Como en el caso de los automóviles, se esperan grandes variaciones en los coeficientes de arrastre totales de aviones con los cambios en forma y tamaño para proporcionar diferentes usos. Un avión subsónico, el diseño típico redondeado, de nariz picuda con mezclas lisas en las alas y estructuras de la cola y una cola larga y adelgazada da como resultado coeficientes de arrastre de aproximadamente 0.12 hasta 0.22. A velocidades supersónicas, la nariz es normalmente puntiaguda para disminuir el efecto de la onda de choque. Operando a velocidades mucho menores, la nave (dirigible o pequeño dirigible) tiene un coeficiente de arrastre en el rango de 0.04.

17.6.6
Barcos

La resistencia total al movimiento de barcos flotantes a través del agua se debe a la fricción de piel, la presión o forma de arrastre y a la resistencia que hacen las olas. La resistencia que oponen las olas, que contribuye enormemente a la resistencia total, hace que el análisis del arrastre en los barcos sea muy diferente al análisis del arrastre en vehículos de tierra o en los aviones. La referencia 1 define *la resistencia total en barcos*, R_{ts}, como la fuerza que se requiere para contrarrestar todas las formas de arrastre. Para normalizar los valores para diferentes tamaños de barcos dentro de una determinada clase, los valores se reportan como el cociente R_{ts}/Δ, donde Δ es el desplazamiento del barco. Los valores representativos de R_{ts}/Δ se proporcionan en la tabla 17.2. Los valores de resistencia pueden combinarse con la velocidad del barco (υ) para calcular la potencia efectiva requerida para propulsarlo a través del agua:

$$P_E = R_{ts}\upsilon \tag{17–9}$$

TABLA 17.2 Resistencia de barcos.

Tipo de barco	R_{ts}/Δ
Buque de carga	0.001
Buque de pasajeros	0.004
Barco remolcador	0.006
Barco naval rápido	0.01 a 0.12

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 17.3** Suponga que un remolcador tiene un desplazamiento de 625 toneladas largas (1 tonelada larga = 2240 libras) y se está moviendo a través del agua a una velocidad de 35 pies/s. Calcule la resistencia total del barco y la potencia efectiva total que se requiere para alimentar el bote.

Solución En la tabla 17.2, encontramos que el cociente de resistencia específico es de $R_{ts}/\Delta = 0.006$. Por consiguiente, la resistencia total del barco es:

$$\Delta = (625 \text{ tons})(2240 \text{ lb/ton}) = 1.4 \times 10^6 \text{ lb}$$

$$R_{ts} = (0.006)(\Delta) = (0.006)(1.4 \times 10^6 \text{ lb}) = 8400 \text{ lb}$$

La potencia que se requiere es:

$$P_E = R_{ts}\upsilon = (8400 \text{ lb})(35 \text{ pies/s}) = 0.294 \times 10^6 \text{ lb-pies/s}$$

Utilizando el valor de 550 lb-pie/s = 1.0 hp, obtenemos:

$$P_E = (0.294 \times 10^6)/550 = 535 \text{ hp}$$

17.6.7 Submarinos

La resistencia a la flotación de un submarino puede calcularse de la misma forma que en los barcos. Sin embargo, cuando el submarino está sumergido completamente, ningún movimiento del submarino provoca olas en la superficie, y el cálculo de la resistencia es similar al de un avión. La forma del casco es similar a la forma del fuselaje de un avión, y la fricción juega un papel muy importante en la resistencia total. Por supuesto, *la magnitud* total del arrastre en un submarino es significativamente mayor que la del avión, debido a que la densidad del agua es mucho mayor que la del aire.

17.7 EFECTOS DE COMPRESIBILIDAD Y CAVITACIÓN

Los resultados que se mostraron en la Sección 17.4 son para las condiciones en las que la compresibilidad del fluido (normalmente aire) tiene un efecto menor en el coeficiente de arrastre. Esta información es válida si la velocidad del flujo es menor que aproximadamente la mitad de la velocidad del sonido en el fluido. Arriba de la velocidad del aire, el carácter del flujo cambia y el coeficiente de arrastre se incrementa rápidamente.

Cuando el fluido es un líquido tal como el agua, no es necesario considerar la compresibilidad, puesto que los líquidos son sólo ligeramente compresibles. Sin embargo, debemos considerar otro fenómeno llamado *cavitación.* Conforme un líquido fluye sobre un cuerpo, la presión estática disminuye. Si la presión es suficientemente baja, el líquido vaporiza, formando burbujas. Puesto que la región de baja presión es generalmente pequeña, las burbujas saltan agitadamente cuando abandonan esa región. Cuando la colisión de las burbujas de vapor se presenta cerca de la superficie del cuerpo, ocurre una erosión rápida o picado. La cavitación tiene otros efectos adversos cuando se presenta cerca de superficies de control de botes o en impulsores. Las burbujas en el agua disminuyen las fuerzas ejercidas en timones y paletas de control y reducen el empuje y el funcionamiento de los impulsores.

17.8 SUSTENTACIÓN Y ARRASTRE EN SUPERFICIES DE SUSTENTACIÓN

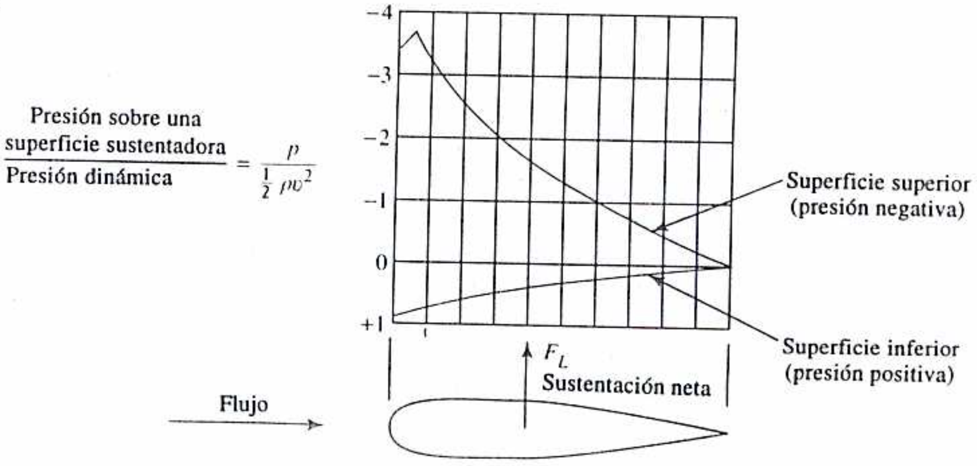
Definimos sustentación como la fuerza que actúa sobre un cuerpo en la dirección perpendicular a la del flujo del fluido. Estudiaremos los conceptos concernientes a la sustentación con referencia a las superficies de sustentación. La forma de la superficie de sustentación que comprende las alas de un aeroplano determina sus características de funcionamiento.

La forma en la que una superficie de sustentación produce sustentación cuando se coloca en una corriente de aire en movimiento (o cuando se mueve en el aire en reposo) se ilustra en la figura 17.7. Conforme se mueve el aire en la superficie de sustentación, éste alcanza una gran velocidad en la parte más alta de la superficie con una correspondiente disminución en la presión. Al mismo tiempo la presión sobre la parte más baja de la superficie se incrementa. El resultado neto es una fuerza hacia arriba llamada *sustentación.* Expresamos la *fuerza de sustentación* F_L como una función del coeficiente de suspensión C_L en una forma similar a la que se presentó para el arrastre:

FUERZA DE SUSTENTACIÓN

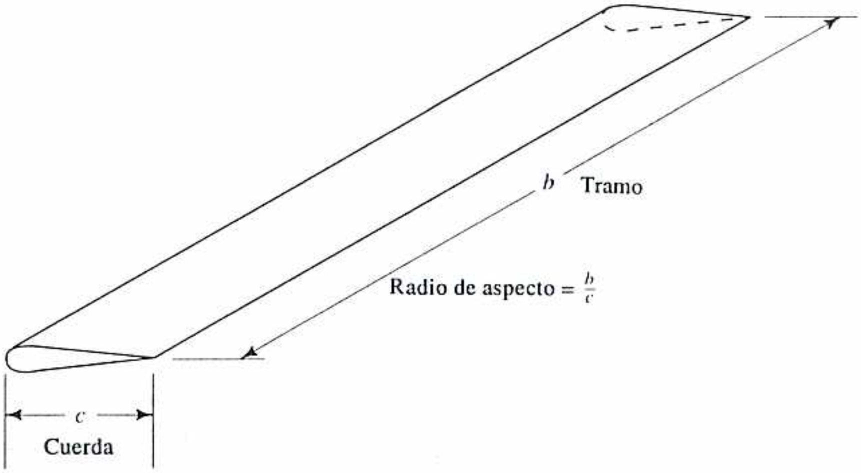
$$F_L = C_L(\rho v^2/2)A \qquad \textbf{(17–10)}$$

FIGURA 17.7 Distribución de presión sobre una superficie sustentadora.



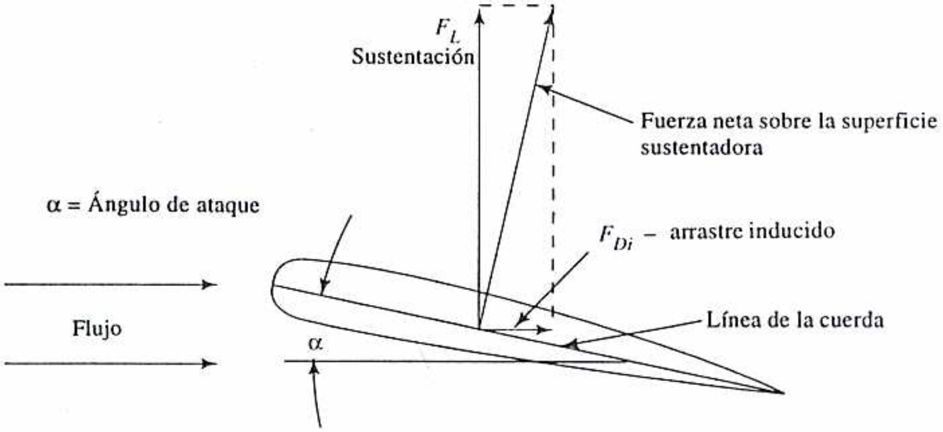
La velocidad υ es la velocidad de la corriente libre del fluido con relación a la superficie de sustentación. Con la finalidad de lograr uniformidad en la comparación de una forma con respecto a la otra, generalmente definimos el área A como el producto del tramo del ala y la longitud de la sección de la superficie de sustentación llamada *cuerda*. En la figura 17.8, el tramo es b y la longitud de la cuerda es c.

FIGURA 17.8 Longitudes de tramo y cuerda para una superficie sustentadora.



El valor del coeficiente de suspensión C_L depende de la forma de la superficie de sustentación y también del ángulo de ataque. La figura 17.9 muestra que el ángulo de ataque es el ángulo entre la línea de la cuerda de la superficie de suspensión y la dirección de la velocidad del fluido. Otros factores que afectan la suspensión son el número de Reynolds, la rugosidad de la superficie, la turbulencia de la corriente de aire, el cociente de la velocidad de la corriente del fluido y la velocidad del sonido, y el cociente de aspecto. *El cociente de aspecto* es el nombre que se le da al cociente del tramo b del ala y la longitud de la cuerda c. Es importante debido a que las características del flujo en las puntas de las alas son diferentes a las características hacia el centro del tramo.

FIGURA 17.9 Arrastre inducido.



F_L
Sustentación
Fuerza neta sobre la superficie sustentadora
α = Ángulo de ataque
F_{Di} – arrastre inducido
Línea de la cuerda
Flujo
α

El arrastre total sobre una superficie sustentadora tiene tres componentes. La fricción de arrastre y la presión de arrastre ocurren como se mencionó anteriormente. La tercera componente se llama *arrastre inducido*, que es una función de la suspensión producida por la superficie sustentadora. A un determinado ángulo de ataque, la fuerza resultante neta sobre una superficie sustentadora actúa básicamente perpendicular a la línea de la cuerda de la sección, como se muestra en la figura 17.9. Descomponiendo esta fuerza en sus componentes vertical y horizontal se produce la fuerza verdadera de sustentación F_L y el arrastre inducido F_{Di}. Expresando el arrastre inducido como una función de un coeficiente de arrastre obtenemos:

$$F_{Di} = C_{Di}(\rho v^2/2)A \tag{17–11}$$

Puede demostrarse que C_{Di} se relaciona con C_L por la relación:

$$C_{Di} = \frac{C_L^2}{\pi(b/c)} \tag{17–12}$$

El arrastre total es, por consiguiente:

$$F_D = F_{Df} + F_{Dp} + F_{Di} \tag{17–13}$$

Normalmente, el arrastre total es el factor de interés en el diseño. Determinamos un coeficiente de arrastre único C_D para la superficie de sustentación, de la cual se puede calcular el arrastre total utilizando la relación:

$$F_D = C_D(\rho v^2/2)A \tag{17–14}$$

Como antes, el área A es el producto del tramo b y la longitud de la cuerda c.

Utilizamos dos métodos para presentar las características de funcionamiento de los perfiles de las superficies de sustentación. En la figura 17.10, los valores de

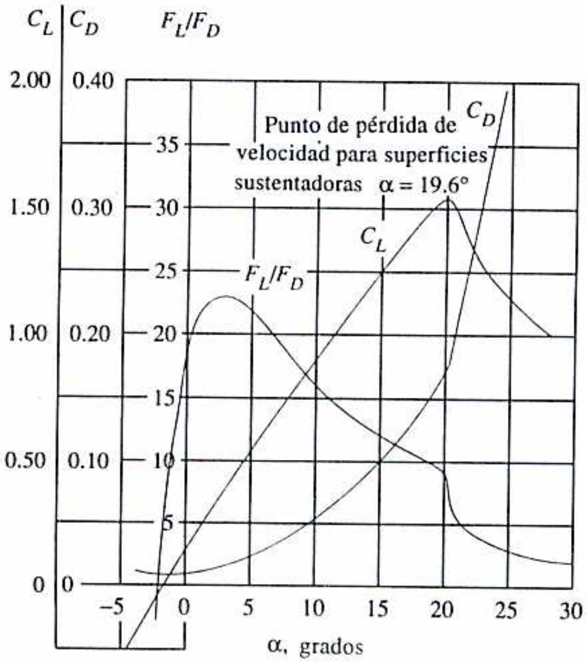
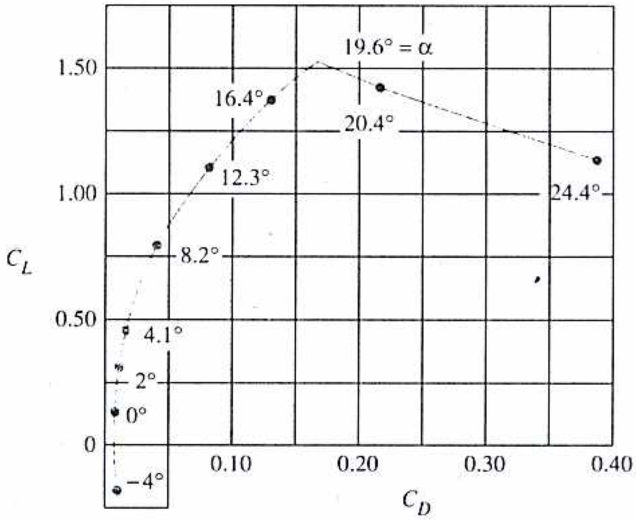


FIGURA 17.10 Curvas de funcionamiento de las superficies sustentadoras.

C_L, C_D y el cociente entre la sustentación y el arrastre F_L/F_D se grafican todos *versus* el ángulo de ataque como la abscisa. Note que los factores de la escala son diferentes para cada variable. La superficie de sustentación para la que los datos se aplican tiene la designación NACA 2409 de acuerdo con un sistema establecido por el Comité Nacional de Recomendaciones en Aeronáutica. El reporte técnico 610 de la NACA explica el código utilizado para describir los perfiles de las superficies sustentadoras. Los reportes 586, 647, 669, 708 y 824 de la NACA presentan las características de funcionamiento de varias secciones de las superficies sustentadoras.

El segundo método de presentar datos para superficies de sustentación se muestra en la figura 17.11. Éste se llama *diagrama polar* y se construye graficando C_L *versus* C_D con el ángulo de ataque que se indica como puntos en la curva.

FIGURA 17.11 Diagrama polar de la superficie sustentadora.



Tanto en la figura 17.10 como en la figura 17.11 se puede ver que el coeficiente de sustentación se incrementa con el aumento del ángulo de ataque hasta un punto donde comienza a disminuir en forma abrupta. Este punto de máxima sustentación se le conoce con el nombre de *punto de pérdida de velocidad para superficies sustentadoras*; a este ángulo de ataque, la capa de contorno de la corriente de aire se separa del lado superior de la superficie sustentadora. Una excitación turbulenta grande se genera incrementando significativamente el arrastre y disminuyendo la sustentación.

REFERENCIAS

1. Avallone, Eugene A., y Theodore Baumeister III, eds. 1987. *Marks' Standard Handbook for Mechanical Engineers*. 9ª ed. Nueva York: McGraw-Hill.
2. Daugherty, R.L., y J.B. Franzini. 1985. *Fluid Mechanics With Engineering Applications*. 8ª ed. Nueva York: McGraw-Hill.
3. Dunlop Sports Company. 1982. *MAXFLI DDH: The Technical Story*. Greenville, SC: Dunlop Sports Company.
4. Lindsey, W.F. 1983. *Drag of Cylinders of Simple Shapes*. Report No. 619. National Advisory Committe for Aeronautics.
5. Morel, T., y C. Dalton, eds. 1979. *Aerodynamics of Transportation*. Nueva York: The American Society of Mechanical Engineers.
6. Prandtl, L. 1952. *Essentials of Fluid Dynamics*. Nueva York: Hafner Publishing Co.

7. Siuru, Bill. 1988. Technology Keeps 18-wheelers Trucking. *Mechanical Engineering Magazine.* 110(8):30-33.

8. Stokes, George G. 1901. *Mathematical and Physical Papers.* Vol.3. London: Cambridge University Press.

9. Streeter, V.L. 1985. *Fluid Mechanics.* 8ª ed. Nueva York: McGraw-Hill.

10. Von Mises, R. 1959. *Theory of Flight.* Nueva York: Dover Publications. (First published in 1945 by the McGraw-Hill Book Co., Nueva York.)

PROBLEMAS DE PRÁCTICA

17.1M *Un cilindro de 25 mm de diámetro se coloca en forma perpendicular a una corriente de fluido con una velocidad de 0.15 m/s. Si el cilindro tiene 1 m de largo, calcule la fuerza de arrastre total si el fluido es (a) agua a 15 °C y (b) aire a 10 °C y a la presión atmosférica.*

17.2M *Como parte de un anuncio publicitario en el techo de un edificio, se encuentra una esfera de 2 m de diámetro llamada "pelota del clima" que emite diferentes colores si se pronostica que la temperatura descenderá, se elevará o permanecerá casi igual. Calcule la fuerza sobre la pelota del clima debido a los vientos de 15, 30, 60 y 120 km/h si el aire se encuentra a 0 °C.*

17.3M *Determine la velocidad terminal (véase Sección 2.6.4) de una esfera de diámetro igual a 75 mm hecha de aluminio sólido (peso específico = 26.6 kN/m^3) en caída libre en (a) aceite de ricino a 25 °C, (b) agua a 25 °C y (c) aire a 20 °C y presión atmosférica. Considere el efecto de flotabilidad.*

17.4M *Calcule el momento en la base de un asta bandera provocado por viento a 150 km/h. El asta está hecha en tres secciones, cada una de 3 metros de largo de tubería de acero Calibre 80 de diferentes tamaños. La sección del fondo es de 6 pulg, la de enmedio de 5 pulg y la superior es de 4 pulg. El aire está a 0 °C y a presión atmosférica estándar.*

17.5M *Un pitcher lanza una pelota de beisbol sin efecto a una velocidad de 20 m/s. Si la pelota tiene una circunferencia de 225 mm, calcule la fuerza de arrastre sobre la pelota en el aire a 30 °C.*

17.6M *Un paracaídas en forma de una taza de forma hemisférica y de diámetro igual a 1.5 m se emplea desde un carro que está tratando de romper el récord de velocidad en tierra. Determine la fuerza ejercida sobre el carro si éste se mueve a una velocidad de 1100 km/h en el aire a presión atmosférica y a 20 °C.*

17.7M *Calcule el diámetro que se requiere para que un paracaídas con forma de una taza hemisférica soporte a un hombre que pesa 800 N si la velocidad terminal (véase Sección 2.6.4) del aire a 40 °C será de 5 m/s.*

17.8M *Un barco que remolca un instrumento en forma de cono a 30° apunta primero a 7.5 m/s en el agua de mar. Si la base del cono tiene un diámetro de 2.20 m, calcule la fuerza en el cable al cual está unido el cono.*

17.9M *Un señalamiento de carretera está siendo diseñado para soportar vientos de 125 km/h. Calcule la fuerza total sobre el señalamiento de 4 m por 3 m si el viento está soplando en dirección perpendicular a la cara del señalamiento. El aire está a −10°C. Compare la fuerza calculada para este problema con el del problema 16.4. Analice las razones por las que se dan las diferencias.*

17.10M *Suponiendo que un semitrailer se comporta como un cilindro cuadrado, calcule la fuerza ejercida si un viento de 20 km/h lo impacta por el lado ancho. El trailer es de 2.5 m por 2.5 m por 12 m. El aire está a 0 °C y a presión atmosférica estándar.*

17.11M *Un tipo de indicador de nivel incorpora cuatro tazas hemisféricas con frentes abiertos montados como se muestra en la figura 17.12. Cada taza es de 25 mm de diámetro. Un motor alimenta las tazas a una velocidad rotacional constante. Calcule el par de torsión que debe generar el motor para mantener el movimiento a 20 rpm cuando las tazas están en (a) el aire a 30 °C y (b) gasolina a 25 °C.*

17.12M *Determine la velocidad del viento que se requiere para volcar la casa móvil mostrada en la figura 17.13 si tiene una longitud de 10 m. Considere que es un cilindro cuadrado. El aire está a 0 °C.*

17.13M *Un camión que transporta líquidos tiene incorporado un tanque cilíndrico de 2 m de diámetro y 8 m de largo. Para el tanque solamente, calcule la presión de arrastre cuando el camión está viajando a 100 km/h en aire tranquilo a 0 °C.*

(*Nota:* Para los problemas desde el 17.14 hasta el 17.19, el aire está a −20 °F y su densidad es de 2.80×10^{-3} slugs/pie^3.

17.14E Un ala en una carrera de automóviles está soportada por dos varillas cilíndricas, como se muestra en la figura 17.14. Calcule la fuerza de arrastre ejercida sobre el carro debido a estas varillas cuando el automóvil está viajando a través de aire quieto a −20 °F. y a una velocidad de 150 mph.

17.15E En un intento por disminuir el arrastre en el carro que se muestra en la figura 17.14 y descrito en el proble-

FIGURA 17.12 Problema 17.11.

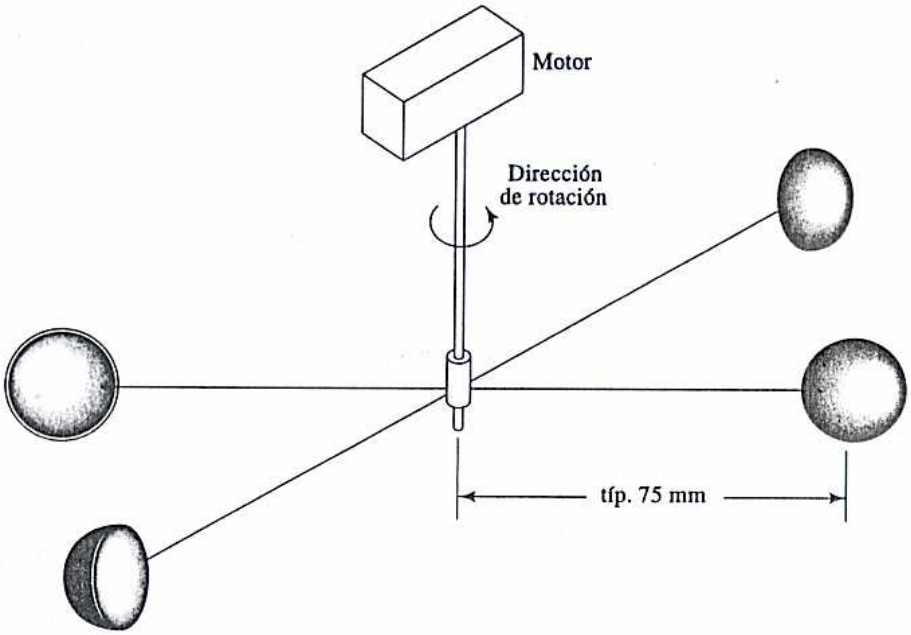


FIGURA 17.13 Problema 17.12.

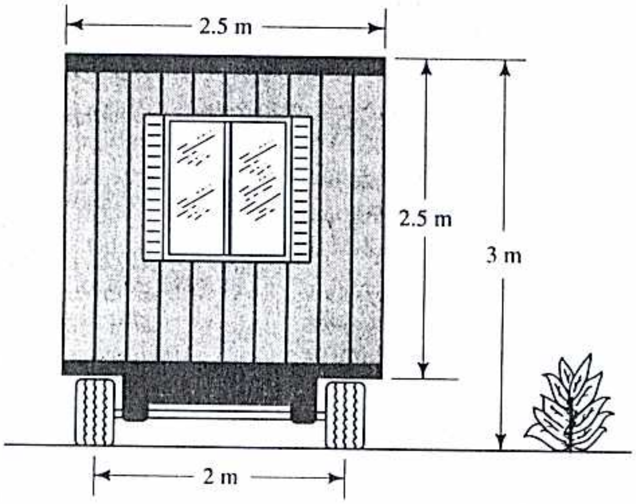
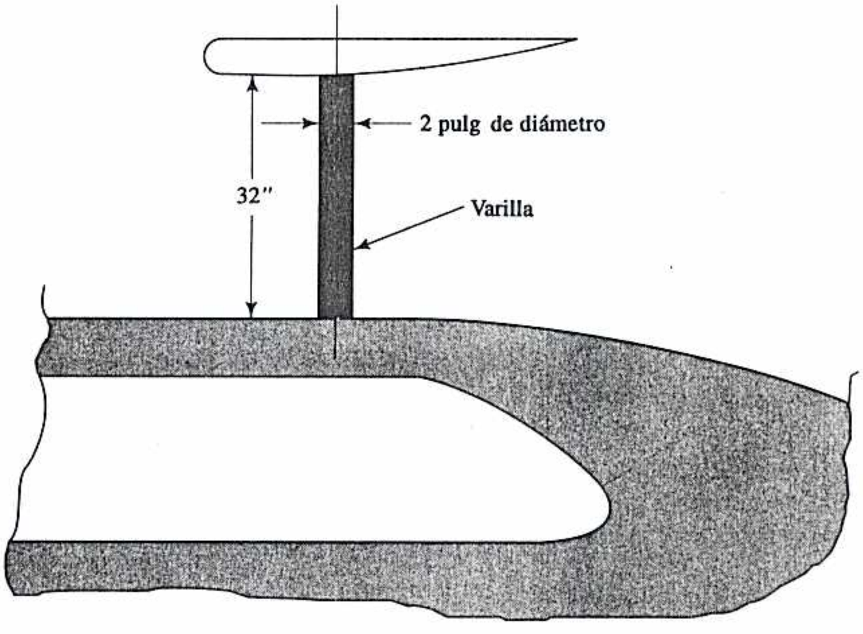


FIGURA 17.14 Problemas 17.14 y 17.15.



ma 17.14, las varillas cilíndricas son remplazadas por cilindros elípticos elongados que tienen una relación longitud/ancho de 8:1. ¿En qué magnitud se reducirá el arrastre? Repita para la *estructura naval*.

17.16E Los cuatro diseños que se muestran en la figura 17.15 para la sección transversal de un sistema de luz de emergencia para los vehículos de la policía están siendo evaluados. Cada uno de ellos tiene una longitud de 60 pulg y un ancho de 9.00 pulg. Compare la fuerza de arrastre ejercida en cada diseño propuesto cuando el vehículo se mueve a 100 mph a través de aire tranquilo a −20 °F.

17.18E Un anuncio publicitario para la Compañía de Papel ABC se muestra en la figura 17.16. Está fabricado de tres discos planos, cada uno con un diámetro de 56.0 pulg. Los discos se encuentran unidos por medio de tubos de 4.50 pulg de diámetro que miden 30 pulg entre los discos. Calcule la fuerza total en el anuncio si éste se encuentra impactado por un viento a 100 mph. El aire está a −20 °F.

17.19E Una antena en forma de una varilla cilíndrica sobresale de la parte superior de una locomotora. S la antena tiene 42 pulg de longitud y 0.200 pulg de diámetro, calcule la fuerza de arrastre sobre ella cuando la locomotora se encuentra viajando a 160 mph en aire quieto a −20 °F.

17.20E Un barco está remolcando un paquete con instrumentos en forma de un hemisferio con la parte trasera abierta a una velocidad de 25.0 pies/s a través de agua de mar a 77 °F. El diámetro del hemisferio es de 7.25 pies. Calcule la fuerza en el cable al cual se encuentra unido el paquete.

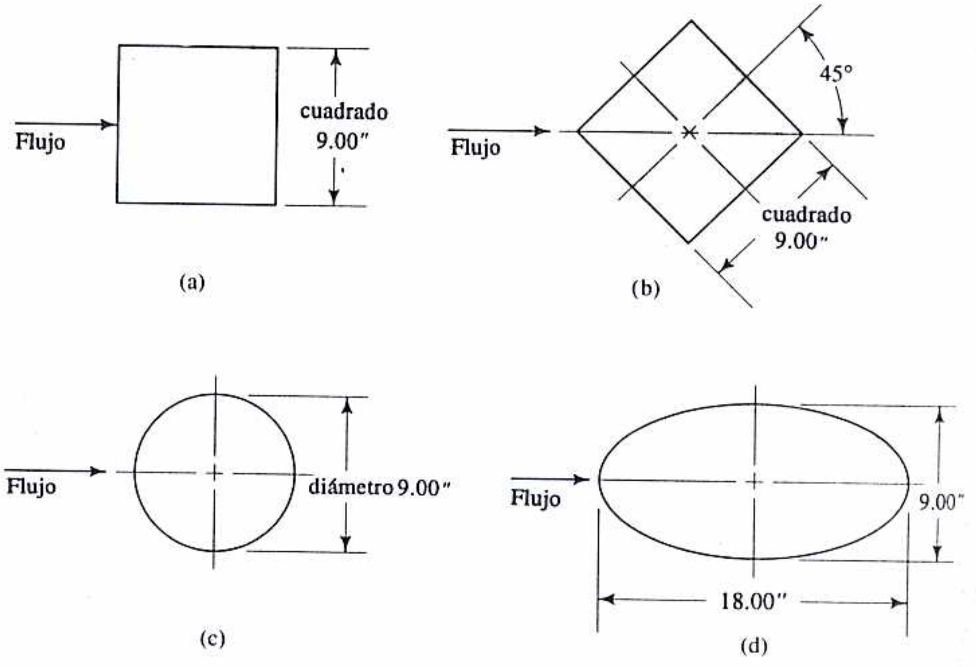
17.21E Un plato rectangular plano, de tamaño igual a 8.50 × 11.00 pulg se inserta en agua de un lago a 60 °F de un bote que se mueve a 30 mph. ¿Cuál es la fuerza que se requiere para mantener el plato estacionario en relación con el bote con la cara plana hacia el agua?

17.22E El parabrisas de un automóvil antiguo Stutz Beacart es un disco circular plano de aproximadamente 28 pulg de diámetro. Calcule el arrastre provocado por el parabrisas cuando el carro viaja a 60 mph en aire tranquilo a 50 °F. La densidad del carro es de 2.42×10^{-3} slugs/pie^3.

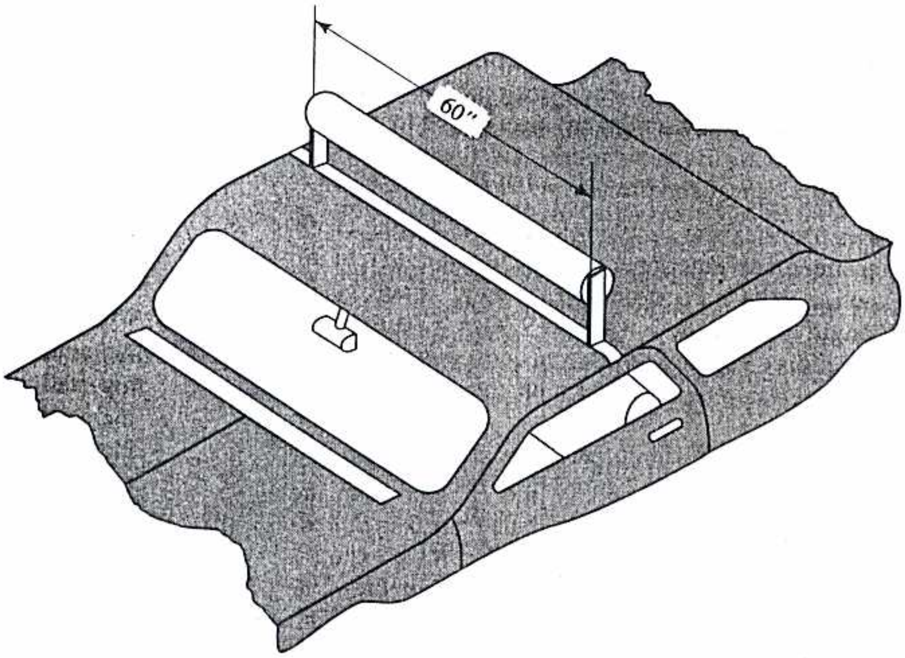
17.23E Suponga que la curva de 2 pulg de la figura 17.4 es una representación verdadera del funcionamiento de una pelota de golf con un diámetro de 1.25 pulg. Si el número de Reynolds es de 1.5×10^5, calcule la fuerza de arrastre sobre la pelota de golf y compárela con la fuerza de arrastre sobre una esfera lisa de igual diámetro cuyo coeficiente de arrastre está de acuerdo con la curva 1. El aire está a 50 °F. La densidad del aire es de 2.42×10^{-3} slugs/pie^3 y la viscosidad dinámica es de 3.68×10^{-7} lb-s/pie^2.

17.24E En un viscómetro de caída de bola, una esfera de acero de diámetro igual a 1.200 pulg cae a través de un jarabe pesado y viaja a 18.0 pulg en 20.40 segundos a una velocidad constante. Calcule la viscosidad del jarabe. El jarabe tiene una gravedad específica de 1.18. Note que el diagrama de cuerpo libre de la esfera debe incluir su peso actuando hacia abajo, y la fuerza de

FIGURA 17.15 Problemas 17.16.

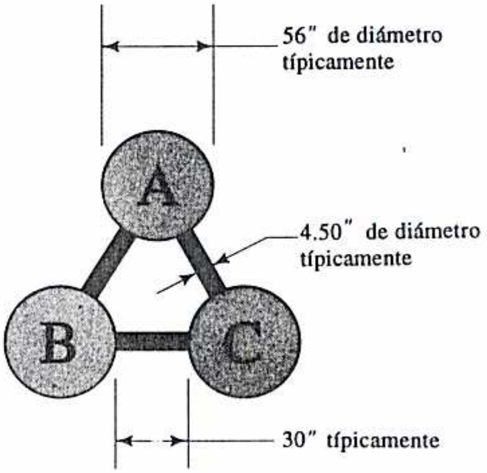


(a) (b) (c) (d)



(e) Figura del arreglo de luces montado sobre el carro

FIGURA 17.16 Problema 17.18.



flotación y la fuerza de arrastre hacia arriba. El acero tiene una gravedad específica de 7.83. Véase también la Sección 2.6.4.

17.25E Calcule la potencia que se requiere para contrarrestar el arrastre sobre el camión con un coeficiente de arrastre de 0.75 cuando el camión se mueve a 65 mph a través de aire quieto a 50 °F. La densidad del aire es de 2.42×10^{-3} slugs/pie^3, y la viscosidad dinámica es de 3.68×10^{-7} lb-s/pie^2. La máxima sección transversal del camión es un rectángulo de 8.00 pies de ancho y 12.00 pies de alto.

17.26E Un bote pequeño y rápido tiene una razón de resistencia específica de 0.06 (véase tabla 17.2) y desplaza 125 toneladas largas. Calcule la resistencia total del barco y la potencia que se requiere para contrarrestar el arrastre cuando se mueve a 50 pies/s en agua de mar a 77 °F.

17.27E Un buque de pasajeros desplaza 8700 toneladas largas. Calcule la resistencia total del barco y la potencia que se requiere para contrarrestar el arrastre cuando se mueve a 30 pies/s en agua de mar a 77 °F.

17.28M *Suponga que la figura 17.10 muestra el funcionamiento del ala del automóvil de carreras que se muestra en la figura 17.14. Note que está montado en posición invertida de tal forma que la sustentación empuja hacia abajo para ayudar a la resistencia de arrastre. Calcule la fuerza ejercida hacia abajo sobre el carro por el ala y el arrastre cuando el ángulo de ataque es fijado a 15° y la velocidad es de 25 m/s. La longitud de la cuerda es de 780 mm y el tramo es de 1460 mm.*

17.29M *Calcule el arrastre total sobre una superficie sustentadora que tiene una longitud de cuerda de 2 m y un tramo de 10 m. La superficie sustentadora está a 3000 m volando a (a) 600 km/h y (b) 150 km/h. Utilice la figura 17.10 para* C_D *y* $\alpha = 15°$.

17.30M *Para la superficie sustentadora con las características de funcionamiento que se muestran en la figura 17.10, determine el arrastre y la sustentación a un ángulo de ataque de 10°. La superficie sustentadora tiene una longitud de cuerda de 1.4 m y un tramo de 6.8 m. Realice los cálculos a una velocidad de 200 km/h en atmósfera estándar a (a) 200 m y (b) 10000 m.*

17.31M *Repita el problema 17.30 si el ángulo de ataque es el punto de pérdida de velocidad para superficies sustentadoras, 19.6°.*

17.32M *Para la superficie sustentadora del problema 17.30, ¿cuál es la carga que puede levantarse desde el piso a una velocidad de despegue de 125 km/h cuando el ángulo de ataque es de 15°? El aire se encuentra a 30 °C y a presión atmosférica estándar.*

17.33M *Determine el área del ala que se requiere para que un aeroplano de 1350 kg de peso navegue a 125 km/h si la superficie sustentadora se fija a un ángulo de ataque de 2.5°. La superficie sustentadora tiene las caracerísticas que se muestran en la figura 17.10. La altitud de crucero es de 5000 m en atmósfera estándar.*

18 Ventiladores, sopladores, compresores y el flujo de gases

18.1 OBJETIVOS

Los ventiladores, sopladores y compresores se utilizan para incrementar la presión y generar el flujo de aire y otros gases en un sistema de flujo de gas. Su función es similar a la de las bombas en un sistema de flujo de líquido, como se analizó en el capítulo 15. Algunos de los principios ya desarrollados para el flujo de líquidos y la aplicación de las bombas pueden aplicarse también en el flujo de gases. Sin embargo, la compresibilidad de los gases provoca algunas diferencias importantes.

Los profesionales han desarrollado técnicas especiales, tras años de experiencia, para el diseño de sistemas de flujo que transportan gases, tales como el aire. El análisis detallado del fenómeno involucrado requiere el conocimiento de la termodinámica. Debido a que no es necesario que los lectores de este libro posean un conocimiento pleno de la termodinámica, algunos de los métodos en este capítulo se presentan sin desarrollarse exhaustivamente. Se describen, por supuesto, conceptos y términos nuevos que se requieren en la comprensión de los métodos.

Después de haber terminado el estudio de este capítulo, usted deberá ser capaz de:

1. Describir las características generales de los ventiladores, sopladores y compresores.
2. Describir los ventiladores de propulsión, ventiladores de ducto y ventiladores centrífugos.
3. Describir los sopladores y compresores de los tipos centrífugo, axial, de paleta-axial, reciprocantes, de lóbulo, de paleta y de tornillo.
4. Especificar los tamaños adecuados de las tuberías que transportarán vapor, aire y otros gases a altas presiones.
5. Calcular la velocidad de flujo de aire y otros gases a través de boquillas.

18.2 PRESIONES Y VELOCIDADES DE FLUJO DE GAS

Cuando trabajamos con el Sistema Británico de medidas, la velocidad del flujo de aire u otros gas se expresa con frecuencia en pies^3/min, abreviado cfm. Las velocidades se reportan típicamente en pies/min. Aunque éstas no son las unidades estándar en el Sistema Británico de Unidades, son adecuadas en el rango de los flujos que típicamente se encuentran en aplicaciones industriales, comerciales y residenciales.

En el sistema SI, las unidades que se utilizan con mayor frecuencia para medir velocidad de flujo es el m^3/s y para velocidad el m/s. Para sistemas que transportan relativamente bajas velocidades de flujo, con frecuencia se utiliza la unidad L/s. Las conversiones correspondientes se enlistan a continuación.

$$1.0\ \text{pies}^3/\text{s} = 60\ \text{pies}^3/\text{min} = 60\ \text{cfm}$$
$$1.0\ \text{m}^3/\text{s} = 2120\ \text{pies}^3/\text{min} = 2120\ \text{cfm}$$
$$1.0\ \text{pie/s} = 60\ \text{pies/min}$$

1.0 m/s = 3.28 pies/s
1.0 m/s = 197 pies/min

Las presiones pueden medirse en lb/pulg^2 en el Sistema Británico de Unidades cuando se encuentran valores de presión relativamente grandes. Sin embargo, en la mayoría de los sistemas que manejan aire, las presiones son pequeñas y se miden en *pulgadas de agua*, abreviada como en H_2O. Esta unidad se deriva de la práctica de utilizar un tubo pitot y un manómetro de agua para medir la presión en ductos, como se muestra en la figura 14.18. La presión equivalente puede derivarse de la relación presión–elevación, $\Delta p = \gamma h$. Si utilizamos $\gamma = 62.4$ lb/pie^3 para el agua, una presión de 1.00 pulg de H_2O es equivalente a:

$$\Delta p = \gamma h = \frac{62.4\ \text{lb}}{\text{pies}^3}\ 1.00\ \text{pulg}\ \frac{1\ \text{pie}^3}{1728\ \text{pulg}^3} = 0.0361\ \text{lb/pulg}^2$$

Dicho de otra forma, 1.0 lb/pulg^2 = 27.7 pulg de H_2O. En muchos sistemas de flujo de aire, las presiones involucradas son solamente de pocas pulgadas de agua o aun de fracciones de pulgada.

La unidad estándar SI de Pascales (Pa) es en sí misma muy pequeña y se utiliza directamente cuando se diseña un sistema en unidades SI. Algunos factores de conversión útiles se listan a continuación.

1.0 lb/pulg^2 = 6895 Pa
1.0 pulg H_2O = 248.8 Pa

18.3 CLASIFICACIÓN DE VENTILADORES, SOPLADORES Y COMPRESORES

Los ventiladores, sopladores y compresores se utilizan para aumentar la presión del aire y mover éste u otros gases. Las diferencias básicas entre ellos se hallan en su forma y las presiones que pueden desarrollar gracias a ese diseño. Un *ventilador* se diseña para operar contra presiones estáticas pequeñas, hasta 2.0 lb/pulg^2 (13.8 kPa). Pero las presiones típicas de operación para ventiladores son desde 0 hasta 6 pulg de H_2O (0.00 hasta 0.217 lb/pulg^2 o 0.00 hasta 1500 Pa). A presiones desde 2.0 lb/pulg^2 hasta aproximadamente 10.0 lb/pulg^2 (69.0 kPa), el dispositivo que genera el movimiento de gas se le llama *soplador.* Para desarrollar altas presiones, tan altas como algunos miles de lb/pulg^2, se utilizan *compresores* (véase referencia 6).

Los ventiladores se utilizan para circular aire dentro de un espacio, para traer aire a él o liberar aire al espacio, o para mover aire a través de ductos en sistemas de ventilación, calefacción o aire acondicionado. Los diferentes tipos de ventiladores incluyen ventiladores de propulsión, ventiladores de ductos y ventiladores centrífugos.

Los *ventiladores de propulsión* operan virtualmente a una presión estática de cero y se componen de dos a seis aspas que se parecen a los propulsores de un avión. Por lo tanto, toman el aire desde un lado y lo descargan del otro lado en una dirección casi axial. Este tipo de ventilador es popular para circular aire en espacios de trabajo o de vivienda para mejorar la comodidad del personal. Cuando están instalados en ventanas u otras zonas abiertas en las paredes de un edificio, introducen aire fresco proveniente de fuera hacia el edificio o liberan aire hacia afuera del edificio. Cuando se instalan en el techo o en la parte superior se llaman con frecuencia *ventiladores.*

Los ventiladores de propela están disponibles desde tamaños pequeños (pocas pulgadas de diámetro, entregando cientos de cfm) hasta 60 pulg o más en diámetro, entregando más de 50000 cfm a una presión estática de cero. Las velocidades de operación típicamente varían desde aproximadamente 600 rpm hasta 1750 rpm. Estos ventiladores están alimentados por motores eléctricos, tanto en forma directa como a través de bandas.

Los *ventiladores de ducto* tienen una construcción similar a la de los ventiladores de propulsión, excepto que el ventilador está montado dentro de un ducto cilíndrico, como se muestra en la figura 18.1. El ducto puede ser parte de un sistema de ductos más grande que entrega aire o lo libera desde un área remota. Los ventiladores de ducto pueden operar contra presiones estáticas de hasta 1.50 pulg de H_2O (375 Pa). Los tamaños varían desde muy pequeños, entregando solamente unos pocos cfm, hasta cerca de 36 pulg, entregando más de 20000 cfm.

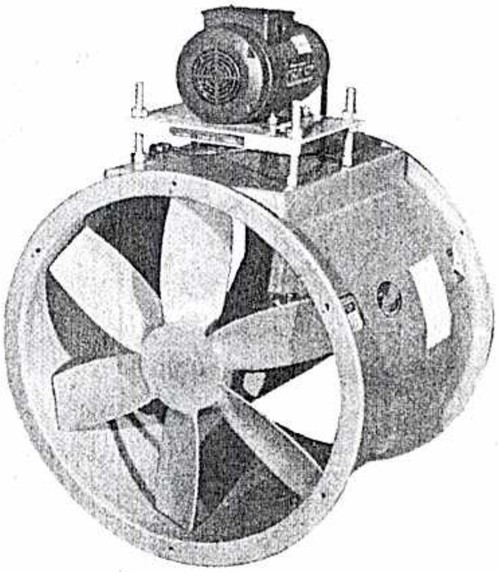


FIGURA 18.1 Ventilador de ducto. (Fuente: Hartzell Fan, Inc., Piqua,OH.)

Dos ejemplos de *ventiladores centrífugos* o *sopladores centrífugos,* junto con sus rotores, se muestran en las figuras 18.2 y 18.3. El aire entra al centro del rotor, también llamado *impulsor,* y es lanzado hacia afuera por las aspas giratorias, por lo tanto agrega energía cinética. El gas a alta velocidad se colecta por la voluta que rodea al rotor, donde la energía cinética se convierte en una presión de gas aumentada para entregarse a través de un sistema de ductos para su uso posterior.

Para la construcción del rotor existen cuatro diseños básicos, como se muestra en la figura 18.4. El *aspa inclinada-hacia atrás* se fabrica con frecuencia con simples placas lisas. A medida que el rotor gira, el aire tiende a abandonar en dirección paralela al aspa a lo largo del vector llamado v_b en la figura. Sin embargo, éste se suma en forma vectorial a la velocidad tangencial de la misma aspa, v_t, que proporciona la velocidad resultante que se muestra como v_R. Las *aspas curvadas hacia adelante* proporcionan en general una velocidad resultante de aire más alta, debido a que los dos vectores componentes están casi en la misma dirección. Por esta razón, un rotor con aspas curvadas hacia adelante operará a una velocidad

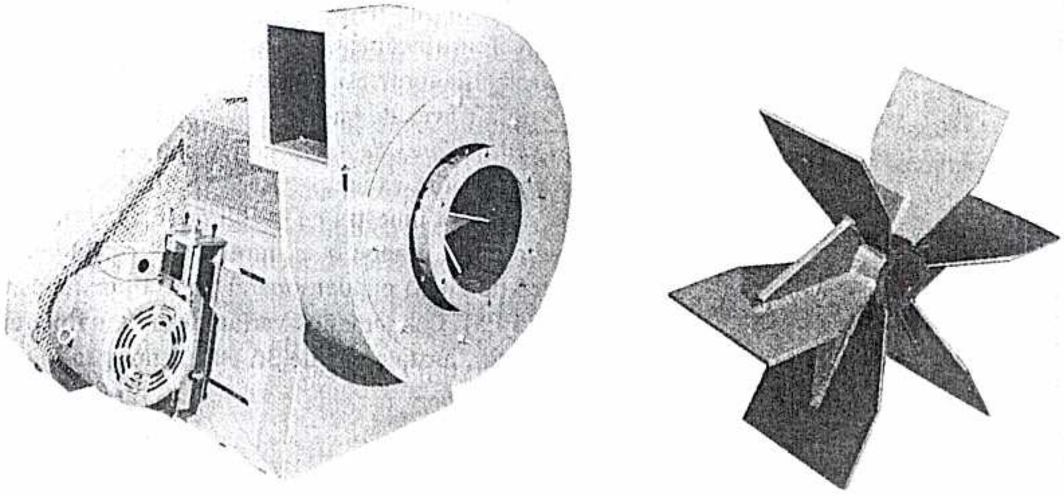


FIGURA 18.2 Soplador centrífugo con rotor de aspas radiales derechas. (Fuente: Hartzell Fan, Inc., Piqua, OH.)

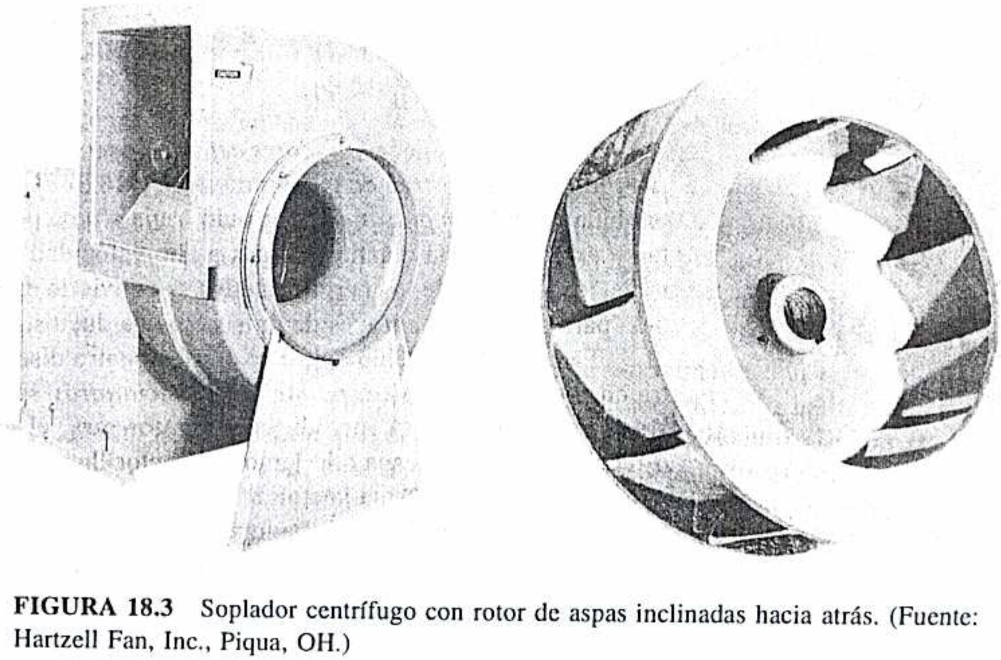
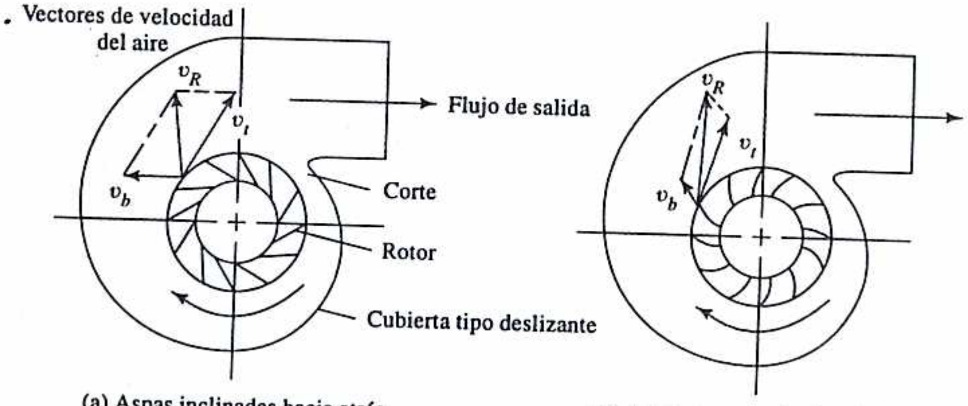
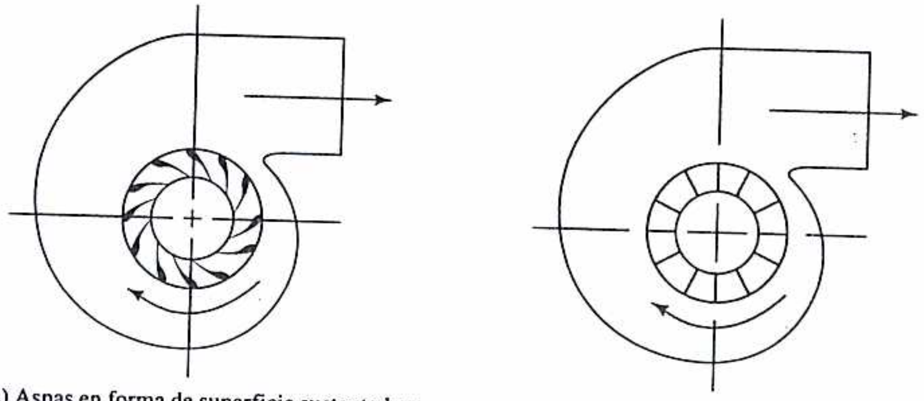


FIGURA 18.3 Soplador centrífugo con rotor de aspas inclinadas hacia atrás. (Fuente: Hartzell Fan, Inc., Piqua, OH.)



(a) Aspas inclinadas hacia atrás

(b) Aspas cruzadas hacia adelante



(c) Aspas en forma de superficie sustentadora inclinadas hacia atrás

(d) Aspas radiales rectas

FIGURA 18.4 Cuatro tipos de rotores de ventilación centrífugos.

más lenta que un ventilador de tamaño similar con aspas inclinadas hacia atrás para el mismo flujo de aire y presión. Sin embargo, el ventilador inclinado hacia atrás típicamente requiere una potencia menor para el mismo servicio (véase referencia 8). Las *aspas de ventilador inclinadas hacia atrás y de forma de superficie sustentadora* operan más silenciosa y eficientemente que las aspas planas inclinadas hacia atrás. Todos estos tipos de ventiladores se utilizan en sistemas de ventilación y en algunos procesos industriales. Los *ventiladores de aspa radial* tienen muchas aplicaciones en la industria para proporcionar grandes volúmenes de aire a presiones moderadas para calentadores, torres de enfriamento, secadores de material y transporte de material voluminoso.

Los *compresores centrífugos* emplean propulsores similares a los de las bombas centrífugas (figuras 15.7 y 15.8). Sin embargo, la geometría específica está diseñada para manejar gas más que líquido. La figura 18.5 muestra un compresor centrífugo grande de una sola etapa. Cuando un compresor de un solo rotor no puede desarrollar una presión lo suficientemente alta, se utiliza un compresor de multietapa, como el que se muestra en la figura 18.6. Los compresores centrífugos se utilizan en flujos desde cerca de 500 hasta 100000 cfm (0.24 hasta 47 m^3/s) a presiones tan altas como 8000 lb/pulg^2 (55 MPa).

Un *compresor axial* multietapa se muestra en la figura 18.7. Solamente se muestra la mitad más baja de la cubierta, el rotor multietapa, y la estructura de la

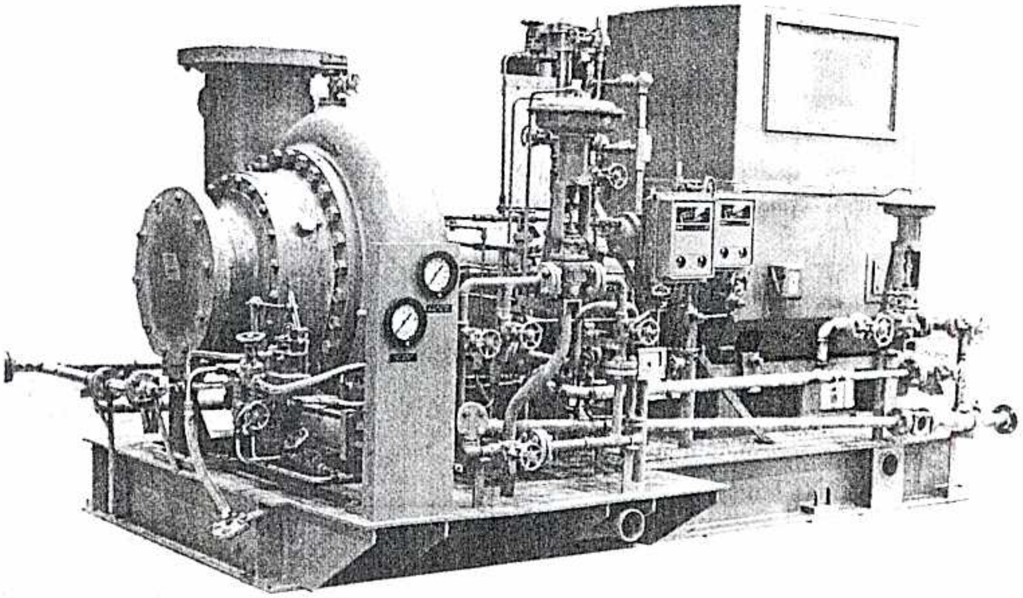


FIGURA 18.5 Compresor centrífugo de una sola etapa. (Fuente: Dresser-Rand, Turbo Products Division, Olean, NY.)

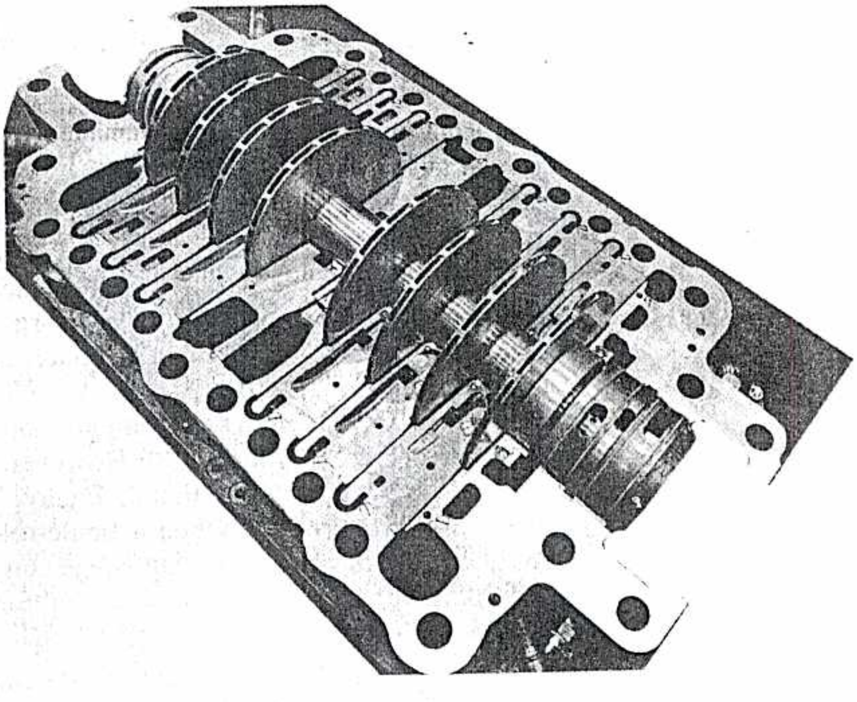


FIGURA 18.6 Parte inferior de la cubierta de un compresor centrífugo multietapa dividido en forma horizontal con rotor instalado. (Fuente: Dresser-Rand, Turbo Products Division, Olean, NY.)

flecha. El gas es tomado hacia el extremo largo, se mueve en forma axial y se comprime por una serie de rotores de aspa y se descarga desde el extremo corto. Los compresores axiales se emplean para entregar grandes velocidades de flujo, de aproximadamente 8000 hasta 1.0 millones de cfm (3.8 a 470 m^3/s) a una presión de descarga de hasta 100 $lb/pulg^2$ (690 kPa).

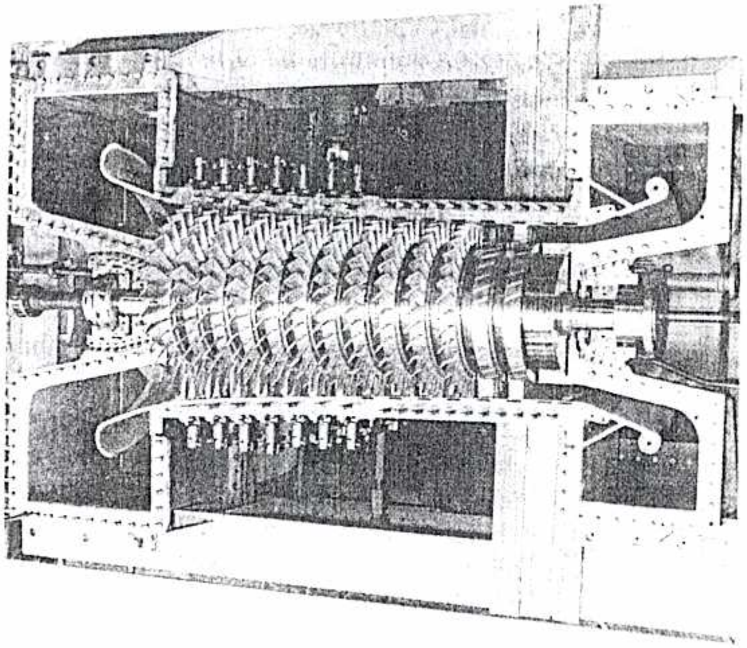


FIGURA 18.7 Parte inferior de la cubierta de un compresor axial con rotor instalado. (Fuente: Dresser-Rand, Turbo Products Division, Olean, NY.)

Los *sopladores de paleta axial* son similares a los ventiladores de ducto, descritos anteriormente, excepto que éstos tienen típicamente aspas de forma de superficie de sustentación e incluyen paletas dentro de la cubierta cilíndrica para redirigir el flujo en dirección axial dentro del siguiente ducto. Esto da como resultado una capacidad más alta para desarrollar presiones estáticas para el soplador y la reducción del giro del aire.

Los *sopladores y compresores de desplazamiento positivo* vienen en una gran variedad de diseños:

- Reciprocante—de actuador sencillo o de actuador doble
- Rotatorio—de lóbulo, de paleta o de tornillo

La construcción de un compresor reciprocante es de forma similar a la de una máquina. Una biela giratoria y una varilla de conexión mueven el pistón. El pistón se desplaza con un movimiento alternativo dentro de su cilindro, tomando gas a baja presión conforme viaja hacia afuera de la cabeza del cilindro y después lo comprime dentro del cilindro conforme viaja hacia la cabeza. Cuando la presión del gas alcanza el nivel deseado, las válvulas de descarga se abren para entregar el gas comprimido al sistema de tuberías. La figura 15.5 muestra el arreglo de los pistones de actuación sencilla y de actuación doble. Las versiones pequeñas de tales compresores se venden en tiendas y estaciones de servicio. Sin embargo, para muchos usuarios industriales, éstos pueden ser muy grandes, entregando hasta 10000 cfm (4.7 m^3/s) a presiones de hasta 60 000 lb/pulg^2 (413 MPa).

Los compresores de paleta y de lóbulo parecen muy similares a las bombas que se muestran en las figuras 15.1 y 15.4. Ciertos diseños de lóbulo pueden desarrollar aproximadamente hasta 15 lb/pulg^2 (100 kPa) y con frecuencia se llaman sopladores. Los compresores de tipo paleta son capaces de desarrollar varios cientos de lb/pulg^2 y con frecuencia se utilizan en sistemas de potencia de flujo neumático.

Los *compresores de tornillo* se utilizan en la construcción y en aplicaciones industriales que requieren aire comprimido hasta 500 lb/pulg^2 (3.4 Mpa) con una entrega de hasta 20000 cfm (9.4 m^3/s). En el diseño de tornillo único, el aire se confina entre las "madejas" giratorias dentro de la cubierta cerrada. La progresión axial de las madejas entregan el aire a la salida. En algunos diseños, la elevación de las madejas disminuye a lo largo de toda la longitud del tornillo, proporcionando compresión dentro de la cubierta así como también entregándolo contra la resistencia del sistema. También se pueden utilizar dos o más tornillos en malla. Véase figura 15.2.

18.4
FLUJO DE AIRE COMPRIMIDO Y DE OTROS GASES EN TUBERÍAS

Muchas industrias utilizan aire comprimido en sistemas de alimentación de fluidos para proveer de potencia al equipo de producción, a dispositivos para el manejo de material, y a máquinas de automatización. Una presión de operación común para tales sistemas está en el rango de 60 hasta 125 lb/pulg^2 relativas (414 hasta 862 kPa de tamaño). El funcionamiento y la productividad del equipo se degradan si la presión es inferior a la presión del diseño. Por lo tanto, se deber prestar especial atención a las pérdidas de presión entre el compresor y el punto de utilización. Un análisis detallado del sistema de tuberías debe llevarse a cabo, utilizando los métodos que se describieron en los capítulos 6 al 12 de este libro, que se modificaron para la compresibilidad del aire.

Cuando se presentan grandes cambios de presión o temperatura del aire comprimido a lo largo de la longitud de un sistema de flujo, deberán tomarse en cuenta los cambios correspondientes en el peso específico del aire. Sin embargo, si el cambio en presión es menor de aproximadamente el 10% de la presión de entrada, las variaciones en el peso específico tendrán efectos despreciables. Cuando la caída de presión se encuentra entre el 10 y el 40% de la presión de entrada, podemos utilizar el promedio del peso específico para las condiciones de entrada y salida para producir resultados con exactitud razonable (referencia 3). Cuando el cambio de presión predecible es mayor al 40%, deberá volver a diseñar el sistema o consultar otras referencias.

18.4.1
Peso específico del aire

La figura 18.8 muestra la variación del peso específico del aire como una función de las cambios de presión y temperatura. Note la gran magnitud de los cambios en particular a medida que la presión cambia. El peso específico para cualquiera de las condiciones de presión y temperatura pueden calcularse de la *ley de los gases ideales* de la termodinámica la cual establece:

LEY DE LOS GASES IDEALES

$$\frac{p}{\gamma T} = \text{constante} = R \qquad (18\text{-}1)$$

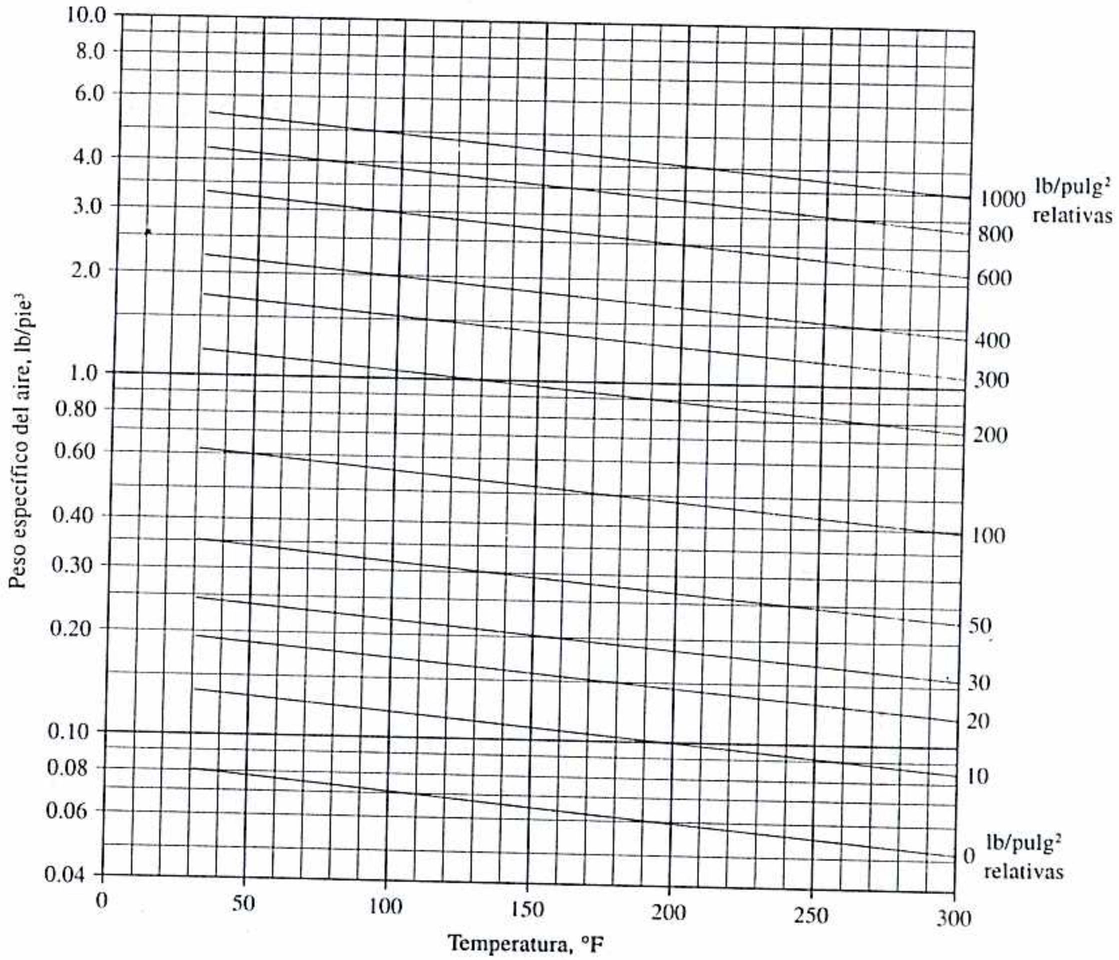


FIGURA 18.8 Peso específico del aire *versus* presión y temperatura.

donde:

p = presión absoluta del gas

γ = peso específico del gas

T = temperatura absoluta del gas, esto es, la temperatura arriba del cero absoluto

R = constante del gas para el gas en cuestión

Asimismo, la ecuación (18–1) puede resolverse para el peso específico:

$$\gamma = \frac{p}{RT} \tag{18–2}$$

La temperatura absoluta se determina sumando una constante a la temperatura medida. En el Sistema Británico de Unidades:

$$T = (t\,°\mathrm{F} + 460)\ °\mathrm{R}$$

donde °R son grados Rankine, la unidad estándar para la temperatura absoluta medida en relación con el cero absoluto. En unidades SI:

$$T = (t\text{°C} + 273)\ \text{K}$$

donde K (grados Kelvin) es la unidad estándar SI para la temperatura absoluta.

Como se mencionó en la Sección 3.2 (ecuación 3–2), la presión absoluta se determina sumando la presión atmosférica que prevalece en el medio, a la lectura de presión en el medidor. Utilizamos $p_{atm} = 14.7$ lb/pulg² absolutas en el Sistema Británico de Unidades y $p_{atm} = 101.3$ kPa absoluto en unidades SI.

El valor de la constante del gas R para el aire es de 53.3 pies · lb/lb · °R en el Sistema Británico de Unidades. El numerador para la unidad de R es energía en pies · lb, y por lo tanto, la unidad libra (lb) indica *fuerza*. La unidad correspondiente en SI para la energía es el newton metro (N · m), donde:

$$1.0\ \text{pie} \cdot \text{lb} = 1.356\ \text{N} \cdot \text{m}$$

La unidad libra en el denominador para R es el peso del aire, también una fuerza. Para convertir la unidad °R del Sistema Británico de Unidades a la unidad K del sistema SI utilizamos 1.0 °K = 1.8 °R. Utilizando estas conversiones, podemos demostrar que el valor de R para el aire en el sistema SI es de 29.2 N · m/N · K. El apéndice N muestra los valores de R para otros gases.

Cuando se elige expresar los valores de la constante del gas R en términos del *peso*, facilitamos el cálculo del *peso específico* γ, como se muestra en el ejemplo ilustrativo 18.1. Después, utilizaremos γ en los cálculos para encontrar la *velocidad de flujo del peso* de un gas a través de una boquilla. Se deberá notar que la utilización de la relaciones que se obtienen basadas en el peso, deberá limitarse a aplicaciones cerca de la superficie de la Tierra, donde los valores de la aceleración debido a la gravedad, g, es casi constante.

En otro tipo de análisis, en particular en aquellos en el ramo de la termodinámica, R se define en términos de *masa* más que en términos de peso. En ambientes aeroespaciales, en los que g y el peso pueden aproximarse a cero, deberá utilizarse la base de masa.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 18.1** Calcule el peso específico del aire a 100 lb/pulg² relativas y 80 °F.

Solución Utilizando la ecuación 18–2, obtenemos:

$$p = p_{atm} + p_{gage} = 14.7\ \text{lb/pulg}^2\ \text{absolutas} + 100\ \text{lb/pulg}^2\ \text{relativas} = 114.7\ \text{lb/pulg}^2\ \text{absolutas}$$

$$T = t + 460 = 80\ \text{°F} + 460 = 540\ \text{°R}$$

Por consiguiente:

$$\gamma = \frac{p}{RT} = \frac{114.7\ \text{lb}}{\text{pulg}^2} \cdot \frac{\text{lb} \cdot \text{°R}}{53.3\ \text{pies} \cdot \text{lb}} \cdot \frac{1}{540\ \text{°R}} \cdot \frac{144\ \text{pulg}^2}{\text{pies}^2}$$

$$\gamma = 0574\ \text{lb/pies}^3$$

Note que las cantidades 53.3 y 144 serán siempre utilizadas para el aire en este tipo de cálculos. Por lo tanto, la ecuación unidad-específica para el peso específico del aire puede deducirse como sigue:

$$\gamma = 2.70p/T \tag{18-3}$$

Esta ecuación proporciona el valor de γ para el aire directamente en libras por pie cúbico (lb/pie^3) cuando la presión absoluta está en lb/pulg^2 absolutas y la temperatura es en °R.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 18.2** Calcule el peso específico del aire a 750 kPa del medidor y 30 °C.

Solución Utilizando la ecuación (18–2), obtenemos:

$$p = p_{\text{atm}} + p_{\text{gage}} = 101.3\text{ kPa} + 750\text{ kPa} = 851.3\text{ kPa}$$
$$T = t + 273 = 30\,^\circ\text{C} + 273 = 303\text{ K}$$

Por consiguiente:

$$\gamma = \frac{p}{\text{RT}} = \frac{851.3 \times 10^3\text{ N}}{\text{m}^2} \cdot \frac{\text{N}\cdot\text{K}}{29.2\text{ N}\cdot\text{m}} \cdot \frac{1}{303\text{ K}} = 96.2\text{ N/m}^3$$

18.4.2 Velocidades de flujo para líneas de aire comprimido

Los valores dados a equipo que se utiliza para comprimir aire y para compresores que entregan aire se proporcionan en términos de *aire libre,* llamados en algunas ocasiones *entrega de aire libre (fad).* Esto proporciona la cantidad de aire entregada por unidad de tiempo suponiendo que el aire se encuentra a presión atmosférica estándar (14.7 lb/pulg^2 absolutas o 101.3 kPa absolutos) y a la temperatura estándar de 60 °F o 15 °C (temperaturas absolutas de 520 °R o 285 K). Para determinar la velocidad de flujo en otras condiciones, se puede utilizar la siguiente ecuación:

$$Q_a = Q_s \cdot \frac{p_{\text{atm}-s}}{p_{\text{atm}} + p_a} \cdot \frac{T_a}{T_s} \tag{18-4}$$

donde Q_a = velocidad de flujo de volumen en condiciones reales
Q_s = velocidad de flujo de volumen en condiciones estándar
$p_{\text{atm-}s}$ = presión atmosférica absoluta estándar
p_{atm} = presión atmosférica absoluta real
p_a = presión real de medición
T_a = temperatura absoluta real
T_s = temperatura absoluta estándar = 520 °R o 285 K.

Utilizando estos valores y los de la atmósfera estándar, podemos escribir la ecuación (18–4) como sigue.

En el Sistema Británico de Unidades:

$$Q_a = Q_s \cdot \frac{14.7\text{ lb/pulg}^2\text{ absolutas}}{p_{\text{atm}} + p_{\text{a}}} \cdot \frac{(\text{t} + 460)\,^\circ\text{R}}{520\,^\circ\text{R}} \tag{18-4a}$$

En unidades SI:

$$Q_a = Q_s \cdot \frac{101.3\text{ kPa}}{p_{\text{atm}} + p_a} \cdot \frac{(t + 273)\text{K}}{285\text{ K}} \tag{18-4b}$$

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 18.3** Un compresor de aire tiene un valor de 500 cfm de aire libre. Calcule la velocidad de flujo en una línea de tubería en la que la presión es de 100 lb/pulg^2 relativas y la temperatura es de 80 °F.

Solución Utilizando la ecuación (18–4a) y suponiendo que la presión atmosférica local es de 14.7 lb/pulg^2 absolutas, obtenemos:

$$Q_a = 500\ \text{cfm} \cdot \frac{14.7\ \text{lb/pulg}^2\,\text{absolutas}}{14.7 + 100} \cdot \frac{(80 + 460)}{520} = 66.5\ \text{cfm}$$

18.4.3 Selección del tamaño de la tubería

Se deben considerar muchos factores para especificar un tamaño de tubería adecuado para transportar aire comprimido en plantas industriales. Algunos de esos factores y los parámetros involucrados se enuncian a continuación.

- *Caída de presión.* Debido a que las pérdidas por fricción son proporcionales al cuadrado de la velocidad del flujo, es conveniente utilizar tamaños de tubería tan grandes como sea factible, para asegurar una presión adecuada en todos los puntos de uso en un sistema.
- *Requerimiento de potencia en el compresor.* La potencia requerida para alimentar el compresor se incrementa a medida que la caída de presión aumenta. Por lo tanto, es adecuado utilizar tuberías largas para minimizar la caída de presión.
- *Costo de la tubería.* Los costos de las tuberías largas son mayores que los de las tuberías cortas, lo cual hace adecuado el uso de tuberías cortas.
- *Costo de un compresor.* En general, un compresor diseñado para operar a una presión mayor costará más, lo que hace más adecuado el uso de tuberías grandes que minimizan la caída de presión.
- *Costos de instalación.* Las tuberías pequeñas son más fáciles de manejar, aunque éste no es en general un factor importante.
- *Espacio requerido.* Las tuberías pequeñas requieren de un menor espacio y proporcionan menor interferencia con otro equipo u operaciones.
- *Expansión futura.* Para permitir la adición de más equipo que utilice aire en el futuro, se prefieren tuberías mayores.
- *Ruido.* Cuando el aire fluye a una gran velocidad a través de tuberías, válvulas y accesorios, éste genera un alto nivel de ruido. Es mejor utilizar tuberías de gran tamaño para que las velocidades sean menores.

Es evidente que no existe un tamaño de tubería óptimo para cada instalación y el diseñador deberá evaluar el funcionamiento total de algunos de los tamaños antes de realizar la especificación final. Como ayuda para iniciar el proceso, la tabla 18.1 enlista algunos tamaños sugeridos.

Como en otros sistemas de línea de tubería estudiados anteriormente, los sistemas de tubería con aire comprimido típicamente contienen válvulas y accesorios para controlar la cantidad y dirección del flujo. Tomamos en cuenta sus efectos utilizando la técnica de la longitud equivalente, descrita en la Sección 10.10. Los valores para el cociente L_e/D se listan en la tabla 10.4.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 18.4** Especifique un tamaño de tubería apropiado para la entrega de 500 cfm (aire libre) a 100 lb/pulg^2 relativas a 80 °F a una máquina de automatización. La longitud total de la tubería recta requerida entre el compresor y la máquina es de 140 pies. La línea también contiene

TABLA 18.1 Tamaños sugeridos para sistemas de tubería de aire comprimido.

Velocidad de flujo máximo (cfm)		
Aire libre	Aire comprimido (100 lb/pulg² relativas, 60 °F)	Tamaño de tubería (Calibre 40)
4	0.513	⅛
8	1.025	¼
20	2.563	⅜
35	4.486	½
80	10.25	¾
150	19.22	1
300	38.45	1¼
450	57.67	1½
900	115.3	2
1400	179.4	2½
2500	320.4	3
3500	448.6	3½
5000	640.8	4

Nota: Los tamaños que se enlistan son las tuberías de acero Calibre 40 estándar más pequeñas que transportarán la velocidad de flujo dada a una presión de 100 lb/pulg² relativas (690 kPa) con una caída de presión de no más de 5.0 lb/pulg² (34.5 kPa) en 100 pies (30.5 m) de tubería. Véase el Apéndice F para las dimensiones de tubería.

dos válvulas de compuerta de abertura total, seis codos estándar y dos Tes estándar, en los cuales el flujo pasa a través de la T. Después, analice la presión que se requiere en el compresor para asegurar que la presión en la máquina no sea menor que 100 lb/pulg² relativas.

Solución Como una opción, consultemos la tabla 18.1 y especifiquemos una tubería de acero Calibre 40 de 1½ pulg para transportar aire. Después, del apéndice F encontramos que $D = 0.1342$ pies y $A = 0.01414$ pies². Debemos ahora verificar para determinar la caída de presión real a través del sistema y juzgar su aceptabilidad. El procedimiento de solución es similar al que se utilizó en el capítulo 11. Se analizarán las circunstancias especiales relativas al aire.

Paso 1. Escriba la ecuación de energía entre la salida del compresor y la entrada a la máquina:

$$\frac{p_1}{\gamma_1} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} - h_L = \frac{p_2}{\gamma_2} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Note que los términos de peso específico se han identificado con los subíndices en los puntos de referencia. Debido a que el aire es compresible, puede presentarse un cambio significativo en el peso específico. Sin embargo, nuestro objetivo en este diseño es tener un pequeño cambio de presión entre los puntos 1 y 2. Si esto se logra, puede ignorarse el cambio en peso específico. Por lo tanto, dejemos que $\gamma_1 \approx \gamma_2$. Las condiciones en el punto 2 son las mismas que las que se utilizaron en el ejemplo ilustrativo 18.1. Por consiguiente, utilizaremos $\gamma = 0.574$ lb/pies³.

No se proporcionó información acerca de las elevaciones del compresor y de la máquina. Debido a que el peso específico del aire y de otros gases es muy pequeño, es permitido ignorar las diferencias de elevación cuando se está tratando con flujos de gases, al menos que estas diferencias sean muy grandes. Como se indicó en las Secciones 3.3 y 3.4, el cambio de presión es directamente proporcional al peso específico del fluido y al cambio de elevación. Para $\gamma = 0.574$ lb/pie^3 para el aire en este problema, un cambio de elevación de 100 pies (aproximadamente la altura de un edificio de 10 pisos) cambiaría la presión en sólo 40 lb/pulg^2.

La velocidad en los dos puntos de referencia será igual, debido a que utilizaremos el mismo tamaño de tubería en todo el proceso. Por consiguiente, los términos de cabeza de velocidad pueden cancelarse de la ecuación de energía.

Paso 2. Despeje la presión en el compresor:

$$p_1 = p_2 + \gamma h_L$$

Paso 3. Evalúe la pérdida de energía h_L utilizando la ecuación de Darcy e incluya los efectos de las pérdidas menores:

$$h_L = f\left(\frac{L}{D}\right)\left(\frac{v^2}{2g}\right) + f_T\left(\frac{L_e}{D}\right)\left(\frac{v^2}{2g}\right)$$

El término L/D es la razón de la longitud real de la tubería y el diámetro del flujo.

$$\text{Tubería:} \quad L/D = (140 \text{ pies}/0.1342 \text{ pies}) = 1043$$

Los valores equivalentes de L_e/D para las válvulas y accesorios se pueden encontrar en la tabla 10.4.

$$\begin{aligned} \text{2 válvulas:} &\quad L_e/D = 2(8) = 16 \\ \text{6 codos:} &\quad L_e/D = 6(30) = 180 \\ \text{2 tes:} &\quad L_e/D = 2(20) = 40 \\ \text{Total:} &\quad L_e/D = 236 \end{aligned}$$

La velocidad de flujo puede calcularse de la ecuación de continuidad. Se determinó en el ejemplo ilustrativo 18.3 que la velocidad de flujo de 500 cfm de aire libre en condiciones reales de 100 lb/pulg^2 relativas y 80 °F es de 66.5 cfm. Por consiguiente:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{66.5 \text{ pies}^3}{\text{min}} \cdot \frac{1}{0.01414 \text{ pies}^2} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 78.4 \text{ pies/s}$$

La cabeza de velocidad es:

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{(78.4)^2 \text{ pies}^2/\text{s}^2}{2(32.2 \text{ pies/s}^2)} = 95.44 \text{ pies}$$

Para evaluar el factor de fricción f, son necesarios la densidad y la viscosidad del aire. Conociendo el peso específico del aire, podemos calcular la densidad de la ecuación siguiente:

$$\rho = \frac{\gamma}{g} = \left(\frac{0.574 \text{ lb}}{\text{pies}^3}\right)\left(\frac{s^2}{32.2 \text{ pies}}\right) = \frac{0.0178 \text{ lb} \cdot \text{s}^2}{\text{pies}^4} = 0.0178 \text{ slug/pies}^3$$

La viscosidad dinámica de un gas no varía mucho con los cambios de presión. De tal forma, podemos utilizar los datos del apéndice E, aun cuando éstos son para presión atmosférica estándar. Sin embargo, debemos convertir del Sistema Británico de Unidades al Sistema SI.

$$t = (80\,°\text{F} - 32)(5/9) = 26.7\,°\text{C}$$

Aplicando la interpolación, la viscosidad dinámica es $\mu = 1.84 \times 10^{-5}$ Pa · s. Este resultado debe convertirse otra vez al Sistema Británico de Unidades de lb · s/pie². Utilizando el apéndice K, encontramos que:

$$\mu = (1.84 \times 10^{-5}\ \text{Pa}\cdot\text{s})(2.089 \times 10^{-2}) = 3.84 \times 10^{-7}\ \text{lb}\cdot\text{s/pie}^2$$

Sería incorrecto utilizar la viscosidad cinemática listada para el aire en el apéndice E, debido a que el valor incluye la densidad, que es diferente a 100 lb/pulg² relativas que su valor a la presión atmosférica.

Podemos calcular ahora el número de Reynolds:

$$N_R = \frac{vD\rho}{\mu} = \frac{(78.4)(0.1342)(0.0178)}{3.84 \times 10^{-7}} = 4.88 \times 10^5$$

La rugosidad relativa D/ϵ es:

$$D/\epsilon = 0.1342/1.5 \times 10^{-4} = 895$$

Por consiguiente, en el diagrama de Moody (figura 9.2), leemos que $f = 0.021$. El valor de f_T utilizado para las válvulas y accesorios puede encontrarse en la tabla 10.5 y es 0.021 para la tubería Calibre 40 de 1½ pulg. Debido a que ésta es igual al factor de fricción de la tubería en sí misma, el valor de L/D de la tubería puede sumarse al valor L_e/D total de las válvulas y accesorios.

$$(L_e/D)_{\text{total}} = 1043 + 236 = 1279$$

Y ahora puede calcularse la pérdida de energía:

$$h_L = f_T\left(\frac{L_e}{D}\right)_{\text{total}}\left(\frac{v^2}{2g}\right) = (0.021)(1279)(95.44) = 2563\ \text{pies}$$

Paso 4. Calcule la pérdida de presión en la línea de tubería.

$$p_1 - p_2 = \gamma h_L = \frac{0.574\ \text{lb}}{\text{pies}^3}\cdot 2563\ \text{pies}\cdot\frac{1\ \text{pie}^2}{144\ \text{pulg}^2} = 10.22\ \text{lb/pulg}^2$$

Paso 5. Calcule la presión en el compresor.

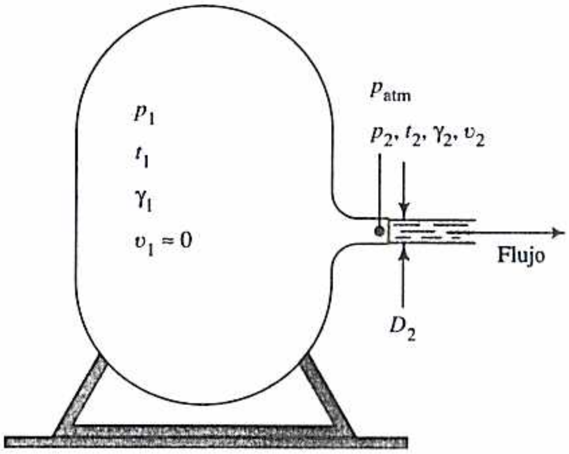
$$p_1 = p_2 + 10.22\ \text{lb/pulg}^2 = 100\ \text{lb/pulg}^2\ \text{relativas} + 10.22\ \text{lb/pulg}^2 = 110.2\ \text{lb/pulg}^2\ \text{relativas}$$

Paso 6. Debido a que el cambio de presión es menor que el 10%, la suposición de que el peso específico del aire es constante es válida. Si se hubiera presentado una caída de presión más grande, habríamos podido rediseñar el sistema con un tamaño de tubería más grande o ajustar el peso específico al promedio de aquéllas al principio y final del sistema. Este diseño del sistema parece ser satisfactorio con respecto a la caída de presión.

18.5 FLUJO DE AIRE Y OTROS GASES A TRAVÉS DE BOQUILLAS

El diseño típico de una boquilla es una sección convergente a través de la cual fluye un fluido desde una región de alta presión hasta una región de baja presión. La figura 18.9 muestra una boquilla instalada en el lado de un tanque relativamente grande con un flujo desde el tanque a la atmósfera. La boquilla que se muestra converge en forma pareja y gradual terminando en su región más pequeña, llamada *garganta*. Otros diseños de boquilla incluyendo las de orificios abruptos y las que están unidas a tuberías más pequeñas a la entrada, requieren de un tratamiento especial, como se analizará posteriormente.

FIGURA 18.9 Descarga de un gas de un tanque a través de una boquilla convergente lisa.



Algunos conceptos del campo de la termodinámica deberán estudiarse ahora junto con algunas propiedades adicionales de los gases.

Cuando el flujo de un gas es muy lento, es posible la transferencia de calor hacia y desde el gas para mantener su temperatura constante. A tal flujo se le llama *isotérmico*. Sin embargo, cuando el flujo se presenta muy rápido o cuando el sistema está muy bien aislado, sólo puede transferirse muy poco calor hacia y desde el gas. Bajo condiciones ideales *sin* transferencia de calor, el flujo se llama *adiabático*. Los sistemas reales se comportan de alguna forma entre isotérmicos y adiabáticos. Sin embargo, para el flujo rápido a través de una boquilla, supondremos que el flujo es adiabático.

Para un proceso adiabático, la ecuación que describe la relación entre la presión absoluta y el peso específico del gas es:

$$\frac{p}{\gamma^k} = \text{constante} \tag{18–5}$$

El exponente k se llama *exponente adiabático*, un número adimensional, y su valor para el aire es de 1.40. El apéndice N proporciona los valores de k para otros gases.

La ecuación (18–5) puede utilizarse para calcular la condición de un gas en un punto de interés si la condición en algún otro punto se conoce y si ocurre un proceso adiabático entre los dos puntos. Esto es:

$$\frac{p}{\gamma^k} = \text{constante} = \frac{p_1}{\gamma_1^k} = \frac{p_2}{\gamma_2^k} \tag{18–6}$$

Dicho de otra forma:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{\gamma_2}{\gamma_1}\right)^k \tag{18–7}$$

o:

$$\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{1/k} \tag{18–8}$$

La velocidad del flujo de peso del gas saliendo del tanque a través de la boquilla en la figura 18.9 es:

$$W = \gamma_2 v_2 A_2 \tag{18-9}$$

Los principios de la termodinámica pueden utilizarse para demostrar que la velocidad de flujo en la boquilla es:

$$v_2 = \left\{\left(\frac{2gp_1}{\gamma_1}\right)\left(\frac{k}{k-1}\right)\left[1-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(k-1)/k}\right]\right\}^{1/2} \tag{18-10}$$

Note que las presiones aquí son *presiones absolutas.* Las ecuaciones (18-6) a (18-10) pueden combinarse para generar una ecuación adecuada para la velocidad del peso del flujo desde el tanque en términos de las condiciones del gas en el tanque y el cociente de presión p_2/p_1.

$$W = A_2\sqrt{\frac{2gk}{k-1}\,(p_1\gamma_1)\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{2/k}-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(k+1)/k}\right]} \tag{18-11}$$

Note que un cociente de presión p_2/p_1 que *disminuye,* realmente indica una diferencia de presiones $(p_1 - p_2)$ en *aumento* y que, por lo tanto, se espera que la velocidad de flujo de peso W se incremente a medida que el cociente de presión disminuya. Esto es cierto para valores más altos del cociente de presión. Sin embargo, se puede demostrar que la velocidad de flujo alcanza un máximo a un *cociente de presión crítico,* definido como:

COCIENTE DE PRESIÓN CRÍTICO

$$\left(\frac{p_2}{p_1}\right)_c = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{k/(k-1)} \tag{18-12}$$

Debido a que el valor del cociente de presión crítico es una función solamente del exponente adiabático k, éste es constante para cualquier gas en particular.

Cuando se alcanza el cociente de presión crítico, la velocidad del flujo en la garganta de la boquilla es igual a la velocidad del sonido en el gas en las condiciones que prevalecen aquí. *Y esta velocidad de flujo permanece constante no importando cuánta presión hacia abajo se reduzca.* La velocidad del sonido en el gas es:

VELOCIDAD SÓNICA

$$c = \sqrt{\frac{kgp_2}{\gamma_2}} \tag{18-13}$$

Otro nombre para c es la *velocidad sónica,* la velocidad a la que una onda sonora viajaría en el gas. Ésta es la máxima velocidad de flujo de un gas a través de una boquilla convergente.

La *velocidad supersónica,* una velocidad que es mayor que la velocidad del sonido, puede obtenerse solamente con una boquilla que primero converge y luego diverge. El análisis de tales boquillas no se presentará aquí.

El nombre *número de Mach* se da a la relación entre la velocidad real del flujo y la velocidad sónica. Esto es:

$$N_M = v/c \tag{18-14}$$

La ecuación (18–11) debe utilizarse para calcular la velocidad de flujo de peso del gas desde un tanque a través de una boquilla convergente para valores de $N_M < 1.0$

cuyo cociente de presiones, p_2/p_1, es mayor que el cociente de presión crítico. Para $N_M = 1$, sustituyendo el cociente de presión crítico de la ecuación (18–12) en la ecuación (18–11) obtenemos:

$$W_{\text{máx}} = A_2\sqrt{\left(\frac{2gk}{k+1}\right)(p_1\gamma_1)\left(\frac{2}{k+1}\right)^{2/(k-1)}} \qquad \textbf{(18–15)}$$

Esta ecuación debe utilizarse cuando el cociente de presiones p_2/p_1 es menor que el radio crítico.

La figura 18.10 muestra el comportamiento de un gas que fluye a través de una boquilla desde un tanque relativamente grande, de acuerdo con las ecuaciones (18–11) y (18–15). La gráfica en (a) es para el caso en el que la presión en el tanque, p_1, se mantiene constante y la presión fuera de la boquilla, p_2, disminuye. Cuando $p_2 = p_1$, $p_2/p_1 = 1.00$, y obviamente no existe flujo a través de la boquilla. Conforme p_2 disminuye, la diferencia relativamente más grande de presión ($p_2 - p_1$) provoca un incremento en la velocidad de flujo de peso, como se calculó en la ecuación (18–11). Sin embargo, cuando el cociente de presión crítico $(p_2/p_1)_c$ se alcanza, la velocidad de la garganta alcanza la velocidad sónica y la presión permanece a una presión crítica, p'_2, calculada de la ecuación (18–12). Esto es:

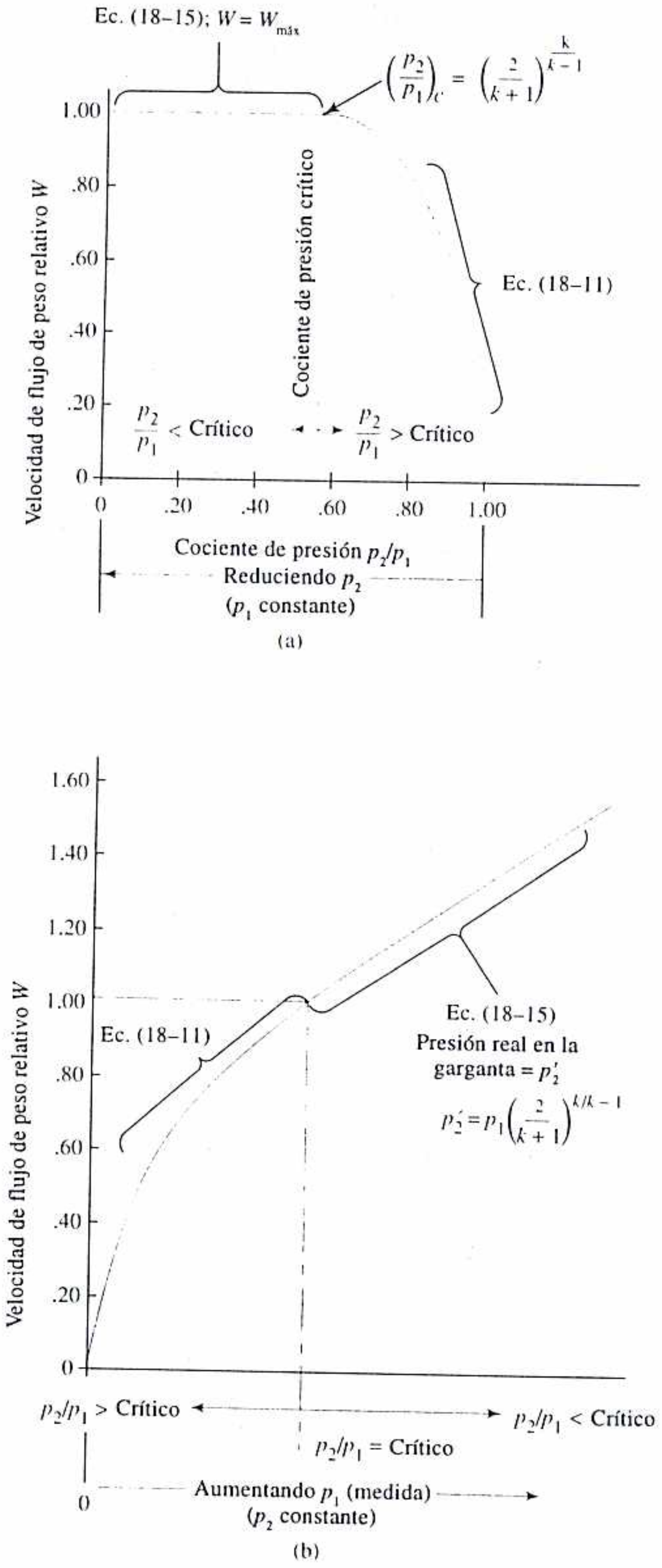
$$p_2 = p'_2 = p_1\left(\frac{2}{k+1}\right)^{k/(k-1)} \qquad \textbf{(18–16)}$$

El disminuir más la presión fuera de la boquilla *no* incrementará la velocidad de flujo desde el tanque.

La figura 18.10(b) muestra una interpretación diferente de la variación de la velocidad de flujo de peso *versus* el cociente de presión. En este caso, la presión fuera de la boquilla, p_2, se mantiene constante, mientras que la presión en el tanque, p_1, se incrementa. Un ejemplo es la descarga de un tanque a la atmósfera. Obviamente, cuando la presión del medidor en el tanque es cero, no se presenta ningún flujo, debido a que no hay diferencial de presión. Conforme p_1 se incrementa, la relación de presiones p_2/p_1 es al principio mayor que el cociente de presión crítica, y la ecuación (18-11) puede aplicarse. Cuando el cociente de presión crítico se alcanza o se excede, la velocidad en la garganta estará a la velocidad sónica *para la condición del gas en la garganta*. Note, sin embargo, que para cualquier valor dado de p_1, la presión crítica en la garganta, p'_2, es dada por la ecuación (18–16). Pero, debido a que p_1 se está incrementando, p'_2 también se incrementa. Sin embargo, debido a que el cociente de presión entre el tanque y la garganta está a un valor crítico, la ecuación (18–15) debe utilizarse para calcular la velocidad de flujo de peso a través de la boquilla. La velocidad de flujo de peso depende ahora de p_1 y γ_1. Note también que γ_1 es directamente proporcional a p_1, como puede verse en la ecuación (18–2). Por consiguiente, después de que se ha alcanzado el cociente de presión crítica, la velocidad de flujo de peso se incrementa en forma lineal conforme aumenta la presión en el tanque.

Si la boquilla tiene una reducción abrupta más que una forma pareja como la que se muestra en la figura 18.9, el flujo será menor que el que se predijo de la ecuación (18–11) o la (18–15). Un coeficiente de descarga debe aplicarse, similar a los coeficientes de descarga descritos en el capítulo 14 para medidores venturi, boquillas de flujo y medidores de orificio. Asimismo, si la sección hacia arriba es

FIGURA 18.10 Velocidad de flujo de peso de un gas a través de una boquilla.



(a)

(b)

relativamente pequeña, como el de una tubería, se debe aplicar alguna corrección para la velocidad de aproximación (véase la referencia 5).

El procedimiento siguiente puede utilizarse para calcular la velocidad de flujo de peso de un gas a través de una boquilla del tipo que se muestra en la figura 18.9, suponiendo que el flujo es adiabático.

CÁLCULO DEL FLUJO ADIABÁTICO DE UN GAS A TRAVÉS DE UNA BOQUILLA

1. Calcule el cociente de presión real entre la presión fuera de la boquilla y el del tanque, p_{atm}/p_1.

2. Calcule el cociente de presión crítico utilizando la ecuación (18–12).

3a. Si el cociente de presión real es mayor que el cociente de presión crítico, utilice la ecuación (18–11) para calcular la velocidad de flujo de peso a través de la bòquilla con $p_2 = p_{atm}$. Si se desea, la velocidad del flujo puede calcularse utilizando la ecuación (18–10).

3b. Si el cociente de presión real es menor que el cociente de presión crítico, utilice la ecuación (18–15) para calcular la velocidad de flujo de peso a través de la boquilla. También, observe que la velocidad del flujo en la garganta de la boquilla es igual a la velocidad sónica, calculada a través de la ecuación (18–13), y que la presión en la garganta es la que se llamó p_2 en la ecuación (18–12). El gas, por lo tanto, se expande hasta p_{atm} conforme éste sale de la boquilla.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 18.5** Para el tanque con una boquilla al lado, que se muestra en la figura 18.9, calcule la velocidad de flujo de peso del aire que está saliendo del tanque en las siguientes condiciones:

p_1 = 10.0 lb/pulg^2 relativas = presión en el tanque

p_{atm} = 14.2 lb/pulg^2 absolutas = presión atmosférica fuera del tanque

t_1 = 80 °F = temperatura del aire en el tanque

D_2 = 0.100 pulg = diámetro de la boquilla en su salida

Solución Utilizando el procedimiento presentado anteriormente:

1. El cociente de presión real:

$$\frac{p_{atm}}{p_1} = \frac{14.2 \text{ lb/pulg}^2 \text{ absolutas}}{(10.0 + 14.2) \text{ lb/pulg}^2 \text{ absolutas}} = 0.587$$

2. Determine el cociente de presión crítico del apéndice N. Para el aire, es de 0.528.

3a. Debido a que el cociente real es mayor que el cociente crítico, la ecuación (18–11) se utiliza para la velocidad de flujo de peso. Debemos calcular el área de la garganta de la boquilla, A_2.

$$A_2 = \pi(D_2)^2/4 = \pi(0.100 \text{ pulg})^2/4 = 0.00785 \text{ pulg}^2$$

Convirtiendo a pies^2, obtenemos:

$$A_2 = 0.00785 \text{ pulg}^2 (1.0 \text{ pie}^2/144 \text{ pulg}^2) = 5.45 \times 10^{-5} \text{ pies}^2$$

La ecuación (18–3) puede utilizarse para calcular γ_1:

$$\gamma_1 = \frac{2.70\, p_1}{T_1} = \frac{2.70(24.2 \text{ lb/pulg}^2 \text{ absolutas})}{(80 + 460)\,°\text{R}} = 0.121 \text{ lb/pies}^3$$

Es útil convertir p_1 a las unidades de lb/pie².

$$p_1 = \frac{24.2\ \text{lb}}{\text{pulg}^2}\,\frac{144\ \text{pulg}^2}{\text{pies}^2} = 3485\ \text{lb/pies}^2$$

Después, utilizando la ecuación (18–11), con unidades consistentes del Sistema Británico de Unidades, encontramos el resultado para W en lb/s.

$$W = A_2\sqrt{\frac{2gk}{k-1}\,(p_1\gamma_1)\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{2/k} - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(k+1)/k}\right]} \qquad (18\text{–}11)$$

$$W = (5.45 \times 10^{-5})\sqrt{\frac{2(32.2)(1.4)(3485)(0.121)}{(1.4-1)}\,[(0.587)^{2/1.4} - (0.587)^{2.4/1.4}]}$$

$$W = 4.32 \times 10^{-3}\ \text{lb/s}$$

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 18.6** Para las condiciones utilizadas en el ejemplo ilustrativo 18.5, calcule la velocidad de flujo en la garganta de la boquilla y el número de Mach para el flujo.

Solución La ecuación (18–10) debe utilizarse para calcular la velocidad en la garganta. En el Sistema Británico de Unidades, la velocidad estará en pies/s.

$$v_2 = \left\{\frac{2gp_1}{\gamma_1}\left(\frac{k}{k-1}\right)\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(k-1)/k}\right]\right\}^{1/2} \qquad (18\text{–}10)$$

$$v_2 = \left\{\left(\frac{2(32.2)(3485)}{0.121}\right)\left(\frac{1.40}{0.40}\right)(1 - (0.587)^{0.4/1.4})\right\}^{1/2}$$

$$v_2 = 957\ \text{pies/s}$$

Para calcular el número de Mach, necesitamos calcular la velocidad del sonido en el aire en las condiciones existentes en la garganta utilizando la ecuación (18–13):

$$c = \sqrt{\frac{kgp_2}{\gamma_2}} \qquad (18\text{–}13)$$

La presión $p_2 = p_{\text{atm}} = 14.2$ lb/pulg² absolutas. Convirtiendo a lb/pie², obtenemos,

$$p_2 = \left(\frac{14.2\ \text{lb}}{\text{pulg}^2}\right)\left(\frac{144\ \text{pulg}^2}{1.0\ \text{pies}^2}\right) = 2045\ \text{lb/pies}^2$$

El peso específico, γ_2, puede calcularse de la ecuación (18–8).

$$\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{1/k} \qquad (18\text{–}8)$$

Sabiendo que $\gamma_1 = 0.121$ lb/pie³, obtenemos:

$$\gamma_2 = \gamma_1\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{1/k}$$

$$\gamma_2 = (0.121)(0.587)^{1/1.4} = 0.0827\ \text{lb/pies}^3$$

Por consiguiente, la velocidad del sonido es:

$$c = \sqrt{\frac{kgp_2}{\gamma_2}} \tag{18–13}$$

$$c = \sqrt{\frac{(1.4)(32.2)(2045)}{0.0827}} = 1056 \text{ pies/s}$$

Ahora el número de Mach puede calcularse.

$$N_M = \frac{v}{c} = \frac{957 \text{ pies/s}}{1056 \text{ pies/s}} = 0.906$$

☐ EJEMPLO ILUSTRATIVO 18.7

Calcule la velocidad de flujo de peso del aire desde un tanque a través de la boquilla que se muestra en la figura 18.9 si la presión en el tanque se eleva a 20.0 lb/pulg^2 relativas. Todas las demás condiciones son las mismas que las del ejemplo ilustrativo 18.5.

Solución Utilice el mismo procedimiento que se describió anteriormente:

1. El cociente de presión real:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{14.2 \text{ lb/pulg}^2 \text{ absolutas}}{(20.0 + 14.2) \text{ lb/pulg}^2 \text{ absolutas}} = 0.415$$

2. El cociente de presión crítico es, de nuevo, 0.528 para el aire.

3b. Debido a que el cociente de presión real es menor que el cociente de presión crítico, se debe utilizar la ecuación (18–15).

$$W_{\text{máx}} = A_2\sqrt{\frac{2gk}{k+1}(p_1\gamma_1)\left(\frac{2}{k+1}\right)^{2/(k-1)}} \tag{18–15}$$

Calculando γ_1 para p_1 = 34.2 lb/pulg^2 absolutas, obtenemos:

$$\gamma_1 = \frac{2.70\, p_1}{T_1} = \frac{(2.70)(34.2 \text{ lb/pulg}^2 \text{ absolutas})}{540\ ^\circ\text{R}} = 0.171 \text{ lb/pies}^3$$

Necesitamos la presión p_1 en lb/pie^2.

$$p_1 = \left(\frac{34.2 \text{ lb}}{\text{pulg}^2}\right)\left(\frac{144 \text{ pulg}^2}{\text{pies}^2}\right) = 4925 \text{ lb/pies}^2$$

Por lo tanto, la velocidad de flujo de peso es:

$$W_{\text{máx}} = (5.45 \times 10^{-5})\sqrt{\frac{2(32.2)(1.4)(4925)(0.171)}{2.4}\left[\frac{2}{2.4}\right]^{2/0.4}}$$

$$W_{\text{máx}} = 6.15 \times 10^{-3} \text{ lb/s}$$

La velocidad del flujo de aire en la garganta será la velocidad del sonido en las condiciones en la garganta. Sin embargo, la presión en la garganta debe determinarse del cociente de presión crítico; véase la ecuación (18–12).

$$\left(\frac{p_2}{p_1}\right)_c = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{k/(k-1)} = 0.528$$

$$p_2' = p_1\,(0.528) = (4925 \text{ lb/pies}^2)(0.528) = 2600 \text{ lb/pies}^2$$

Sabiendo que $\gamma_1 = 0.171$ lb/pie^3, obtenemos:

$$\gamma_2 = \gamma_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{1/k}$$

$$\gamma_2 = (0.171)(0.528)^{1/1.4} = 0.1084 \text{ lb/pies}^3$$

Por consiguiente, la velocidad del sonido y también la velocidad en la garganta es:

$$c = \sqrt{\frac{kgp_2}{\gamma_2}} = \sqrt{\frac{(1.4)(32.2)(2600)}{0.1084}} = 1040 \text{ pies/s}$$

Por supuesto, el número de Mach en la garganta es, por lo tanto, 1.0.

REFERENCIAS

1. Air Movement and Control Association. 1987. *Air Systems, ACMA Publication 200*. Arlington Heights, Illinois: ACMA.
2. American Society of Mechanical Engineers. 1979. *Glossary of Terms Used in the Measurement of Fluid Flow in Pipes*. Standard ANSI/ASME MFC-1M-1979. Nueva York: Autor.
3. Crane Co. 1988. *Flow of Fluids Through Valves, Fittings and Pipe*. Technical Paper 410. Joilet, Il: Autor.
4. Hartzell Fan, Inc. 1987. *Hartzell Stock Fans and Blowers*. Piqua, Ohio: Autor.
5. Idelchik, I.E. 1986. *Handbook of Hydraulic Resistance, 2ª ed.* Washington, D.C: Hemisphere Publishing Corporation.
6. Matley, Jay, ed., and the staff of Chemical Engineering. 1979. *Fluid Movers: Pumps, Compressors, Fans and Blowers*. Nueva York: McGraw-Hill.
7. Osborne, W. C. 1977. *Fans*. 2ª ed. Nueva York: Pergamon Press.
8. The Trane Company. 1965. *Trane Air Conditioning Manual*. La Crosse, Wisconsin: Autor.

PROBLEMAS DE PRÁCTICA

Unidades y factores de conversión

18.1E Una tubería en un sistema de aire comprimido está transportando 2650 cfm. Calcule la velocidad de flujo en pies^3/s.

18.2E Un ducto en un sistema de calentamiento transporta 8320 cfm. Calcule la velocidad de flujo en pies^3/s.

18.3C Una tubería en un sistema de aire comprimido transporta 2650 cfm. Calcule la velocidad de flujo en m^3/s.

18.4C Un ducto en un sistema de calentamiento transporta 8320 cfm. Calcule la velocidad de flujo en m^3/s.

18.5C La velocidad de flujo en un ducto de ventilación es de 1140 pies/min. Calcule la velocidad en m/s.

18.6C La velocidad del flujo de aire en un ducto en un sistema de aire acondicionado es de 5.62 m/s. Calcule la velocidad en pies/s.

18.7E Una medición de la presión estática en un ducto de calefacción es de 4.38 pulg de H_2O. Exprese esta presión en lb/pulg^2.

18.8C Un ventilador se calcula para entregar 4760 cfm de aire a una presión estática de 0.75 en H_2O. Exprese la velocidad de flujo en m^3/s y la presión en Pa.

18.9C La presión estática en una tubería de gas tiene un valor de 925 Pa. Exprese esta presión en H_2O.

18.10C Exprese la presión de 925 Pa en lb/pulg^2.

Ventiladores, sopladores y compresores

18.11 Describa un ventilador centrífugo con aspas inclinadas hacia atrás.

18.12 Describa un ventilador centrífugo con aspas curvadas hacia adelante.

18.13 Describa un ventilador de ducto.

18.14 Describa un soplador de paleta axial y compárelo con un ventilador de ducto.

18.15 Nombre cuatro tipos de compresores de desplazamiento positivo.

18.16 Nombre un tipo de compresor que se utilice con frecuencia en sistemas de potencia de fluido neumático.

Peso específico del aire

18.17E Calcule el peso específico del aire a 80 lb/pulg^2 relativas y 75 °F.

18.18E Calcule el peso específico del aire a 25 lb/pulg^2 relativas y 105 °F.

18.19E Calcule el peso específico del gas natural a 4.50 en H_2O y 55 °F.

18.20E Calcule el peso específico del nitrógeno a 32 lb/pulg^2 relativas y 120°F.

18.21M *Calcule el peso específico del aire a 1260 Pa(medibles) y 25 °C.*

18.22E Calcule el peso específico del propano a 12.6 lb/pulg^2 relativas y 85 °F.

Flujo de aire comprimido en tuberías

18.23E Un compresor de aire entrega 820 cfm de aire libre. Calcule la velocidad de flujo del aire en una tubería en la que la presión es de 80 lb/pulg^2 relativas y la temperatura es de 75 °F.

18.24E Un compresor de aire entrega 2880 cfm de aire libre. Calcule la velocidad de flujo del aire en una tubería en la que la presión es de 65 lb/pulg^2 relativas y la temperatura es de 95 °F.

18.25E Especifique un tamaño de tubería de acero Calibre 40 para transportar 750 cfm (entrega al aire libre) a 100 lb/pulg^2 relativas con una caída de presión de no más de 5.0 lb/pulg^2 en 100 pies de tubería.

18.26E Especifique un tamaño de tubería de acero Calibre 40 apropiada para transportar 165 cfm (entrega al aire libre) a 100 lb/pulg^2 relativas con una caída de presión de no más de 5.0 lb/pulg^2 en 100 pies de tubería.

18.27E Especifique un tamaño de tubería de acero Calibre 40 apropiado para transportar 800 cfm (entrega al aire libre) a un contenedor de un reactor en una planta de procesos químicos en la que la presión debe ser de al menos 100 lb/pulg^2 relativas a 70 °F. La longitud total de la tubería desde el compresor hasta el contenedor del reactor es de 350 pies. La línea contiene ocho codos estándar, dos válvulas de compuerta de apertura total y una válvula *check* del tipo de balanceo. Después de completar el diseño, determine la presión que se requiere en el compresor.

18.28E En un proceso de aeración, una planta de tratamiento de aguas residuales requiere de 3000 cfm de aire comprimido. La presión debe ser de 80 lb/pulg^2 relativas y la temperatura debe ser de 120 °F. El compresor se ubica en un edificio de servicio y se requiere de 180 pies de tubería. La línea también contiene una válvula tipo mariposa de apertura total, 12 codos, cuatro tes con el flujo a través de la corrida, y una válvula *check* tipo bola. Especifique un tamaño adecuado de tubería de acero Calibre 40 y determine la presión que se requiere en el compresor.

Flujo de gases a través de boquillas

18.29E Fluye aire desde un depósito en el que la presión es de 40.0 lb/pulg^2 relativas y la temperatura es de 20.0 lb/pulg^2 relativas. El flujo se considerará adiabático. Calcule el peso específico del aire tanto en el depósito como en la tubería.

18.30M *Fluye aire desde un depósito en el que la presión es de 275 kPa y la temperatura de 25 °C, hacia una tubería en la que la presión es de 140 kPa. El flujo se considerará adiabático. Calcule el peso específico del aire tanto en el depósito como en la tubería.*

18.31E El refrigerante 12 se expande en forma adiabática desde 35.0 lb/pulg^2 relativas a una temperatura de 60 °F hasta 3.6 lb/pulg^2 relativas. Calcule el peso específico del refrigerante en ambas condiciones.

18.32E Se está descargando oxígeno de un tanque en el que la presión es de 125 lb/pulg^2 relativas y la temperatura es de 75 °F a través de una boquilla de diámetro igual a 0.120 pulg. El oxígeno fluye hacia la atmósfera, donde la presión es de 14.10 lb/pulg^2 absolutas. Calcule la velocidad de flujo de peso desde el tanque y la velocidad del flujo a través de la boquilla.

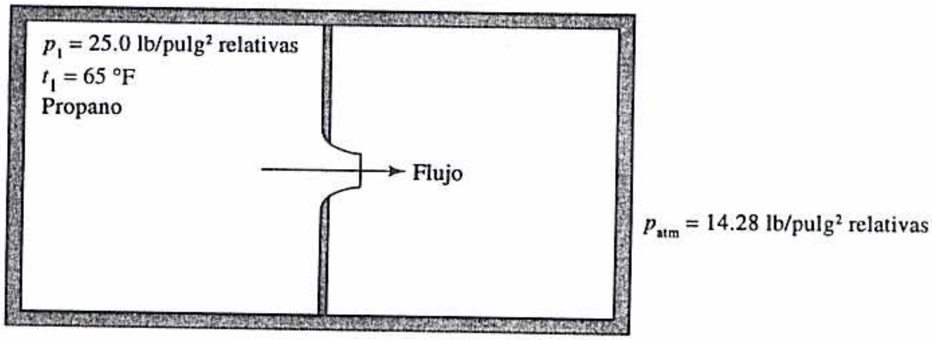
18.33E Repita el problema 18.32, pero cambie la presión en el tanque a 7.50 lb/pulg^2 relativas.

18.34E Una llanta de alto rendimiento se carga con nitrógeno a 50 lb/pulg^2 relativas y 70 °F. ¿A qué velocidad escapará el nitrógeno a través de la válvula de diámetro igual a 0.062 pulg a la atmósfera a una presión de 14.60 lb/pulg^2 absolutas?

18.35E Repita el problema 18.34 a presiones internas de 45 lb/pulg^2 relativas a 0 lb/pulg^2 relativas en decrementos de 5.0 lb/pulg^2 relativas. Realice una gráfica de velocidad de flujo de peso *versus* presión interna de la llanta.

18.36E La figura 18.11 muestra un contenedor de dos compartimientos. Los compartimientos están conectados por medio de una boquilla convergente lisa. El compartimiento izquierdo contiene gas propano y se mantiene a una presión constante de 25 lb/pulg^2 relativas y 65 °F. El compartimiento derecho inicia a una presión de 25 lb/pulg^2 relativas y después se disminuye la presión lentamente a 0.0 lb/pulg^2 relativas. La pre-

FIGURA 18.11 Contenedor para el problema 18.36.


p_1 = 25.0 lb/pulg² relativas
t_1 = 65 °F
Propano
Flujo
p_{atm} = 14.28 lb/pulg² relativas

sión atmosférica local es de 14.28 lb/pulg² absolutas. Calcule la velocidad de flujo de paso del propano a través de la boquilla conforme la presión disminuye en decrementos de 5.0 lb/pulg². Grafique la velocidad de flujo de peso *versus* la presión en el compartimiento derecho.

18.37M *Fluye aire desde un tanque grande hacia la atmósfera a través de una boquilla convergente lisa, donde la presión es de 98.5 kPa absolutos. La temperatura en el tanque es de 95 °C. Calcule la presión mínima en el tanque que se requiere para producir una velocidad sónica en la boquilla.*

18.38M *Para las condiciones del problema 18.37, calcule la magnitud de la velocidad sónica en la boquilla.*

18.39M *Para las condiciones del problema 18.37, calcule la velocidad del flujo de peso del aire desde el tanque si el diámetro de la boquilla es de 10.0 mm.*

18.40M *Un tanque de refrigerante 12 está a 150 kPa medidas y a 20 °C. ¿A qué velocidad fluirá el refrigerante desde el tanque en la atmósfera, donde la presión es de 100.0 kPa absolutos, a través de una boquilla lisa que tiene un diámetro de garganta de 8.0 mm?*

18.41M *Para el tanque descrito en el problema 18.40, calcule la velocidad de flujo de peso a través de la boquilla para las presiones de tanque medidas de 125 kPa, 100 kPa, 75 kPa, 50 kPa y 25 kPa. Suponga que la temperatura en el tanque es de 20 °C en todos los casos. Grafique la velocidad de flujo de peso* versus *la presión del tanque.*

TAREAS DE PROGRAMACIÓN EN COMPUTADORA

1. Escriba un programa que lleve a cabo los cálculos que se sugieren en las ecuaciones (18–2) y (18–3) para el peso específico de un gas y la corrección de la velocidad de flujo de volumen para presiones y temperaturas, diferentes de las condiciones de aire libre estándares.
2. Escriba un programa para el análisis del flujo de aire comprimido en un sistema de línea de tubería. El programa deberá utilizar un procedimiento similar al que se describió en el ejemplo ilustrativo 18.4. Note que algunas de las características del programa son similares a las que se utilizaron en capítulos anteriores para el flujo de líquidos en sistemas de línea de tubería.
3. Escriba un programa que calcule la velocidad y la velocidad de peso de flujo de un gas desde un tanque a través de una boquilla convergente lisa. El programa deberá utilizar las ecuaciones (18–6) a (18–16), que involucran el cociente de presión crítica y la velocidad sónica.

■■■■ 19 Flujo de aire en ductos

19.1 OBJETIVOS

Los sistemas de ventilación y aire acondicionado distribuyen el aire a través de ductos a relativamente baja presión. Los ventiladores o sopladores que son responsables del movimiento del aire pueden describirse como dispositivos de alto volumen y baja presión. Se requiere un conocimiento de las presiones en el sistema de ductos para adaptar en forma apropiada un ventilador a un sistema dado, para asegurar la entrega de una cantidad adecuada de aire, y para equilibrar el flujo en varias partes del sistema.

Después de haber terminado el estudio de este capítulo, usted deberá ser capaz de:

1. Describir los elementos básicos de un sistema de distribución de aire que pueda utilizarse para calentamiento, ventilación o aire acondicionado.
2. Determinar las pérdidas de energía en ductos considerando secciones rectas y accesorios.
3. Determinar los diámetros equivalentes circulares de ductos rectangulares.
4. Analizar y diseñar el sistema de ductos para transportar aire a espacios que requieren aire acondicionado y para lograr equilibrio en el sistema.
5. Identificar los requerimientos en la selección de ventiladores para el sistema.

19.2 UN EJEMPLO DE SISTEMA DE DISTRIBUCIÓN DE AIRE

La figura 19.1 es un bosquejo de la disposición de un sistema de distribución de aire. El aire del exterior entra al edificio en el punto 1 a través de lumbreras que protegen el sistema de ductos del viento y la lluvia. La velocidad del flujo de aire a través de las lumbreras debe ser relativamente bajo, de un valor aproximado de 500 pies/min (2.5 m/s), para minimizar el ingreso de contaminantes indeseados. El ducto por lo tanto se reduce a un tamaño más pequeño para entregar el aire al lado de succión de un ventilador. Se muestra una contracción repentina del ducto, aunque una reducción más gradual tendría una pérdida de presión menor.

El amortiguador en el ducto de entrada puede cerrar en forma parcial el ducto para disminuir el flujo si así se desea. El ducto de entrada entrega el aire a la entrada del ventilador, donde se incrementa su presión por medio de la acción de una rueda ventiladora.

La salida del ventilador es transportada por un ducto principal, del cual cuatro ramas entregan el aire a sus puntos de utilización. Los amortiguadores, mostrados en cada una de las ramas, permiten el equilibrio del sistema mientras éste se encuentra en operación. Se utilizan rejillas en cada salida para distribuir el aire a los espacios que se van a acondicionar (en este ejemplo, tres oficinas y una sala de conferencias).

La mayor parte del sistema de ductos que se muestra está sobre el techo. Note que el codo está ubicado sobre cada rejilla de salida para conducir el flujo de aire hacia abajo a través del sistema de ductos del techo.

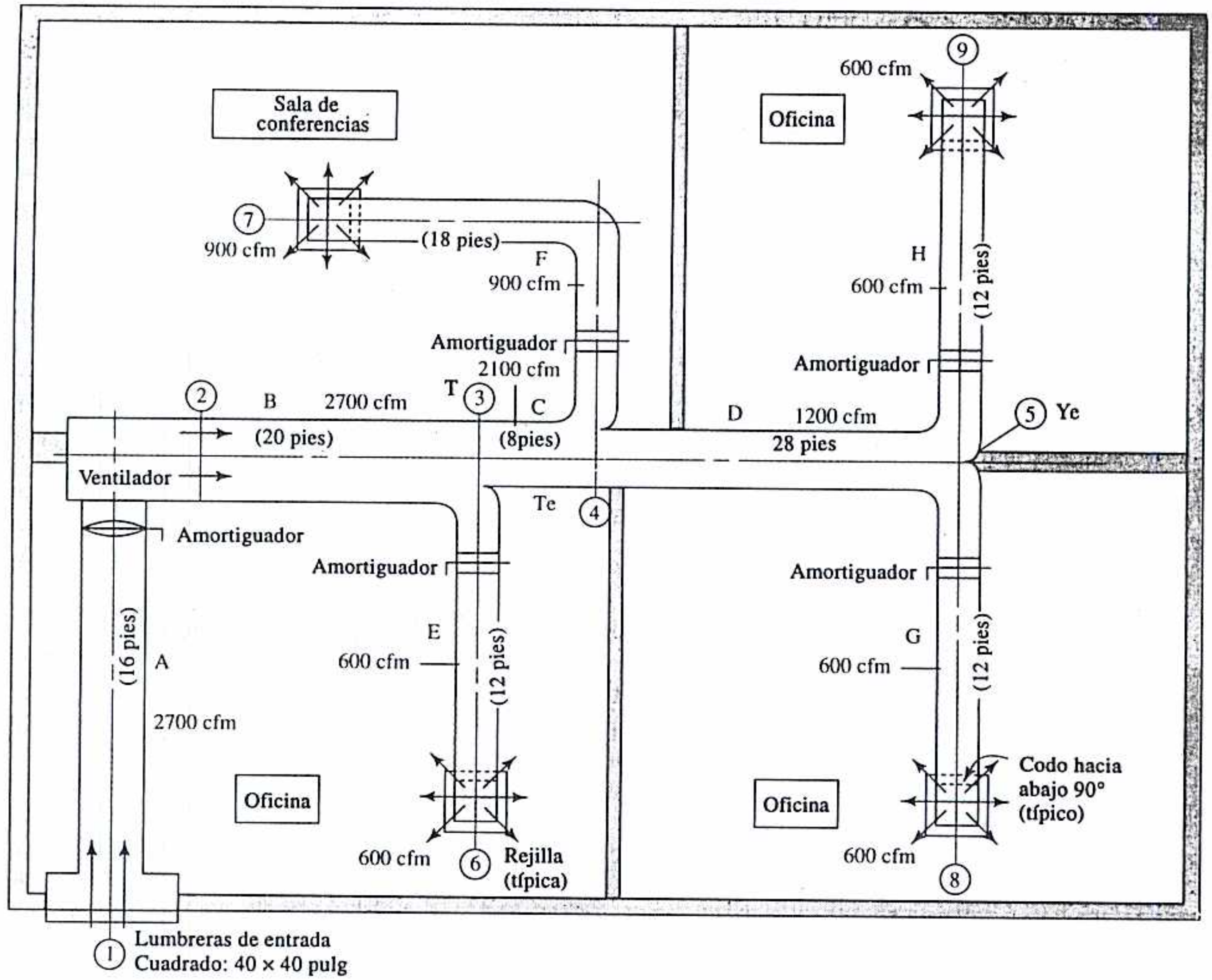


FIGURA 19.1 Sistema de distribución de aire.

Es importante comprender los parámetros básicos de operación de dicho sistema de manejo de aire. Obviamente, el aire del exterior del edificio se encuentra a la presión atmosférica que prevalece. Para provocar el flujo por un ducto a través de las lumbreras de alimentación, el ventilador debe generar una presión menor que la atmosférica en el ducto. Ésta es una presión de lectura negativa. Conforme el aire fluye a través del ducto, las pérdidas por fricción provocan que la presión disminuya aún más. Asimismo, cualquier obstrucción en el flujo, tal como un amortiguador, y T o Y que dirigen el flujo, provocan que la presión disminuya. El ventilador incrementa la presión del aire y la fuerza a través del sistema de ductos de alimentación hacia las rejillas de salida.

El aire dentro de los cuartos del edificio puede estar un poco más arriba de la presión atmosférica. Algunos diseñadores de sistemas de manejo de aire prefieren tener una pequeña presión positiva en el edificio para un mejor control y eliminar giros. Sin embargo, cuando se diseña el sistema de ductos, normalmente se considera que la presión dentro del edificio sea igual a la presión fuera de éste.

19.3
PÉRDIDAS DE ENERGÍA EN DUCTOS

Dos tipos de pérdida de energía en sistemas de ductos provocan que la presión disminuya a lo largo de la trayectoria del flujo. Las pérdidas por fricción se presentan a medida que el aire fluye a través de accesorios tales como T y Y y por medio de los dispositivos de control de flujo.

Las *pérdidas por fricción* pueden estimarse utilizando la ecuación de Darcy que se presentó en el capítulo 9 para el flujo de líquidos. Sin embargo, se han preparado tablas por parte de la American Society of Heating, Refrigerating, and Air-Conditioning Engineers (ASHRAE) para las condiciones típicas encontradas en el diseño de ductos. Las figuras 19.2 y 19.3 muestran la pérdida por fricción h_L como una función de la velocidad de flujo de volumen, con dos juegos de líneas diagonales que muestran el diámetro de ductos circulares y la velocidad de flujo. Las unidades utilizadas para las diferentes cantidades y las condiciones supuestas se resumen en la tabla 19.1. La referencia 2 muestra los factores de corrección para otras condiciones. Véase la Sección 18.2 para información sobre velocidades de flujo de aire y presiones.

TABLA 19.1 Unidades y condiciones supuestas para las gráficas de fricción.

	Sistema Británico de Unidades	Unidades SI
Velocidad de flujo	pies^3/min (cfm)	m^3/s
Pérdida por fricción, h_L	pulg de agua por 100 pies (pulg H_2O/100 pies)	Pa/m
Velocidad	pies/min	m/s
Diámetro del ducto	pulg	mm
Peso específico del aire	0.075 lb/pies^3	11.81 N/m^3
Rugosidad en la superficie del ducto	5×10^{-4} pies	1.5×10^{-4} m
Condiciones del aire	14.7 lb/pulg^2 absolutas; 68 °F	101.3 kPa; 20 °C

Aunque con frecuencia se utilizan los ductos circulares para distribuir aire a través de sistemas de calefacción, ventilación y aire acondicionado, es, en general, más conveniente utilizar ductos debido a las limitaciones de espacio, en particular sobre techos. El radio hidráulico del ducto rectangular puede utilizarse para caracterizar su medida (como se estudió en la Sección 8.6). Cuando se llevan a cabo las sustituciones necesarias del radio hidráulico para el diámetro en relaciones para valocidad, número de Reynolds, rugosidad relativa y el correspondiente factor de fricción, vemos que el *diámetro equivalente* para un ducto rectangular es:

DIÁMETRO EQUIVALENTE PARA UN DUCTO RECTANGULAR

$$D_e = \frac{1.3(ab)^{5/8}}{(a + b)^{1/4}} \qquad \textbf{(19–1)}$$

donde a y b son los lados del rectángulo.

Esto le permite utilizar las gráficas de pérdidas de fricción en las figuras 19.2 y 19.3 para ductos rectangulares así como también para los circulares. La tabla 19.2 en la página 522 muestra algunos resultados calculados utilizando la ecuación 19–1.

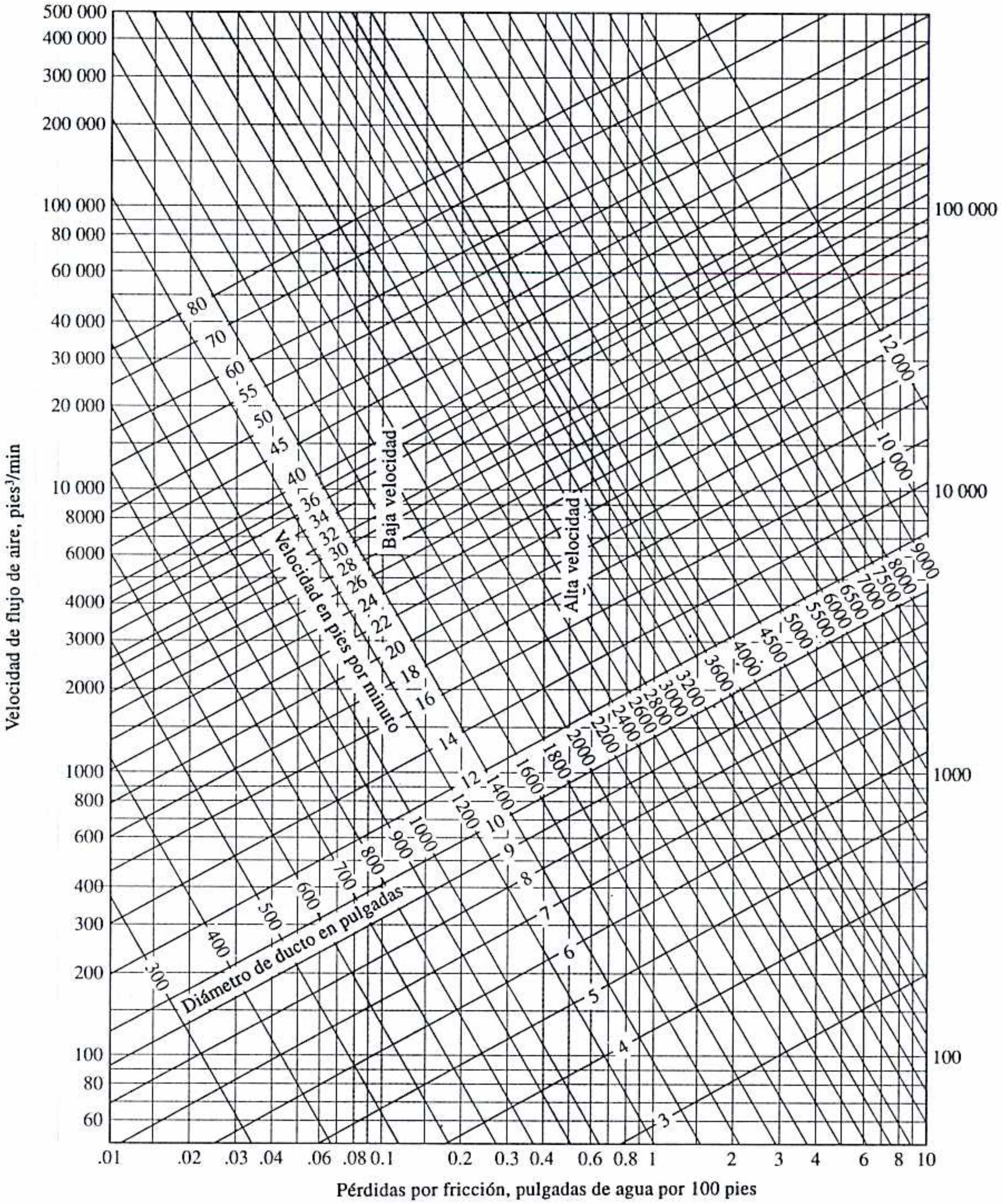


FIGURA 19.2 Pérdida por fricción en ductos–Sistema Británico de Unidades. (Reimpreso con permiso del *Manual ASHRAE:1981 Fundamentals.*)

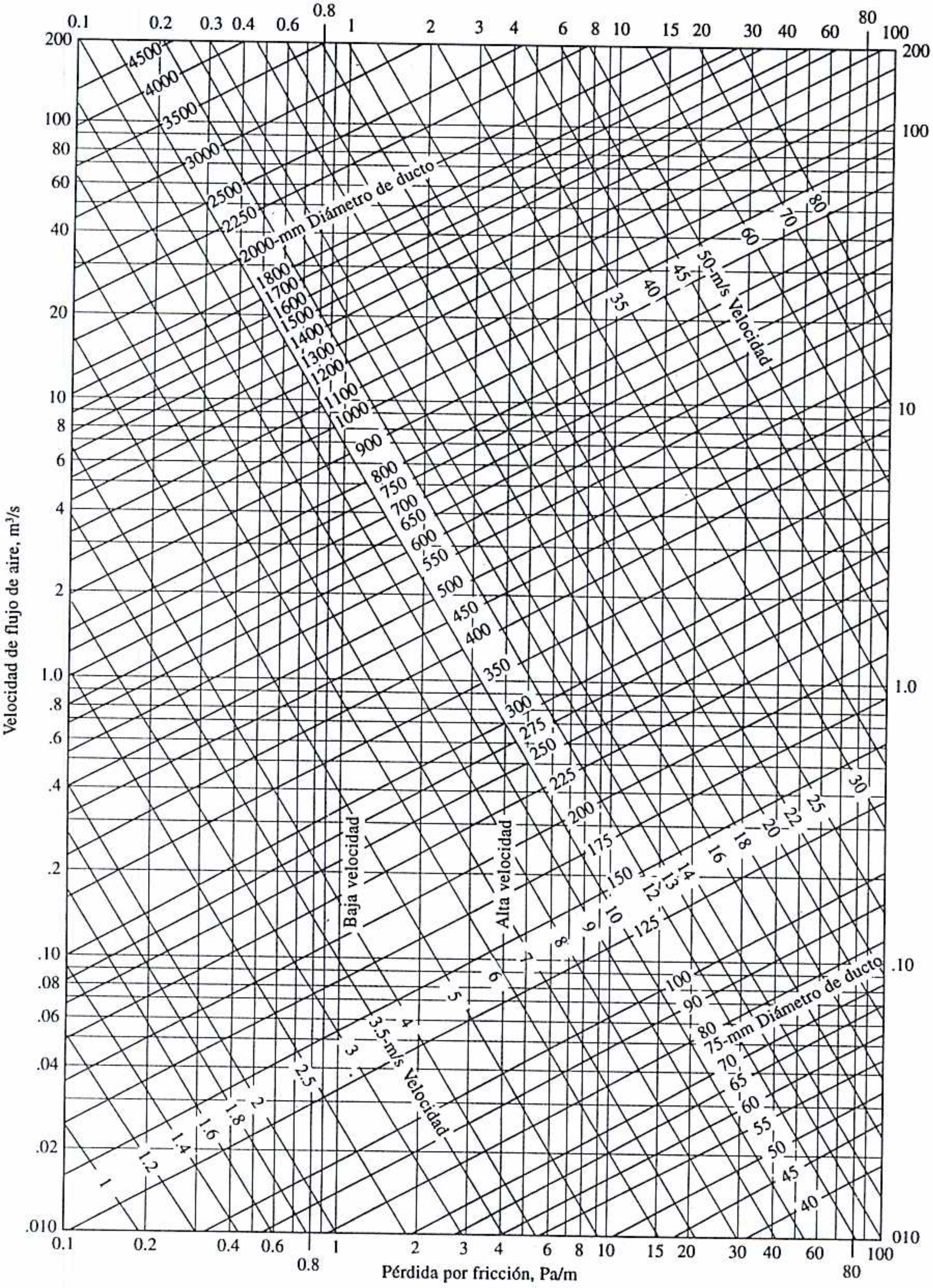


FIGURA 19.3 Pérdidas por fricción en ductos–unidades SI. (Reimpreso con permiso del *Manual ASHRAE: 1981 Fundamentals.*)

TABLA 19.2 Diámetros equivalentes circulares de ductos rectangulares.

Lado *a* (pulg)	Lado *b* (pulg)												
	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
6	6.6												
8	7.6	8.7											
10	8.4	9.8	10.9										
12	9.1	10.7	12.0	13.1									
14	9.8	11.5	12.9	14.2	15.3								
16	10.4	12.2	13.7	15.1	16.4	17.5							
18	11.0	12.9	14.5	16.0	17.3	18.5	19.7						
20	11.5	13.5	15.2	16.8	18.2	19.5	20.7	21.9					
22	12.0	14.1	15.9	17.6	19.1	20.4	21.7	22.9	24.0				
24	12.4	14.6	16.5	18.3	19.9	21.3	22.7	23.9	25.1	26.2			
26	12.8	15.1	17.1	19.0	20.6	22.1	23.5	24.9	26.1	27.3	28.4		
28	13.2	15.6	17.7	19.6	21.3	22.9	24.4	25.8	27.1	28.3	29.5	30.6	
30	13.6	16.1	18.3	20.2	22.0	23.7	25.2	26.6	28.0	29.3	30.5	31.7	32.8

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 19.1** Determine la velocidad de flujo y la cantidad de pérdidas por fricción que se presentaría a medida que el aire fluya a 3000 cfm a través de 80 pies de ducto circular que tenga un diámetro de 22 pulgadas.

Solución Podemos utilizar la figura 19.2 para determinar que la velocidad tiene un valor aproximado de 1150 pies/min y que la pérdida por fricción por cada 100 pies de ducto (h_L) es de 0.082 pulg H_2O. Por consiguiente, por proporción, la pérdida para 80 pies es:

$$H_L = h_L(L/100) = (0.082 \text{ pulg } H_2O)\left(\tfrac{80}{100}\right) = 0.066 \text{ pulg } H_2O$$

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 19.2** Especifique las dimensiones de un ducto rectangular que tendría las mismas pérdidas por fricción que el ducto circular que se describió en el ejemplo ilustrativo 19.1.

Solución De la tabla 19.2, podemos especificar un ducto rectangular de 14 por 30 pulg que tendría la misma pérdida que el ducto circular de 22.0 pulg de diámetro. Otros ductos que tendrían aproximadamente la misma pérdida serían los ductos rectangulares de 16 por 16 pulg, 18 por 22 pulg y 20 por 20 pulg. Tal lista proporciona al diseñador muchas opciones cuando se trata de adecuar un sistema de ductos a espacios determinados.

Las *pérdidas dinámicas* se pueden estimar utilizando los datos publicados para coeficientes de pérdida de aire que fluye a través de ciertos accesorios (véanse referencias 2 y 3). También, los fabricantes de dispositivos especiales de manejo de aire publican una gran cantidad de información acerca de las caídas de presión esperadas. La tabla 19.3 presenta algunos ejemplos para utilizarse en problemas en este libro. Note que estos datos están muy simplificados. Por ejemplo, los coeficientes de pérdida reales en las T dependen del tamaño de las ramas y de la cantidad de flujo de aire en cada rama. Como con las pérdidas menores estudiadas en el

TABLA 19.3 Ejemplos de factores de pérdida en accesorios de ductos.

Coeficiente de pérdida dinámica, *C*

Codos a 90°	
Liso, redondo	0.22
5 piezas, redondo	0.33
4 piezas, redondo	0.37
3 piezas, redondo	0.42
Puntiagudo, redondo	1.20
Liso, rectangular	0.18
T, rama	1.00
T, flujo a través de la tubería principal	0.10
Y simétrica	0.30

Amortiguador:

Posición	0° (completamente abierto)	10°	20°	30°	40°	50°
C	0.20	0.52	1.50	4.5	11.0	29

Rejilla de salida: Suponga que la caída total de presión a través de la rejilla es de 0.06 pulg H_2O (15 Pa).

Lumbreras de alimentación: Suponga que la caída de presión total a través de la lumbrera es de 0.07 pulg H_2O (17 Pa).

Pérdida dinámica en accesorios = $C(H_v)$, en donde H_v = presión de velocidad que corre hacia arriba del accesorio.

Los valores mostrados son ejemplos para utilizarse sólo en la resolución de problemas en este libro. Muchos factores afectan los valores reales para un tipo de accesorio dado. Remítase a la referencia 2 o a los catálogos del fabricante para obtener una información más completa.

capítulo 10, los cambios en el área de flujo o dirección de flujo deben hacerse tan parejos como sea posible para minimizar las pérdidas dinámicas. Los datos para codos a 90°, redondos, muestran la maxima variación posible.

La pérdida dinámica para un accesorio se calcula de:

$$H_L = C(H_v) \tag{19–2}$$

donde C es el coeficiente de pérdida de la tabla 19.3 y H_v es *la presión de velocidad* o *la cabeza de velocidad.*

En el Sistema Británico de Unidades, los niveles de presión y las pérdidas se expresan típicamente en pulgadas de agua, las cuales son en realidad una medida de cabeza de presión. Por consiguiente:

$$H_v = \frac{\gamma_a v^2}{2g\gamma_w} \tag{19–3}$$

donde γ_a es el peso específico del aire, v es la velocidad de flujo, y γ_w es el peso específico del agua. Cuando la velocidad se expresa en pies por minuto y se utilizan las condiciones del aire estándar, la ecuación (19–3) se reduce a:

⇨ **PRESIÓN DE VELOCIDAD PARA EL FLUJO DE AIRE (EUA)**

$$H_v = \left(\frac{v}{4005}\right)^2 \tag{19–4}$$

Cuando se utiliza el sistema de unidades SI, los niveles de presión y las pérdidas se miden en la unidad de presión Pa. Por consiguiente:

$$H_v = \frac{\gamma_a v^2}{2g} \tag{19–5}$$

Cuando la velocidad se expresa en m/s y se utilizan las condiciones del aire estándar, la ecuación (19–5) se reduce a:

PRESIÓN DE VELOCIDAD PARA EL FLUJO DE AIRE (SI)

$$H_v = \left(\frac{v}{1.289}\right)^2 \text{ Pa} \tag{19–6}$$

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 19.3** Estime la caída de presión que se presenta cuando 3000 cfm de aire fluye alrededor de un codo rectangular liso a 90° con dimensiones de los lados de 14 × 24 pulgadas.

Solución Utilice la tabla 19.2 para ver que el diámetro equivalente del ducto es de 19.9 pulg. De la figura 19.2 encontramos que la velocidad de flujo es de 1400 pies/min. Por consiguiente, utilizando la ecuación (19-4), calculamos:

$$H_v = \left(\frac{v}{4005}\right)^2 = \left(\frac{1400}{4005}\right)^2 = 0.122 \text{ pulg } H_2O$$

De la tabla 19.3, encontramos que $C = 0.18$. Por consiguiente, la caída de presión es:

$$H_L = C(H_v) = (0.18)(0.122) = 0.022 \text{ pulg } H_2O$$

19.4 EJEMPLO DE DISEÑO DE DUCTOS

En la Sección 19.2, se describieron las características generales de los ductos para el transporte del flujo de aire. La figura 19.1 muestra un sistema de ductos simple cuya operación ya ha sido descrita. En esta sección, describimos un método de diseño de tal sistema de ductos.

Los objetivos del proceso de diseño son especificar las dimensiones razonables para las diferentes secciones del sistema de ductos, para estimar la presión de aire en puntos clave, para determinar los requerimientos que deberá cubrir el ventilador en el sistema, y para equilibrar el sistema. El equilibrio requiere que la caída de presión desde la salida del ventilador hasta cada rejilla de salida sea la misma cuando las secciones de ductos transporten sus capacidades de diseño.

El método de diseño que se ilustra aquí utiliza las figuras 19.2 o 19.3 para especificar una velocidad de flujo adecuada en cada sección de flujo. El tamaño del ducto, ya sea circular o rectangular se puede calcular entonces. Después, se estiman las caídas de presión debido a la fricción o a los accesorios. Después de que se han completado en forma tentativa todos los diseños de las ramas, se calcula la caída de presión total en cada rejilla. El diseño ideal es aquel en que todas las caídas de presión son iguales y el sistema está *equilibrado*. Si las caídas de presión no son iguales, como ocurre con frecuencia, se requieren cambios en el diseño. Para desequilibrios pequeños, un control de flujo como los amortiguadores se pueden utilizar para equilibrar el sistema. Cuando se presentan grandes desviaciones en las caídas de presión entre las secciones de ductos, se deben cambiar tanto los tamaños de éstos como el diseño de accesorios.

Este procedimiento con frecuencia se llama *método de las fricciones iguales o método de reducción de la velocidad.* La lógica de estos nombres se ilustra en la figura 19.2. Cuando especificamos diseños dentro de la parte sombreada de la figura, la pérdida de fricción en cada sección será casi la misma. También, conforme la velocidad de flujo de volumen en cada ducto a lo largo de una rama disminuye, la velocidad de flujo recomendada disminuye. Note que la parte sombreada de la gráfica de pérdida por fricción se aplica solamente a alimentar ductos y ramas en el lado de salida de los ventiladores, típicamente de 700 hasta 1000 pies/min (3.5 hasta 5.0 m/s). Las velocidades más bajas también se utilizan cuando se requiere ruido bajo.

Otros métodos de diseño de sistemas de ductos incluyen el *método de recuperación estática* y el *método de capacidad equilibrada* (véanse referencias 2 y 4).

La mayoría de los sistemas más pequeños para casa y aplicaciones de iluminación comercial son del tipo "de baja velocidad", en los que el sistema de ductos y los accesorios son relativamente simples. En general, el ruido no es un problema importante siempre y cuando no se excedan los límites de las figuras 19.2 y 19.3. Sin embargo, los tamaños de ductos que resultan en un sistema de baja velocidad son relativamente grandes.

Las limitaciones de espacio en el diseño de edificios de oficinas grandes y en ciertas aplicaciones industriales hacen atractivos a los "sistemas de alta velocidad". El nombre proviene del uso de ductos más pequeños para transportar una velocidad de flujo dada. Sin embargo se presentan varias consecuencias:

1. El ruido es generalmente un factor, por lo que se deben utilizar dispositivos de atenuación de ruido especiales.
2. La construcción del ducto debe ser más sustancial y el sellado más crítico.
3. Los costos de operación son generalmente más altos debido a las caídas de presión más grandes y a las presiones totales del ventilador más altas.

Los sistemas de alta velocidad pueden justificarse cuando los costos de instalación son bajos o cuando se logra un uso más eficiente del espacio.

El siguiente ejemplo de diseño es para un sistema de baja velocidad.

☐ **EJEMPLO ILUSTRATIVO 19.4** El sistema que se muestra en la figura 19.1 está siendo diseñado para un edificio de oficinas pequeño. El aire se toma del exterior del edificio por medio de un ventilador y se entrega a través de cuatro ramas hacia tres oficinas y una sala de conferencias. Los flujos de aire que se muestran en cada rejilla de salida se han determinado por otros para proporcionar una adecuada ventilación en cada área. Los amortiguadores en cada rama permiten el ajuste final del sistema.

Complete el diseño del sistema de ductos, especificando el tamaño de cada sección para un sistema de baja velocidad. Calcule la caída de presión esperada para cada sección y en cada accesorio. Después, calcule la caída de presión total a lo largo de cada rama desde el ventilador hacia las cuatro rejillas de salida y verifique el equilibrio del sistema. Si se predice un desequilibrio considerable, rediseñe las partes del sistema apropiadas para lograr un sistema más equilibrado. Después determine la presión total requerida por el ventilador. Utilice la figura 19.2 para estimar las pérdidas por fricción y la tabla 19.3 para los coeficientes de pérdida dinámica.

Solución Primero, trate por separado cada sección de ductos y cada accesorio. Después, analice las ramas.

1. Ducto de alimentación A: $Q = 2700$ cfm; $L = 16$ pies.
   Deje que $\upsilon \approx 800$ pies/min

De la figura 19.2, el valor requerido de $D = 25.0$ pulgadas.
$h_L = 0.035$ pulg H_2O/100 pies.
$H_L = 0.035(16/100) = 0.0056$ pulg H_2O.

2. Amortiguador en el ducto A: $C = 0.20$ (suponga totalmente abierta) (tabla 19.3)
Para 800 pies/min, $H_\upsilon = (800/4005)^2 = 0.040$ pulg H_2O
$H_L = 0.20(0.040) = 0.0080$ pulg H_2O
3. Lumbreras de alimentación: Se ha especificado el tamaño de 40 por 40 pulg para proporcionar una velocidad de aproximadamente 600 pies/min. A través del espacio abierto de las lumbreras. Utilice $H_L = 0.070$ pulg H_2O de la tabla 19.3.
4. La contracción repentina entre la cubierta de la lumbrera y el ducto de alimentación: De la figura 10.7, sabemos que el coeficiente de resistencia depende de la velocidad del flujo y del cociente D_1/D_2 para conductos circulares. Debido a que la cubierta de la rejilla es cuadrada de 40 por 40 pulg, podemos calcular su diámetro equivalente de la ecuación (19-1):

$$D_e = \frac{1.3(ab)^{5/8}}{(a+b)^{1/4}} = \frac{1.3(40 \times 40)^{5/8}}{(40+40)^{1/4}} = 43.7 \text{ pulg}$$

Por consiguiente, de la figura 10.7:

$$D_1/D_2 = 43.7/25 = 1.75$$

y $K = C = 0.31$. Por consiguiente:

$$H_L = C(H_\upsilon) = 0.31(0.04) = 0.0124 \text{ pulg } H_2O$$

5. Pérdida total del sistema de alimentación:

$$H_L = 0.0056 + 0.0080 + 0.07 + 0.0124 = 0.096 \text{ pulg } H_2O$$

Debido a que la presión fuera de las lumbreras es la atmosférica, la presión en la entrada al ventilador es de −0.096 pulg H_2O, una presión de lectura negativa. Una pérdida adicional puede presentarse en la entrada del ventilador si se requiriera un cambio en la geometría para embonar el ducto de alimentación con el ventilador. Se requiere un conocimiento del diseño del ventilador y tal pérdida potencial se ignora en este ejemplo.

Nota: Todos los ductos del lado de la salida del ventilador son rectangulares.

6. Salida del ventilador–ducto B: $Q = 2700$ cfm; $L = 20$ pies.
Deje que $\upsilon \approx 1200$ pies/min; $h_L = 0.110$ pulg H_2O/100 pies.
$D_e = 20.0$ pulg; utilice un tamaño de 12 por 30 pulg para minimizar el espacio adicional requerido.
$H_L = 0.110(20/100) = 0.0220$ pulg H_2O
$H_\upsilon = (1200/4005)^2 = 0.090$ pulg H_2O
7. Ducto E: $Q = 600$ cfm; $L = 12$ pies
Dejemos que $\upsilon \approx 800$ pies/min; $h_L = 0.085$ pulg H_2O/100 pies
$D_e = 12.0$ pulg; utilice un tamaño de 12 por 10 pulg
$H_L = 0.085(12/100) = 0.0102$ pulg H_2O
$H_\upsilon = (800/4005)^2 = 0.040$ pulg H_2O
8. Amortiguador en ducto E: $C = 0.20$ (suponga que está totalmente abierto)
$H_L = 0.20(0.040) = 0.0080$ pulg H_2O

9. Codo en el conducto E: Codo rectangular liso; $C = 0.18$
   $H_L = 0.18(0.040) = 0.0072$ pulg H_2O
10. Rejilla 6 para ducto E: $H_L = 0.060$ pulg H_2O
11. Te 3 desde el ducto B a la rama E, flujo en rama: $C = 1.00$
   H_L basado en la velocidad adelante de la cabeza en el ducto B
   $H_L = 1.00(0.090) = 0.090$ pulg H_2O
12. Ducto C: $Q = 2100$ cfm; $L = 8$ pies
   Deje que $\upsilon \approx 1200$ pies/min; $h_L = 0.110$ pulg H_2O/100 pies
   $D_e = 18.5$ pulg; utilice 12 por 24 pulg de tamaño
   $H_L = 0.110(8/100) = 0.0088$ pulg H_2O
   $H_\upsilon = (1200/4005)^2 = 0.090$ pulg H_2O
13. Te 3 desde el ducto B hasta el ducto C, flujo a través del principal: $C = 0.10$
   $H_L = 0.10(0.090) = 0.009$ pulg H_2O
14. Ducto F: $Q = 900$ cfm; $L = 18$ pies
   Deje que $\upsilon \approx 800$ pies/min; $h_L = 0.068$ pulg H_2O/100 pies
   $D_e = 14.3$ pulg; utilice tamaño 12 por 14 pulg
   $H_L = 0.068(18/100) = 0.0122$ pulg H_2O
   $H_\upsilon = (800/4005)^2 = 0.040$ pulg H_2O
15. Amortiguador en el ducto F: $C = 0.20$ (suponga totalmente abierto)
   $H_L = 0.20(0.040) = 0.0080$ pulg H_2O
16. Dos codos en el ducto F: Codo rectangular liso; $C = 0.18$
   $H_L = 2(0.18)(0.040) = 0.0144$ pulg H_2O
17. Rejilla 7 para ducto F: $H_L = 0.060$ pulg H_2O
18. Te 4 desde el ducto C hasta la rama F, flujo en rama: $C = 1.00$
   H_L basado en la velocidad de cabeza de la T en el ducto C
   $H_L = 1.00(0.090) = 0.090$ pulg H_2O
19. Ducto D: $Q = 1200$ cfm; $L = 28$ pies
   Deje que $\upsilon \approx 1000$ pies/min; $h_L = 0.100$ pulg H_2O/100 pies
   $D_e = 14.7$ pulg; utilice tamaño 12 por 16 pulg
   Valor real del $D_e = 15.1$ pulg; nuevo $h_L = 0.087$ pulg H_2O/100 pies
   $H_L = 0.087(28/100) = 0.0244$ pulg H_2O
   Nueva $\upsilon = 960$ pies/min
   $H_\upsilon = (960/4005) = 0.057$ pulg H_2O
20. Te 4 desde el ducto C hasta el ducto D, el flujo a través del principal: $C = 0.10$
   $H_L = 0.10(0.090) = 0.009$ pulg H_2O
21. Ye 5 entre el ducto D y los ductos G y H: $C = 0.30$
   $H_L = 0.30(0.057) = 0.017$ pulg H_2O
   Esta pérdida se aplica tanto al ducto G como al ducto H
22. Los ductos G y H son idénticos al ducto E, y las pérdidas en los pasos 7, 8, 9 y 10 pueden aplicarse en estas trayectorias.

Esto completa la evaluación de las caídas de presión a través de los componentes en el sistema. Ahora podemos sumar las pérdidas a través de cualquier trayectoria desde la salida del ventilador hasta las rejillas de salida.

a. La trayectoria a la rejilla 6 en el ducto E: Suma de pérdidas de los pasos 6, 7, 8, 9, 10 y 11.

$$\begin{aligned} H_6 &= 0.0220 + 0.0102 + 0.0080 + 0.0072 + 0.060 + 0.090 \\ &= 0.1974 \text{ pulg } H_2O \end{aligned}$$

b. La trayectoria hacia la rejilla 7 en el ducto F: Sume los pasos 6, 12, 13, 14, 15, 16, 17 y 18.

$$\begin{aligned} H_7 &= 0.0220 + 0.0088 + 0.0090 + 0.0122 + 0.0080 + 0.0144 \\ &\quad + 0.060 + 0.090 \\ &= 0.2244 \text{ pulg } H_2O \end{aligned}$$

c. La trayectoria hacia la rejilla 8 en el ducto G o la rejilla 9 en el ducto H: Suma de pérdidas de los pasos 6, 12, 13, 19, 20, 21, 7, 8, 9 y 10.

$$\begin{aligned} H_8 &= 0.0220 + 0.0088 + 0.0090 + 0.0244 + 0.0090 + 0.0170 \\ &\quad + 0.0102 + 0.008 + 0.0072 + 0.06 \\ &= 0.1756 \text{ pulg } H_2O \end{aligned}$$

Vuelva a diseñar para lograr un sistema equilibrado

El diseño ideal del sistema sería aquel en que las pérdidas a lo largo de cualquier trayectoria, a, b o c sean las mismas. Debido a que éste no es el caso, es preciso volver a diseñar. La pérdida en la trayectoria b hacia la rejilla 7 en el ducto F es mucho más grande que en las otras. Los componentes de pérdida de los pasos 12, 14, 15, 16 y 18 afectan esta rama y se puede lograr alguna reducción disminuyendo la velocidad de flujo en los ductos C y F.

12a. Ducto C: $Q = 2100$ cfm; $L = 8$ pies
Deje que $\upsilon \approx 1000$ pies/min; $h_L = 0.033$ pulg H_2O/100 pies
$D_e = 19.6$ pulg; utilice el tamaño de 12 por 28 pulg
$H_L = 0.073(8/100) = 0.0058$ pulg H_2O
$H_\upsilon = (1000/4005)^2 = 0.0623$ pulg H_2O

14a. Ducto F: $Q = 900$ cfm; $L = 18$ pies
Deje que $\upsilon \approx 600$ pies/min; $h_L = 0.033$ pulg H_2O/100 pies
$D_e = 16.5$ pulg; utilice un tamaño de 12 por 18 pulg; $D_e = 16.0$ pulg
El valor real de $\upsilon = 630$ pies/min; $h_L = 0.038$ pulg H_2O/100 pies
$H_L = 0.038(18/100) = 0.0247$ pulg H_2O
$H_\upsilon = (630/4005)^2 = 0.0247$ pulg H_2O

15a. Amortiguador en el ducto F: $C = 0.20$ (suponga totalmente abierto)
$H_L = 0.20(0.0247) = 0.0049$ pulg H_2O

16a. Dos codos en el ducto F: codo liso rectangular; $C = 0.18$
$H_L = 2(0.18)(0.0247) = 0.0089$ pulg H_2O

18a. Te 4 desde el ducto C hasta la rama F, flujo en la rama: $C = 1.00$
H_L basado en la velocidad adelante de la cabeza en el ducto C
$H_L = 1.00(0.0623) = 0.0623$ pulg H_2O

Ahora podemos volver a calcular la pérdida total en la trayectoria B hacia la rejilla 7 en el ducto F. Como antes, ésta es la suma de las pérdidas de los pasos 6, 12a, 13, 14a, 15a, 16a, 17 y 18a.

$$\begin{aligned} H_7 &= 0.0220 + 0.0058 + 0.009 + 0.0068 + 0.0049 + 0.0089 + 0.06 + 0.0623 \\ &= 0.1797 \text{ pulg } H_2O \end{aligned}$$

Ésta es una reducción significativa, que da como resultado una caída de presión total menor que la de la trayectoria *a*. Por lo tanto, veamos si podemos reducir la pérdida en la trayectoria *a* reduciendo también la velocidad del flujo en el ducto E. Los pasos 7, 8 y 9 se verán afectados.

7a. Ducto E: $Q = 600$ cfm; $L = 12$ pies
Deje que $\upsilon \approx 600$ pies/min
$D_e = 13.8$ pulg; utilice el tamaño de 12 por 14 pulg

El valor real de $D_e = 14.2$ pulg; $h_L = 0.032$ pulg H_2O; $v = 550$ pies/min

$h_L = 0.032(12/100) = 0.0038$ pulg H_2O

$H_v = (550/4005)^2 = 0.0189$ pulg H_2O

8a. Amortiguador en el ducto E: $C = 0.20$ (suponga totalmente abierto)

$H_L = 0.20(0.0189) = 0.0038$ pulg H_2O

9a. Codo en el ducto E: Codo rectangular liso; $C = 0.18$

$H_L = 0.18(0.0189) = 0.0034$ pulg H_2O

Ahora, podemos recalcular la pérdida total en la trayectoria hacia la rejilla 6 en el ducto E. Como antes, ésta es la suma de las pérdidas de los pasos 6, 7a, 8a, 9a, 10 y 11.

$$\begin{aligned} H_6 &= 0.0220 + 0.0038 + 0.0038 + 0.0034 + 0.060 + 0.090 \\ &= 0.1830 \text{ pulg } H_2O \end{aligned}$$

Este valor es bastante próximo al que se encontró para la trayectoria *b* que se rediseñó y se puede ajustar la pequeña diferencia con amortiguadores.

Ahora, note que la trayectoria *c* hacia cualquiera de las rejillas 8 o 9 aun tiene una pérdida total más baja que cualquiera de las trayectorias *a* o *b*. Podemos tanto utilizar un tamaño de ducto ligeramente menor en las ramas G y H como depender del ajuste de los amortiguadores también aquí. Para evaluar qué tan apropiado es utilizar los amortiguadores, estimemos qué tan cerrados deberán estar éstos para incrementar la pérdida total hasta 0.1830 pulg H_2O (para igualar la de la trayectoria *a*). El incremento de pérdida es:

$$H_6 - H_8 = 0.1830 - 0.1756 \text{ pulg } H_2O = 0.0074 \text{ pulg } H_2O$$

Con el amortiguador completamente abierto y con 600 cfm pasando a una velocidad de aproximadamente 800 pies/min, la pérdida fue de 0.0080 pulg H_2O, como se encontró en el paso original 8. La pérdida ahora debe ser de:

$$H_L = 0.0080 + 0.0074 = 0.0154 \text{ pulg } H_2O$$

Pero, para el amortiguador:

$$H_L = C(H_v)$$

Despejando C obtenemos:

$$C = \frac{H_L}{H_v} = \frac{0.0154 \text{ pulg } H_2O}{0.040 \text{ pulg } H_2O} = 0.385$$

En referencia a la tabla 19.3, puede ver que un amortiguador calibrado a menos de 10° producirá este valor de *C*, un valor muy factible. Así, parece que el sistema de ductos podría estar equilibrado como se volvió a diseñar y que la caída de presión total desde la salida del ventilador a cualquier rejilla de salida será de aproximadamente 0.1830 pulg H_2O. Ésta es la presión que el ventilador tendría que desarrollar.

RESUMEN DEL DISEÑO DEL SISTEMA DE DUCTOS

- Ducto de alimentación: Redondo; $D = 25.0$ pulg
- Ducto B: Rectangular; 12 × 30 pulg
- Ducto C: Rectangular; 12 × 28 pulg
- Ducto D: Rectangular; 12 × 16 pulg

- Ducto E: Rectangular; 12 × 14 pulg
- Ducto F: Rectangular; 12 × 18 pulg
- Ducto G: Rectangular; 12 × 10 pulg
- Ducto H: Rectangular; 12 × 10 pulg
- Presión a la entrada del ventilador: −0.096 pulg H_2O
- Presión a la salida del ventilador: 0.1830 pulg H_2O
- Incremento de presión total por el ventilador: 0.1830 + 0.096 = 0.279 pulg H_2O
- Entrega total por el ventilador: 2700 cfm

Es útil visualizar los cambios de presión que se presentan en el sistema. La figura 19.4 muestra una gráfica de la presión del aire *versus* la posición para la trayectoria desde las lumbreras de alimentación, a través del ventilador, a través de los ductos B y E, hacia la salida de la rejilla 6. Se pueden realizar gráficas similares para las demás trayectorias.

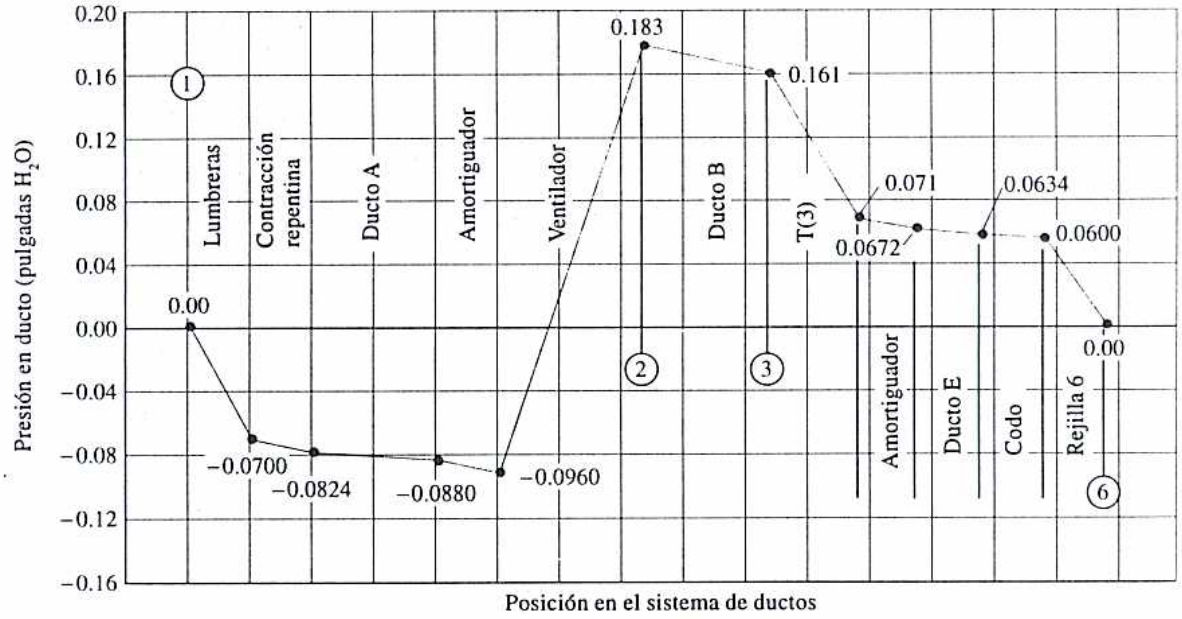


FIGURA 19.4 Presión en ductos (pulgadas H_2O) *versus* posición del sistema mostrado en la figura 19.1

REFERENCIAS

1. American Society of Heating, Refrigerating, and Air-Conditioning Engineers. 1992. *ASHRAE Handbook: Equipment*. Atlanta: Autor.
2. _____. 1989. *ASHRAE Handbook: Fundamentals*. Atlanta: Autor.
3. Idelchik, I.E. 1986. *Handbook of Hydraulic Resistance*. 2a ed. Washington, D.C.: Hemisphere Publishing Corporation.
4. McQuiston, F.C., and J.D. Parker. 1988. *Heating, Ventilating, and Air Conditioning: Analysis and Design*. 3ª ed. Nueva York: John Wiley & Sons.
5. Pita, E.G. 1981. *Air Conditioning Principles and Systems: An Energy Approach*. Nueva York: John Wiley & Sons.
6. Sheet Metal and Air Conditioning Contractors National Association. 1969. *Low Velocity Duct Construction Standards*. 4ª ed. Washington, D.C: Autor.
7. The Trane Company. 1965. *Trane Air Conditioning Manual*. La Crosse, WI: Autor.

PROBLEMAS DE PRÁCTICA

Pérdidas de energía en secciones de ductos rectos

19.1E Determine la velocidad de flujo y las pérdidas por fricción a medida que el aire fluye a través de un ducto redondo de 75 pies de longitud y 18 pulg de diámetro.

19.2E Repita el problema 19.1 para diámetros de ducto de 16, 14, 12 y 10 pulg. Después grafique las pérdidas por fricción y velocidad *versus* diámetro del ducto.

19.3E Especifique el diámetro para un ducto redondo adecuado para transportar 1500 cfm de aire con una caída de presión máxima de 0.10 pulg H_2O por 100 pies de ducto, redondeado a la siguiente pulgada. Para el tamaño real especificado, proporcione las pérdidas por fricción en 100 pies de ducto.

19.4M *Determine la velocidad de flujo y las pérdidas por fricción a medida que 3.0 m^3/s de aire fluye a través de 25 m de ducto recto de 500 mm de diámetro.*

19.5M *Repita el problema 19.4 para diámetros de ducto de 600, 700, 800, 900 y 1000 mm. Después, grafique la velocidad y las pérdidas por fricción* versus *diámetro de la tubería.*

19.6M *Especifique el diámetro de un ducto redondo adecuado para transportar 0.40 m^3/s de aire con una caída máxima de presión de 1.00 Pa/m de ducto, redondeado al siguiente incremento de 50 mm. Para el tamaño real especificado, proporcione la pérdida por fricción en Pa/m.*

19.7E Un ducto de calefacción de un horno de aire forzado mide 10 × 30 pulg. Calcule el diámetro equivalente circular. Después, determine la velocidad de flujo máximo de aire que podría transportar el ducto limitando las pérdidas por fricción a 0.10 pulg H_2O por 100 pies.

19.8E Una rama de ducto de un sistema de calefacción mide 3 × 10 pulg. Calcule el diámetro equivalente circular. Después, determine la velocidad de flujo máxima de aire que podría transportar el ducto limitando las pérdidas por fricción a 0.10 pulg H_2O por 100 pies.

19.9E Un ducto de ventilación en una bodega industrial grande mide 42 × 60 pulg. Calcule el diámetro equivalente circular. Después, determine la velocidad de flujo máxima de aire que el ducto puede transportar limitando las pérdidas por fricción a 0.10 pulg H_2O por 100 pies.

19.10M *Un ducto de calefacción de un horno de aire forzado mide 250 × 500 mm. Calcule el diámetro equivalente circular. Después, determine la velocidad de flujo máximo de aire que puede transportar el ducto limitando las pérdidas por fricción a 0.80 Pa/m.*

19.11M *Una rama de un sistema de calefacción mide 75 × 250 mm. Calcule el diámetro equivalente circular. Después, determine la velocidad de flujo máxima de aire que ésta puede transportar limitando la pérdida por fricción a 0.80 Pa/m.*

19.12E Especifique el tamaño de ducto rectangular adecuado para transportar 1500 cfm de aire con una caída de presión máxima de 0.10 pulg H_2O por 100 pies de ducto. La altura vertical máxima del ducto es de 12.0 pulg.

19.13E Especifique el tamaño de ducto rectangular adecuado para transportar 300 cfm de aire con una caída de presión máxima de 0.10 pulg H_2O por 100 pies de ducto. La altura máxima vertical del ducto es de 6.0 pulg.

Pérdidas de energía en ductos con accesorios

19.14E Calcule la caída de presión a medida que 650 cfm de aire fluyen a través de un codo a 90° de tres piezas en un ducto redondo de 12 pulg de diámetro.

19.15E Repita el problema 19.14, pero utilice un codo de 5 piezas.

19.16E Calcule la caída de presión a medida que 1500 cfm de aire fluyen a través de un amortiguador totalmente abierto instalado en un ducto de 16 pulg de diámetro.

19.17E Repita el problema 19.16 con el amortiguador cerrado en forma parcial en 10°, 20° y 30°.

19.18E Una parte de un sistema de ductos es un ducto principal rectangular de 10 por 22 pulg transportando 1600 cfm de aire. Una te hacia un ducto rama, 10 × 10 pulg, toma 500 cfm del tubo principal. El ducto principal permanece con el mismo tamaño en el sentido hacia abajo de la corriente desde la rama. Determine la velocidad de flujo y la presión de velocidad en todas las partes del ducto.

19.19E Para las condiciones del problema 19.18, estime la pérdida de presión conforme el flujo ingresa al ducto ramal a través de la te.

19.20E Para las condiciones del problema 19.18, estime la pérdida de presión para el flujo en el ducto principal debido a la te.

19.21M *Calcule la caída de presión a medida que 0.20 m^3/s de aire fluyen a través de un codo a 90° de tres piezas en un ducto redondo de 200 mm de diámetro.*

19.22M *Repita el problema 19.21, pero utilice un codo puntiagudo.*

19.23M *Calcule la caída de presión a medida que 0.85 m^3/s de aire fluyen a través de un amortiguador a 30° instalado en un ducto de 400 mm de diámetro.*

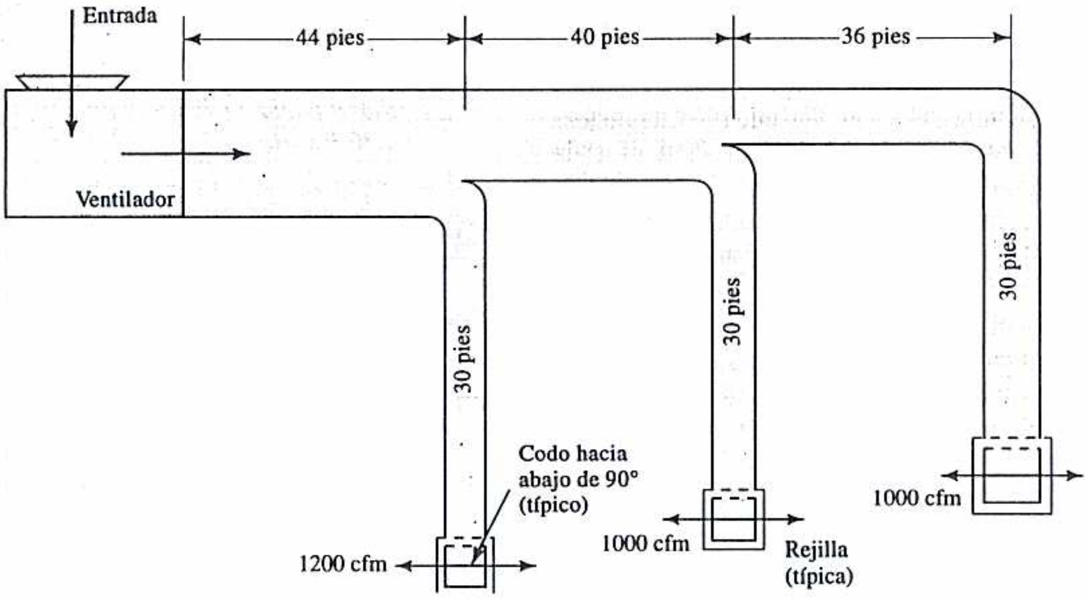


FIGURA 19.5 Sistema de ductos para el problema 19.27.

19.24E Una sección de un sistema de ductos consiste de 42 pies de ducto redondo recto de 12 pulg de diámetro, un amortiguador totalmente abierto, dos codos de 90° de tres piezas, y una rejilla de salida. Calcule la caída de presión a lo largo de esta sección de ducto.

19.25E Una sección de un sistema de ductos consiste de 38 pies de ducto recto rectangular de 20 por 20 pulg, un amortiguador totalmente abierto, tres codos lisos de 90°, y una rejilla de salida. Calcule la caída de presión a lo largo de esta sección de ducto.

19.26M *El ducto de alimentación de un ventilador consiste en lumbreras de alimentación, 5.8 m de ducto cuadrado (800 × 800 mm), una contracción repentina hacia un ducto redondo de 400 mm de diámetro, y 9.25 m de ducto redondo. Estime la presión en la entrada del ventilador cuando el ducto transporte 0.80 m^3/s de aire.*

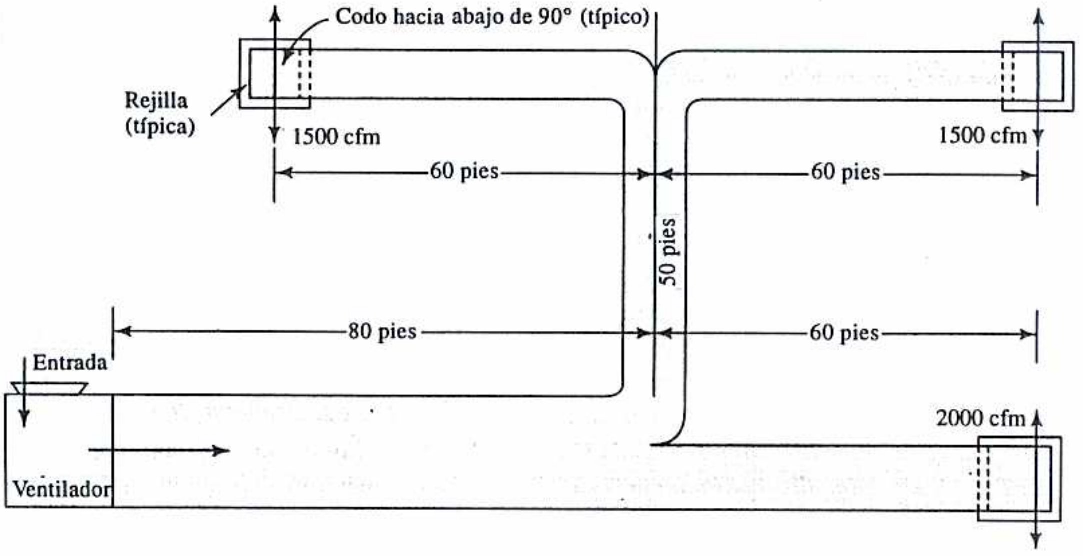


FIGURA 19.6 Sistema de ductos para el problema 19.28.

FIGURA 19.7 Sistema de ductos para el problema 19.29.

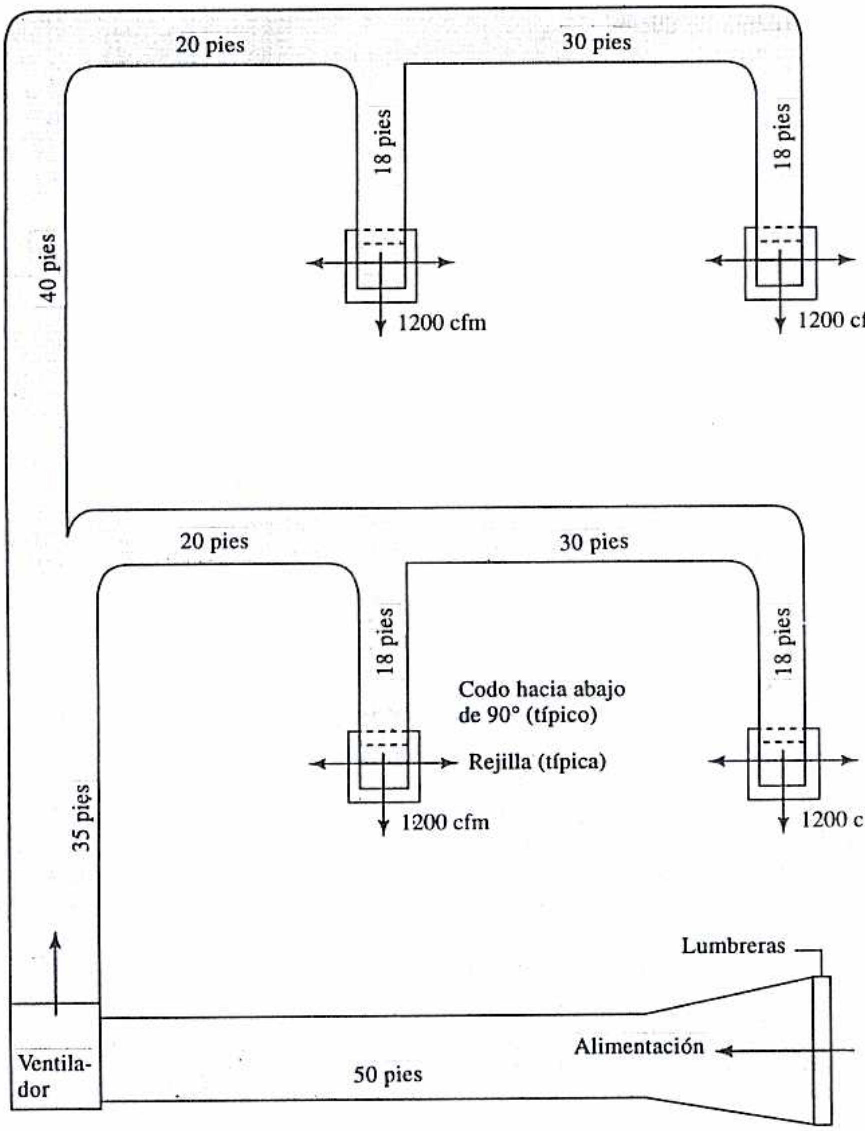
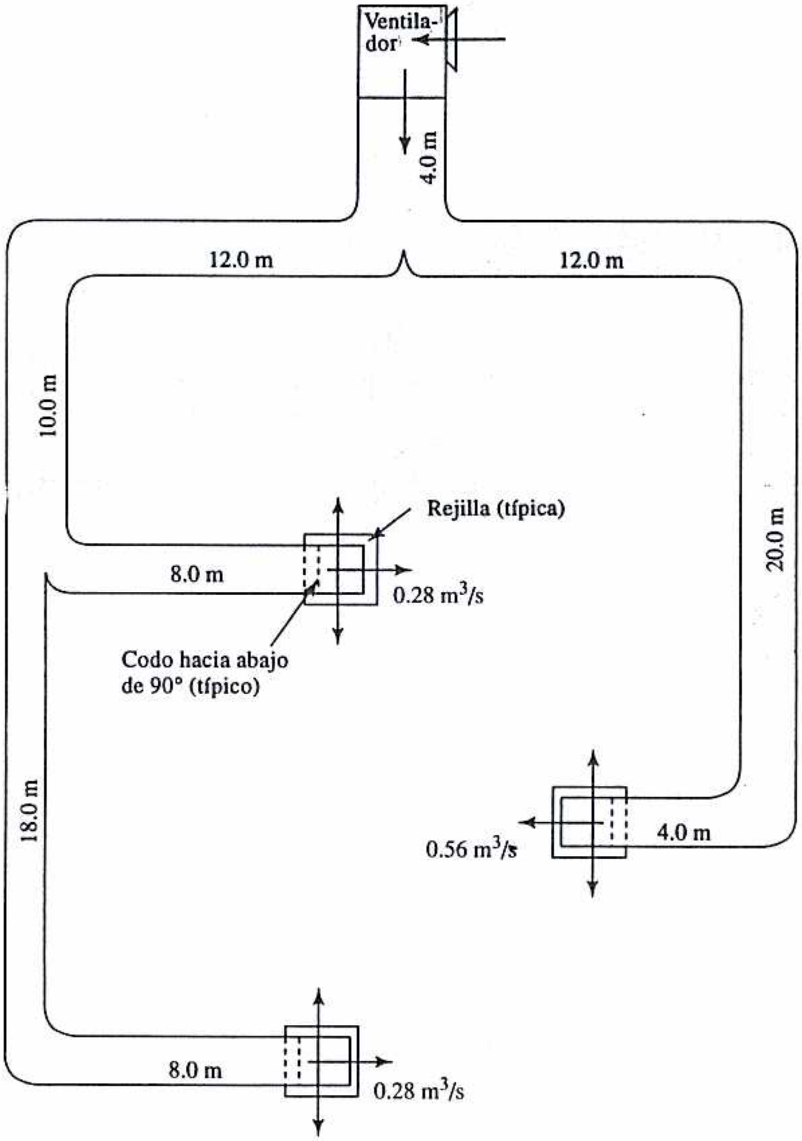


FIGURA 19.8 Sistema de ductos para el problema 19.30.



Diseño de ductos

Para las condiciones que se muestran en las figuras 19.5 a 19.8 en las páginas 532 a 534, complete el diseño del sistema de ductos especificando los tamaños de todas las secciones de ductos necesarias para lograr que un sistema esté balanceado cuando transporte las velocidades de flujo que se muestran. Calcule la presión en la salida del ventilador, suponiendo que las salidas finales del sistema de ductos están a la presión atmosférica. Cuando una sección de ductos de entrada se muestre, complete también su diseño y calcule la presión en la entrada del ventilador. Note que no existe una única solución a estos problemas, y que se deben hacer varias decisiones de diseño. Sería conveniente cambiar ciertas características del diseño del sistema sugerido para mejorar su operación o para hacerlo más simple con el objeto de lograr un sistema equilibrado.

19.27E Utilice la figura 19.5.

19.28E Utilice la figura 19.6.

19.29E Utilice la figura 19.7.

19.30M *Utilice la figura 19.8.*

A Propiedades del agua

TABLA A.1 Unidades SI [101 Kpa (abs).]

Temperatura (°C)	Peso específico γ (kN/m^3)	Densidad ρ (kg/m^3)	Viscosidad dinámica μ (Pa · s) ó (N · s/m^2)	Viscosidad cinemática ν (m^2/s)
0	9.81	1000	1.75×10^{-3}	1.75×10^{-6}
5	9.81	1000	1.52×10^{-3}	1.52×10^{-6}
10	9.81	1000	1.30×10^{-3}	1.30×10^{-6}
15	9.81	1000	1.15×10^{-3}	1.15×10^{-6}
20	9.79	998	1.02×10^{-3}	1.02×10^{-6}
25	9.78	997	8.91×10^{-4}	8.94×10^{-7}
30	9.77	996	8.00×10^{-4}	8.03×10^{-7}
35	9.75	994	7.18×10^{-4}	7.22×10^{-7}
40	9.73	992	6.51×10^{-4}	6.56×10^{-7}
45	9.71	990	5.94×10^{-4}	6.00×10^{-7}
50	9.69	988	5.41×10^{-4}	5.48×10^{-7}
55	9.67	986	4.98×10^{-4}	5.05×10^{-7}
60	9.65	984	4.60×10^{-4}	4.67×10^{-7}
65	9.62	981	4.31×10^{-4}	4.39×10^{-7}
70	9.59	978	4.02×10^{-4}	4.11×10^{-7}
75	9.56	975	3.73×10^{-4}	3.83×10^{-7}
80	9.53	971	3.50×10^{-4}	3.60×10^{-7}
85	9.50	968	3.30×10^{-4}	3.41×10^{-7}
90	9.47	965	3.11×10^{-4}	3.22×10^{-7}
95	9.44	962	2.92×10^{-4}	3.04×10^{-7}
100	9.40	958	2.82×10^{-4}	2.94×10^{-7}

TABLA A.2 Sistema Británico de Unidades (14.7 lb/pulg^2 absolutas).

Temperatura (°F)	**Peso específico γ (lb/pie^3)**	**Densidad ρ (slugs/pie^3)**	**Viscosidad dinámica μ (lb-s/pie^2)**	**Viscosidad cinemática ν (pie^2/s)**
32	62.4	1.94	3.66×10^{-5}	1.89×10^{-5}
40	62.4	1.94	3.23×10^{-5}	1.67×10^{-5}
50	62.4	1.94	2.72×10^{-5}	1.40×10^{-5}
60	62.4	1.94	2.35×10^{-5}	1.21×10^{-5}
70	62.3	1.94	2.04×10^{-5}	1.05×10^{-5}
80	62.2	1.93	1.77×10^{-5}	9.15×10^{-6}
90	62.1	1.93	1.60×10^{-5}	8.29×10^{-6}
100	62.0	1.93	1.42×10^{-5}	7.37×10^{-6}
110	61.9	1.92	1.26×10^{-5}	6.55×10^{-6}
120	61.7	1.92	1.14×10^{-5}	5.94×10^{-6}
130	61.5	1.91	1.05×10^{-5}	5.49×10^{-6}
140	61.4	1.91	9.60×10^{-6}	5.03×10^{-6}
150	61.2	1.90	8.90×10^{-6}	4.68×10^{-6}
160	61.0	1.90	8.30×10^{-6}	4.38×10^{-6}
170	60.8	1.89	7.70×10^{-6}	4.07×10^{-6}
180	60.6	1.88	7.23×10^{-6}	3.84×10^{-6}
190	60.4	1.88	6.80×10^{-6}	3.62×10^{-6}
200	60.1	1.87	6.25×10^{-6}	3.35×10^{-6}
212	59.8	1.86	5.89×10^{-6}	3.17×10^{-6}

B Propiedades de líquidos comunes

TABLA B.1 Unidades SI [101 kPa (abs) y 25 °C].

	Gravedad específica sg	Peso específico γ (kN/m^3)	Densidad ρ (kg/m^3)	Viscosidad dinámica μ (Pa · s) o (N · s/m^2)
Acetona	0.787	7.72	787	3.16×10^{-4}
Alcohol, etílico	0.787	7.72	787	1.00×10^{-3}
Alcohol, metílico	0.789	7.74	789	5.60×10^{-4}
Alcohol, propílico	0.802	7.87	802	1.92×10^{-3}
Amoniaco	0.826	8.10	826	—
Benceno	0.876	8.59	876	6.03×10^{-4}
Tetracloruro de carbono	1.590	15.60	1 590	9.10×10^{-4}
Aceite de ricino	0.960	9.42	960	6.51×10^{-1}
Etilenglicol	1.100	10.79	1 100	1.62×10^{-2}
Gasolina	0.68	6.67	680	2.87×10^{-4}
Glicerina	1.258	12.34	1 258	9.60×10^{-1}
Queroseno	0.823	8.07	823	1.64×10^{-3}
Aceite de linaza	0.930	9.12	930	3.31×10^{-2}
Mercurio	13.54	132.8	13 540	1.53×10^{-3}
Propano	0.495	4.86	495	1.10×10^{-4}
Agua de mar	1.030	10.10	1 030	1.03×10^{-3}
Trementina	0.870	8.53	870	1.37×10^{-3}
Aceite de petróleo, medio	0.852	8.36	852	2.99×10^{-3}
Aceite de petróleo, pesado	0.906	8.89	906	1.07×10^{-1}

TABLA B.2 Unidades SI [101 kPa (abs) y 25 °C].

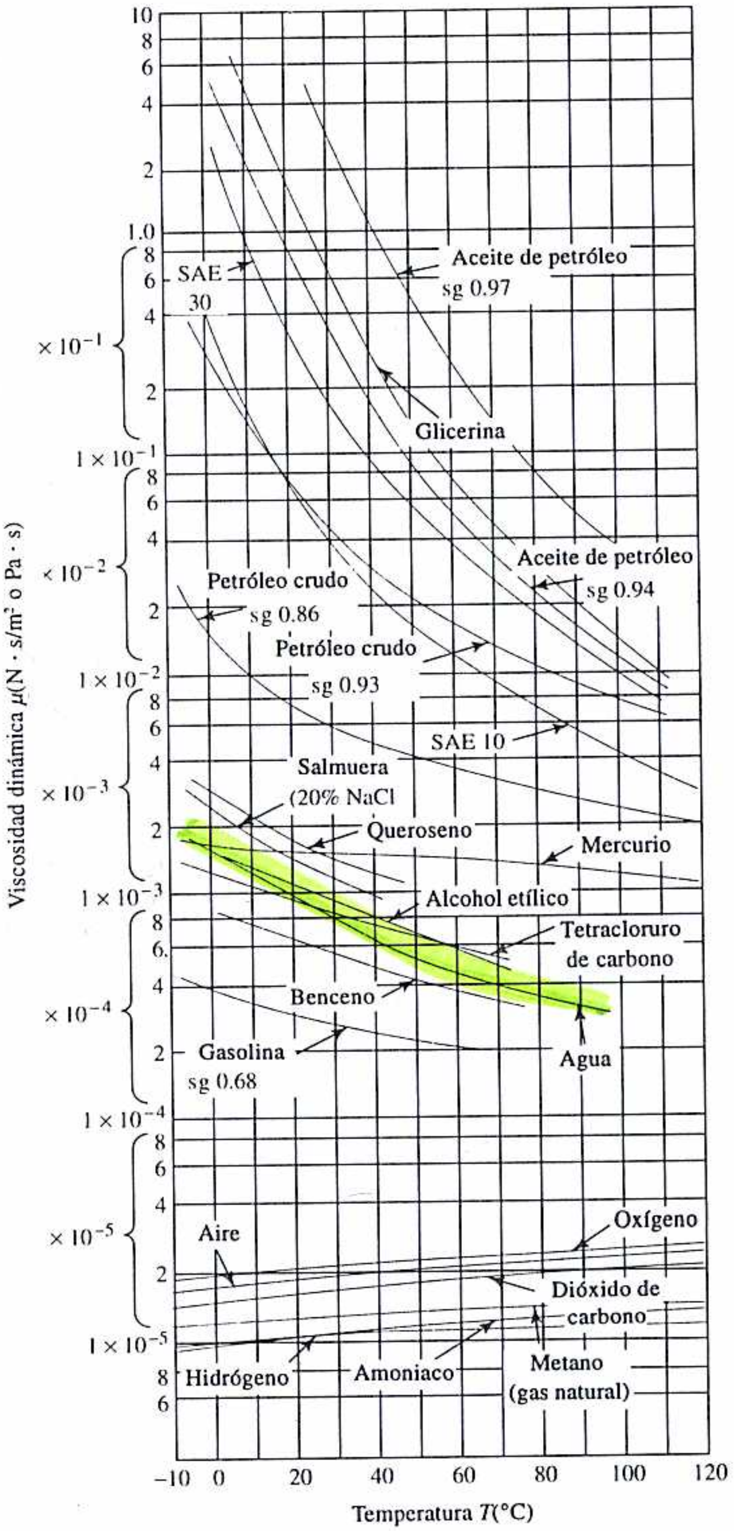
	Gravedad específica sg	Peso específico γ (lb/pie^3)	Densidad ρ (slugs/pie^3)	Viscosidad dinámica μ (lb-s/pie^2)
Acetona	0.787	48.98	1.53	6.60×10^{-6}
Alcohol, etílico	0.787	49.01	1.53	2.10×10^{-5}
Alcohol, metílico	0.789	49.10	1.53	1.17×10^{-5}
Alcohol, propílico	0.802	49.94	1.56	4.01×10^{-5}
Amoniaco	0.826	51.41	1.60	—
Benceno	0.876	54.55	1.70	1.26×10^{-5}
Tetracloruro de carbono	1.590	98.91	3.08	1.90×10^{-5}
Aceite de ricino	0.960	59.69	1.86	1.36×10^{-2}
Etilenglicol	1.100	68.47	2.13	3.38×10^{-4}
Gasolina	0.68	42.40	1.32	6.00×10^{-6}
Glicerina	1.258	78.50	2.44	2.00×10^{-2}
Queroseno	0.823	51.20	1.60	3.43×10^{-5}
Aceite de linaza	0.930	58.00	1.80	6.91×10^{-4}
Mercurio	13.54	844.9	26.26	3.20×10^{-5}
Propano	0.495	30.81	0.96	2.30×10^{-6}
Agua de mar	1.030	64.00	2.00	2.15×10^{-5}
Trementina	0.870	54.20	1.69	2.87×10^{-5}
Aceite de petróleo, medio	0.852	53.16	1.65	6.25×10^{-5}
Aceite de petróleo, pesado	0.906	56.53	1.76	2.24×10^{-3}

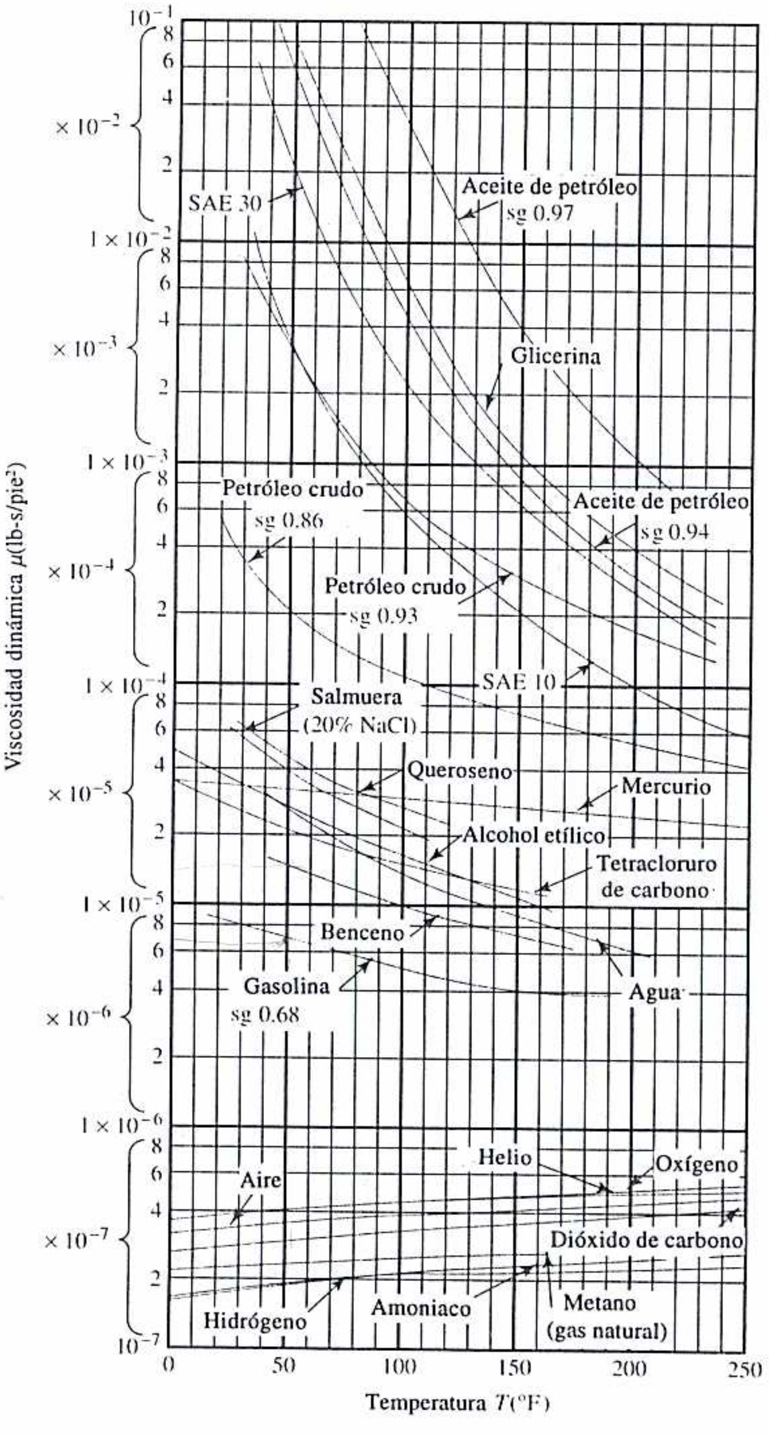
C Propiedades típicas de aceites lubricantes de petróleo

		Viscosidad cinemática, ν				
		a 40 °C (104 °F)		a 100 °C (212 °F)		
Tipo	**Gravedad específica**	**(m^2/s)**	**(pie^2/s)**	**(m^2/s)**	**(pie^2/s)**	**Índice de viscosidad**
Sistemas hidráulicos para automóviles	0.887	3.99×10^{-5}	4.30×10^{-4}	7.29×10^{-6}	7.85×10^{-5}	141
Sistemas hidráulicos para máquinas-herramienta						
Ligero	0.887	3.20×10^{-5}	3.44×10^{-4}	4.79×10^{-6}	5.16×10^{-5}	64
Mediano	0.895	6.70×10^{-5}	7.21×10^{-4}	7.29×10^{-6}	7.85×10^{-5}	66
Pesado	0.901	1.96×10^{-4}	2.11×10^{-3}	1.40×10^{-5}	1.51×10^{-4}	70
Baja temperatura	0.844	1.40×10^{-5}	1.51×10^{-4}	5.20×10^{-6}	5.60×10^{-5}	226
Aceites lubricantes para máquinas-herramienta						
Ligero	0.881	2.20×10^{-5}	2.37×10^{-4}	3.90×10^{-6}	4.20×10^{-5}	80
Mediano	0.915	6.60×10^{-5}	7.10×10^{-4}	7.00×10^{-6}	7.53×10^{-5}	83
Pesado	0.890	2.00×10^{-4}	2.15×10^{-3}	1.55×10^{-5}	1.67×10^{-4}	80

Véanse también las tablas 2.4 y 2.5 en el capítulo 2 para las propiedades de los grados SAE de aceites de motor y de transmisión.

D Variación de la viscosidad con la temperatura


Viscosidad dinámica μ(N · s/m² o Pa · s)
10
8
6
4
2
1.0
× 10⁻¹
8
6
4
2
1 × 10⁻¹
× 10⁻²
8
6
4
2
1 × 10⁻²
× 10⁻³
8
6
4
2
1 × 10⁻³
× 10⁻⁴
8
6
4
2
1 × 10⁻⁴
× 10⁻⁵
8
6
4
2
1 × 10⁻⁵
8
6
SAE 30
Aceite de petróleo sg 0.97
Glicerina
Aceite de petróleo sg 0.94
Petróleo crudo sg 0.86
Petróleo crudo sg 0.93
SAE 10
Salmuera (20% NaCl
Queroseno
Mercurio
Alcohol etílico
Tetracloruro de carbono
Benceno
Gasolina sg 0.68
Agua
Oxígeno
Aire
Dióxido de carbono
Metano (gas natural)
Hidrógeno
Amoniaco
−10
0
20
40
60
80
100
120
Temperatura T(°C)


10^{-1}
8
6
4
$\times 10^{-2}$
2
1×10^{-2}
$\times 10^{-3}$
1×10^{-3}
$\times 10^{-4}$
1×10^{-4}
$\times 10^{-5}$
1×10^{-5}
$\times 10^{-6}$
1×10^{-6}
$\times 10^{-7}$
10^{-7}
Viscosidad dinámica μ(lb-s/pie^2)
SAE 30
Aceite de petróleo sg 0.97
Glicerina
Petróleo crudo sg 0.86
Aceite de petróleo sg 0.94
Petróleo crudo sg 0.93
SAE 10
Salmuera (20% NaCl)
Queroseno
Mercurio
Alcohol etílico
Tetracloruro de carbono
Benceno
Agua
Gasolina sg 0.68
Helio
Oxígeno
Aire
Dióxido de carbono
Hidrógeno
Amoniaco
Metano (gas natural)
0
50
100
150
200
250
Temperatura T(°F)

1x10

E Propiedades del aire

TABLA E.1 Propiedades del aire a presión atmosférica.

Temperatura T (°C)	Densidad ρ (kg/m^3)	Peso específico γ (N/m^3)	Viscosidad dinámica μ (Pa · s)	Viscosidad cinemática ν (m^2/s)
−40	1.514	14.85	1.51×10^{-5}	9.98×10^{-6}
−30	1.452	14.24	1.56×10^{-5}	1.08×10^{-5}
−20	1.394	13.67	1.62×10^{-5}	1.16×10^{-5}
−10	1.341	13.15	1.67×10^{-5}	1.24×10^{-5}
0	1.292	12.67	1.72×10^{-5}	1.33×10^{-5}
10	1.247	12.23	1.77×10^{-5}	1.42×10^{-5}
20	1.204	11.81	1.81×10^{-5}	1.51×10^{-5}
30	1.164	11.42	1.86×10^{-5}	1.60×10^{-5}
40	1.127	11.05	1.91×10^{-5}	1.69×10^{-5}
50	1.092	10.71	1.95×10^{-5}	1.79×10^{-5}
60	1.060	10.39	1.99×10^{-5}	1.89×10^{-5}
70	1.029	10.09	2.04×10^{-5}	1.99×10^{-5}
80	0.9995	9.802	2.09×10^{-5}	2.09×10^{-5}
90	0.9720	9.532	2.13×10^{-5}	2.19×10^{-5}
100	0.9459	9.277	2.17×10^{-5}	2.30×10^{-5}
110	0.9213	9.034	2.22×10^{-5}	2.40×10^{-5}
120	0.8978	8.805	2.26×10^{-5}	2.51×10^{-5}

Nota: Las propiedades del aire para condiciones estándar a nivel del mar son:

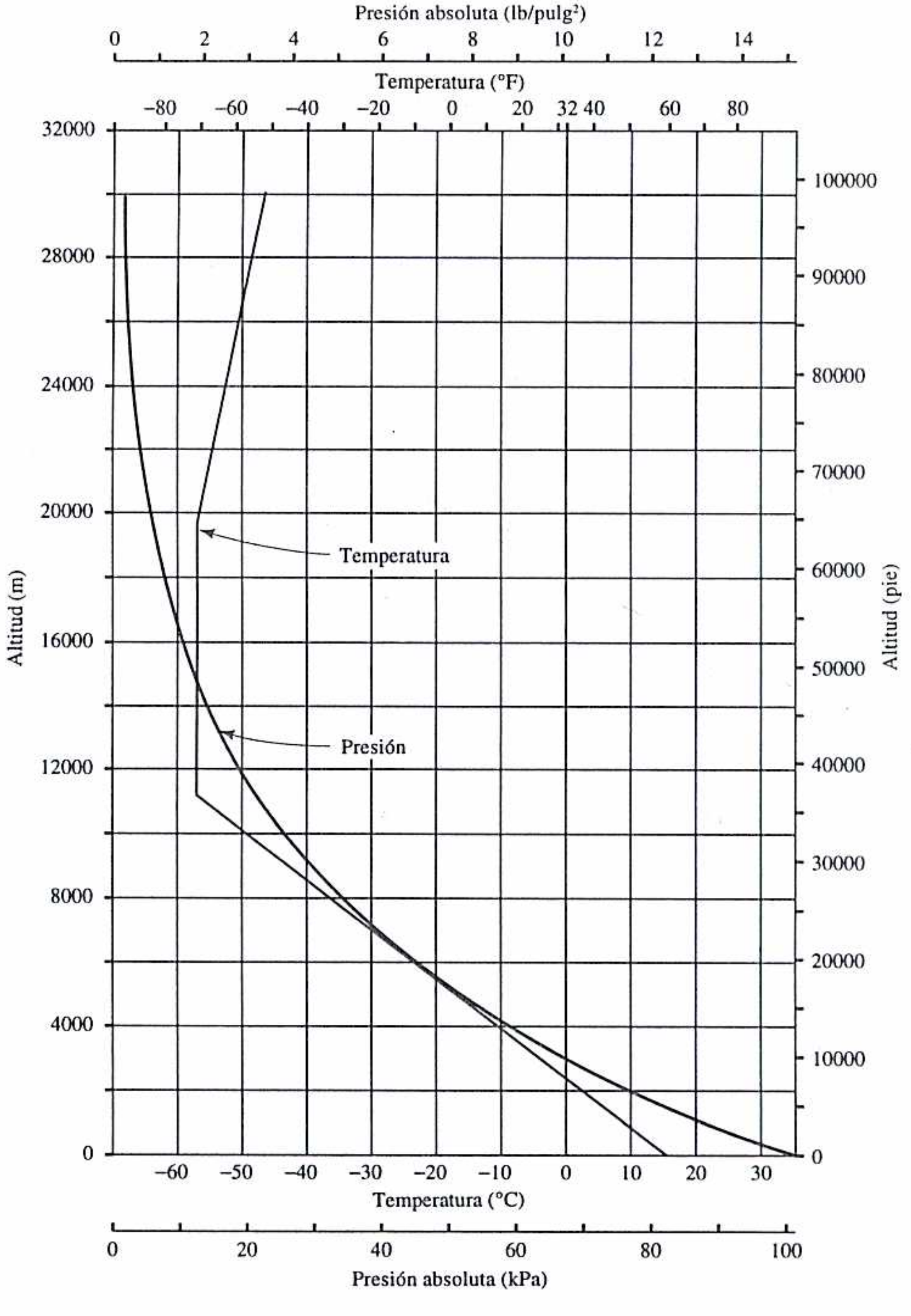
Temperatura	15 °C
Presión	101.325 kPa
Densidad	1.225 kg/m^3
Peso específico	12.01 N/m^3
Viscosidad dinámica	1.789×10^{-5} Pa · s
Viscosidad cinemática	1.46×10^{-5} m^2/s

TABLA E.2 Propiedades de la atmósfera.

Unidades SI				Sistema Británico de Unidades			
Altitud (m)	**Temperatura (°C)**	**Presión (kPa)**	**Densidad (kg/m^3)**	**Altitud (pie)**	**Temperatura (°F)**	**Presión (lb/pulg^2)**	**Densidad (slugs/pie^3)**
0	15.00	101.3	1.225	0	59.00	14.696	2.38×10^{-3}
200	13.70	98.9	1.202	500	57.22	14.433	2.34×10^{-3}
400	12.40	96.6	1.179	1000	55.43	14.173	2.25×10^{-3}
600	11.10	94.3	1.156	5000	41.17	12.227	2.05×10^{-3}
800	9.80	92.1	1.134	10000	23.34	10.106	1.76×10^{-3}
1000	8.50	89.9	1.112	15000	5.51	8.293	1.50×10^{-3}
2000	2.00	79.5	1.007	20000	−12.62	6.753	1.27×10^{-3}
3000	−4.49	70.1	0.9093	30000	−47.99	4.365	8.89×10^{-4}
4000	−10.98	61.7	0.8194	40000	−69.70	2.720	5.85×10^{-4}
5000	−17.47	54.0	0.7364	50000	−69.70	1.683	3.62×10^{-4}
10000	−49.90	26.5	0.4135	60000	−69.70	1.040	2.24×10^{-4}
15000	−56.50	12.11	0.1948	70000	−67.30	0.644	1.38×10^{-4}
20000	−56.50	5.53	0.0889	80000	−61.81	0.400	8.45×10^{-5}
25000	−51.60	2.55	0.0401	90000	−56.32	0.251	5.22×10^{-5}
30000	−46.64	1.20	0.0184	100000	−50.84	0.158	3.25×10^{-5}

Datos de la *U.S. Standard Atmosphere, 1976*, NOAA-S/T76-1562. Washington, D.C.: National Oceanic and Atmospheric Administration.

FIGURA E.1 Propiedades de la atmósfera.



F Dimensiones de tubos de acero

TABLA F.1 Calibre 40.

Tamaño nominal de la tubería (pulgadas)	Diámetro exterior		Grosor de la pared		Diámetro interior			Área de flujo	
	(pulg)	(mm)	(pulg)	(mm)	(pulg)	(pie)	(mm)	(pie^2)	(m^2)
⅛	0.405	10.3	0.068	1.73	0.269	0.0224	6.8	0.000 394	3.660×10^{-5}
¼	0.540	13.7	0.088	2.24	0.364	0.0303	9.2	0.000 723	6.717×10^{-5}
⅜	0.675	17.1	0.091	2.31	0.493	0.0411	12.5	0.001 33	1.236×10^{-4}
½	0.840	21.3	0.109	2.77	0.622	0.0518	15.8	0.002 11	1.960×10^{-4}
¾	1.050	26.7	0.113	2.87	0.824	0.0687	20.9	0.003 70	3.437×10^{-4}
1	1.315	33.4	0.133	3.38	1.049	0.0874	26.6	0.006 00	5.574×10^{-4}
1 ¼	1.660	42.2	0.140	3.56	1.380	0.1150	35.1	0.010 39	9.653×10^{-4}
1 ½	1.900	48.3	0.145	3.68	1.610	0.1342	40.9	0.014 14	1.314×10^{-3}
2	2.375	60.3	0.154	3.91	2.067	0.1723	52.5	0.023 33	2.168×10^{-3}
2 ½	2.875	73.0	0.203	5.16	2.469	0.2058	62.7	0.033 26	3.090×10^{-3}
3	3.500	88.9	0.216	5.49	3.068	0.2557	77.9	0.051 32	4.768×10^{-3}
3 ½	4.000	101.6	0.226	5.74	3.548	0.2957	90.1	0.068 68	6.381×10^{-3}
4	4.500	114.3	0.237	6.02	4.026	0.3355	102.3	0.088 40	8.213×10^{-3}
5	5.563	141.3	0.258	6.55	5.047	0.4206	128.2	0.139 0	1.291×10^{-2}
6	6.625	168.3	0.280	7.11	6.065	0.5054	154.1	0.200 6	1.864×10^{-2}
8	8.625	219.1	0.322	8.18	7.981	0.6651	202.7	0.347 2	3.226×10^{-2}
10	10.750	273.1	0.365	9.27	10.020	0.8350	254.5	0.547 9	5.090×10^{-2}
12	12.750	323.9	0.406	10.31	11.938	0.9948	303.2	0.777 1	7.219×10^{-2}
14	14.000	355.6	0.437	11.10	13.126	1.094	333.4	0.939 6	8.729×10^{-2}
16	16.000	406.4	0.500	12.70	15.000	1.250	381.0	1.227	0.1140
18	18.000	457.2	0.562	14.27	16.876	1.406	428.7	1.553	0.1443
20	20.000	508.0	0.593	15.06	18.814	1.568	477.9	1.931	0.1794
24	24.000	609.6	0.687	17.45	22.626	1.886	574.7	2.792	0.2594

TABLA F.2 Calibre 80.

Tamaño nominal de la tubería (pulgadas)	Diámetro exterior		Grosor de la pared		Diámetro interior			Área de flujo	
	(pulg)	(mm)	(pulg)	(mm)	(pulg)	(pie)	(mm)	(pie^2)	(m^2)
⅛	0.405	10.3	0.095	2.41	0.215	0.017 92	5.5	0.000 253	2.350×10^{-5}
¼	0.540	13.7	0.119	3.02	0.302	0.025 17	7.7	0.000 497	4.617×10^{-5}
⅜	0.675	17.1	0.126	3.20	0.423	0.035 25	10.7	0.000 976	9.067×10^{-5}
½	0.840	21.3	0.147	3.73	0.546	0.045 50	13.9	0.001 625	1.510×10^{-4}
¾	1.050	26.7	0.154	3.91	0.742	0.061 83	18.8	0.003 00	2.787×10^{-4}
1	1.315	33.4	0.179	4.55	0.957	0.079 75	24.3	0.004 99	4.636×10^{-4}
1 ¼	1.660	42.2	0.191	4.85	1.278	0.106 5	32.5	0.008 91	8.278×10^{-4}
1 ½	1.900	48.3	0.200	5.08	1.500	0.125 0	38.1	0.012 27	1.140×10^{-3}
2	2.375	60.3	0.218	5.54	1.939	0.161 6	49.3	0.020 51	1.905×10^{-3}
2 ½	2.875	73.0	0.276	7.01	2.323	0.193 6	59.0	0.029 44	2.735×10^{-3}
3	3.500	88.9	0.300	7.62	2.900	0.241 7	73.7	0.045 90	4.264×10^{-3}
3 ½	4.000	101.6	0.318	8.08	3.364	0.280 3	85.4	0.061 74	5.736×10^{-3}
4	4.500	114.3	0.337	8.56	3.826	0.318 8	97.2	0.079 86	7.419×10^{-3}
5	5.563	141.3	0.375	9.53	4.813	0.401 1	122.3	0.126 3	1.173×10^{-2}
6	6.625	168.3	0.432	10.97	5.761	0.480 1	146.3	0.181 0	1.682×10^{-2}
8	8.625	219.1	0.500	12.70	7.625	0.635 4	193.7	0.317 4	2.949×10^{-2}
10	10.750	273.1	0.593	15.06	9.564	0.797 0	242.9	0.498 6	4.632×10^{-2}
12	12.750	323.9	0.687	17.45	11.376	0.948 0	289.0	0.705 6	6.555×10^{-2}
14	14.000	355.6	0.750	19.05	12.500	1.042	317.5	0.852 1	7.916×10^{-2}
16	16.000	406.4	0.842	21.39	14.314	1.193	363.6	1.117	0.1038
18	18.000	457.2	0.937	23.80	16.126	1.344	409.6	1.418	0.1317
20	20.000	508.0	1.031	26.19	17.938	1.495	455.6	1.755	0.1630
24	24.000	609.6	1.218	30.94	21.564	1.797	547.7	2.535	0.2344

G Dimensiones de tuberías de acero

Diámetro exterior		Grosor de la pared		Diámetro interior			Área de flujo	
(pulg)	(mm)	(pulg)	(mm)	(pulg)	(pie)	(mm)	(pie²)	(m²)
⅛	3.18	0.032	0.813	0.061	0.00508	1.549	2.029×10^{-5}	1.885×10^{-6}
		0.035	0.889	0.055	0.00458	1.397	1.650×10^{-5}	1.533×10^{-6}
3/16	4.76	0.032	0.813	0.124	0.01029	3.137	8.319×10^{-5}	7.728×10^{-6}
		0.035	0.889	0.117	0.00979	2.985	7.530×10^{-5}	6.996×10^{-6}
¼	6.35	0.035	0.889	0.180	0.01500	4.572	1.767×10^{-4}	1.642×10^{-5}
		0.049	1.24	0.152	0.01267	3.861	1.260×10^{-4}	1.171×10^{-5}
5/16	7.94	0.035	0.889	0.243	0.02021	6.160	3.207×10^{-4}	2.980×10^{-5}
		0.049	1.24	0.215	0.01788	5.448	2.509×10^{-4}	2.331×10^{-5}
⅜	9.53	0.035	0.889	0.305	0.02542	7.747	5.074×10^{-4}	4.714×10^{-5}
		0.049	1.24	0.277	0.02308	7.036	4.185×10^{-4}	3.888×10^{-5}
½	12.70	0.049	1.24	0.402	0.03350	10.21	8.814×10^{-4}	8.189×10^{-5}
		0.065	1.65	0.370	0.03083	9.40	7.467×10^{-4}	6.937×10^{-5}
⅝	15.88	0.049	1.24	0.527	0.04392	13.39	1.515×10^{-3}	1.407×10^{-4}
		0.065	1.65	0.495	0.04125	12.57	1.336×10^{-3}	1.242×10^{-4}
¾	19.05	0.049	1.24	0.652	0.05433	16.56	2.319×10^{-3}	2.154×10^{-4}
		0.065	1.65	0.620	0.05167	15.75	2.097×10^{-3}	1.948×10^{-4}
⅞	22.23	0.049	1.24	0.777	0.06475	19.74	3.293×10^{-3}	3.059×10^{-4}
		0.065	1.65	0.745	0.06208	18.92	3.027×10^{-3}	2.812×10^{-4}
1	25.40	0.065	1.65	0.870	0.07250	22.10	4.128×10^{-3}	3.835×10^{-4}
		0.083	2.11	0.834	0.06950	21.18	3.794×10^{-3}	3.524×10^{-4}
1¼	31.75	0.065	1.65	1.120	0.09333	28.45	6.842×10^{-3}	6.356×10^{-4}
		0.083	2.11	1.084	0.09033	27.53	6.409×10^{-3}	5.954×10^{-4}
1½	38.10	0.065	1.65	1.370	0.1142	34.80	1.024×10^{-2}	9.510×10^{-4}
		0.083	2.11	1.334	0.1112	33.88	9.706×10^{-3}	9.017×10^{-4}
1¾	44.45	0.065	1.65	1.620	0.1350	41.15	1.431×10^{-2}	1.330×10^{-3}
		0.083	2.11	1.584	0.1320	40.23	1.368×10^{-2}	1.271×10^{-3}
2	50.80	0.065	1.65	1.870	0.1558	47.50	1.907×10^{-2}	1.772×10^{-3}
		0.083	2.11	1.834	0.1528	46.58	1.835×10^{-2}	1.704×10^{-3}

H Dimensiones de tuberías de cobre tipo k

Tamaño nominal	Diámetro exterior		Grosor de la pared		Diámetro interior			Área de flujo	
(pulg)	(pulg)	(mm)	(pulg)	(mm)	(pulg)	(pie)	(mm)	(pie^2)	(m^2)
⅛	0.250	6.35	0.035	0.889	0.180	0.0150	4.572	1.767×10^{-4}	1.642×10^{-5}
¼	0.375	9.53	0.049	1.245	0.277	0.0231	7.036	4.185×10^{-4}	3.888×10^{-5}
⅜	0.500	12.70	0.049	1.245	0.402	0.0335	10.21	8.814×10^{-4}	8.189×10^{-5}
½	0.625	15.88	0.049	1.245	0.527	0.0439	13.39	1.515×10^{-3}	1.407×10^{-4}
⅝	0.750	19.05	0.049	1.245	0.652	0.0543	16.56	2.319×10^{-3}	2.154×10^{-4}
¾	0.875	22.23	0.065	1.651	0.745	0.0621	18.92	3.027×10^{-3}	2.812×10^{-4}
1	1.125	28.58	0.065	1.651	0.995	0.0829	25.27	5.400×10^{-3}	5.017×10^{-4}
1¼	1.375	34.93	0.065	1.651	1.245	0.1037	31.62	8.454×10^{-3}	7.854×10^{-4}
1½	1.625	41.28	0.072	1.829	1.481	0.1234	37.62	1.196×10^{-2}	1.111×10^{-3}
2	2.125	53.98	0.083	2.108	1.959	0.1632	49.76	2.093×10^{-2}	1.945×10^{-3}
2½	2.625	66.68	0.095	2.413	2.435	0.2029	61.85	3.234×10^{-2}	3.004×10^{-3}
3	3.125	79.38	0.109	2.769	2.907	0.2423	73.84	4.609×10^{-2}	4.282×10^{-3}
3½	3.625	92.08	0.120	3.048	3.385	0.2821	85.98	6.249×10^{-2}	5.806×10^{-3}
4	4.125	104.8	0.134	3.404	3.857	0.3214	97.97	8.114×10^{-2}	7.538×10^{-3}
5	5.125	130.2	0.160	4.064	4.805	0.4004	122.0	1.259×10^{-1}	1.170×10^{-2}
6	6.125	155.6	0.192	4.877	5.741	0.4784	145.8	1.798×10^{-1}	1.670×10^{-2}
8	8.125	206.4	0.271	6.883	7.583	0.6319	192.6	3.136×10^{-1}	2.914×10^{-2}
10	10.125	257.2	0.338	8.585	9.449	0.7874	240.0	4.870×10^{-1}	4.524×10^{-2}
12	12.125	308.0	0.405	10.287	11.315	0.9429	287.4	6.983×10^{-1}	6.487×10^{-2}

I Dimensiones de tubos de hierro dúctil

TABLA I.1 Servicio de presión clase 150 para 150 lb/pulg^2 (1.03 MPa).

Tamaño nominal	Diámetro exterior		Grosor de la pared		Diámetro interior			Área de flujo	
(pulg)	(pulg)	(mm)	(pulg)	(mm)	(pulg)	(pie)	(mm)	(pie^2)	(m^2)
3	3.96	100.6	0.320	8.13	3.32	0.277	84.3	0.0601	5.585×10^{-3}
4	4.80	121.9	0.350	8.89	4.10	0.342	104.1	0.0917	8.518×10^{-3}
6	6.90	175.3	0.380	9.65	6.14	0.512	156.0	0.2056	1.910×10^{-2}
8	9.05	229.9	0.410	10.41	8.23	0.686	209.0	0.3694	3.432×10^{-2}
10	11.10	281.9	0.440	11.18	10.22	0.852	259.6	0.5697	5.292×10^{-2}
12	13.20	335.3	0.480	12.19	12.24	1.020	310.9	0.8171	7.591×10^{-2}
14	15.65	397.5	0.510	12.95	14.63	1.219	371.6	1.167	0.1085
16	17.80	452.1	0.540	13.72	16.72	1.393	424.7	1.525	0.1417
18	19.92	506.0	0.580	14.73	18.76	1.563	476.5	1.920	0.1783
20	22.06	560.3	0.620	15.75	20.82	1.735	528.8	2.364	0.2196
24	26.32	668.5	0.730	18.54	24.86	2.072	631.4	3.371	0.3132

J Áreas de círculos

TABLA J.1 Sistema Británico de Unidades.

Diámetro		Área	
(pulg)	(pie)	(pulg^2)	(pie^2)
0.25	0.0208	0.0491	3.409×10^{-4}
0.50	0.0417	0.1963	1.364×10^{-3}
0.75	0.0625	0.4418	3.068×10^{-3}
1.00	0.0833	0.7854	5.454×10^{-3}
1.25	0.1042	1.227	8.522×10^{-3}
1.50	0.1250	1.767	1.227×10^{-2}
1.75	0.1458	2.405	1.670×10^{-2}
2.00	0.1667	3.142	2.182×10^{-2}
2.50	0.2083	4.909	3.409×10^{-2}
3.00	0.2500	7.069	4.909×10^{-2}
3.50	0.2917	9.621	6.681×10^{-2}
4.00	0.3333	12.57	8.727×10^{-2}
4.50	0.3750	15.90	0.1104
5.00	0.4167	19.63	0.1364
6.00	0.5000	28.27	0.1963
7.00	0.5833	38.48	0.2673
8.00	0.6667	50.27	0.3491
9.00	0.7500	63.62	0.4418
10.00	0.8333	78.54	0.5454
12.00	1.00	113.1	0.7854
18.00	1.50	254.5	1.767
24.00	2.00	452.4	3.142

TABLA J.2 Unidades del SI.

Diámetro		Área	
(mm)	(m)	(mm^2)	(m^2)
6	0.006	28.27	2.827×10^{-5}
12	0.012	113.1	1.131×10^{-4}
18	0.018	254.5	2.545×10^{-4}
25	0.025	490.9	4.909×10^{-4}
32	0.032	804.2	8.042×10^{-4}
40	0.040	1257	1.257×10^{-3}
45	0.045	1590	1.590×10^{-3}
50	0.050	1963	1.963×10^{-3}
60	0.060	2827	2.827×10^{-3}
75	0.075	4418	4.418×10^{-3}
90	0.090	6362	6.362×10^{-3}
100	0.100	7854	7.854×10^{-3}
115	0.115	1.039×10^{4}	1.039×10^{-2}
125	0.125	1.227×10^{4}	1.227×10^{-2}
150	0.150	1.767×10^{4}	1.767×10^{-2}
175	0.175	2.405×10^{4}	2.405×10^{-2}
200	0.200	3.142×10^{4}	3.142×10^{-2}
225	0.225	3.976×10^{4}	3.976×10^{-2}
250	0.250	4.909×10^{4}	4.909×10^{-2}
300	0.300	7.069×10^{4}	7.069×10^{-2}
450	0.450	1.590×10^{5}	1.590×10^{-1}
600	0.600	2.827×10^{5}	2.827×10^{-1}

K Factores de conversión

TABLA K.1 Sistema Británico de Unidades a Sistema Internacional de Unidades (SI).

Cantidad	Unidad Inglesa	Unidad SI	Símbolo	Unidades equivalentes
Longitud	1 pie	= 0.3048 metro	m	—
Masa	1 slug	= 14.59 kilogramos	kg	—
Tiempo	1 segundo	= 1.0 segundo	s	—
Fuerza	1 libra (lb)	= 4.448 newton	N	$kg \cdot m/s^2$
Presión	1 $lb/pulg^2$	= 6895 pascal	Pa	N/m^2 o $kg/m \cdot s^2$
Energía	1 lb-pie	= 1.356 joule	J	$N \cdot m$ o $kg \cdot m^2/s^2$
Potencia	1 lb-pie/s	= 1.356 watt	W	J/s

TABLA K.2 Otros factores de conversión utilizados.

Longitud

1 pie = 0.3048 m
1 pulg = 25.4 mm
1 mi = 5280 pie
1 mi = 1.609 km

1 km = 1000 m
1 cm = 10 mm
1 m = 1000 mm

Área

1 pie^2 = 0.0929 m^2
1 pulg^2 = 645.2 mm^2

1 m^2 = 10.76 pies^2
1 m^2 = 10^6 mm^2

Volumen

1 pie^3 = 7.48 gal
1 pie^3 = 1728 pulg^3
1 pie^3 = 0.0283 m^3

1 gal = 0.003 79 m^3
1 gal = 3.785 L
1 m^3 = 1000 L
1 galón imperial = 1.201 gal (EUA)

Velocidad de flujo de volumen

1 pie^3/s = 449 gal/min
1 pie^3/s = 0.0283 m^3/s
1 gal/min = 6.309×10^{-5} m^3/s

1 gal/min = 3.785 L/min
1 L/min = 16.67×10^{-6} m^3/s
1 m^3/s = 60 000 L/min

Temperatura

$T(°\mathrm{C}) = [T(°\mathrm{F}) - 32]\frac{5}{9}$
$T(°\mathrm{F}) = \frac{9}{5}[T(°\mathrm{C})] + 32$

Presión

1 bar = 100 kPa
1 bar = 14.50 lb/pulg^2

Densidad

1 slug/pie^3 = 515.4 kg/m^3

Energía

1 lb-pie = 1.356 J
1 Btu = 1.055 kJ
1 W-h = 3.600 kJ

Peso específico

1 lb/pie^3 = 157.1 N/m^3

Potencia

1 hp = 550 lb-pie/s
1 hp = 745.7 W

1 lb-pie/s = 1.356 W
1 Btu/h = 0.293 W

TABLA K.3 Unidades y factores de conversión para la viscosidad dinámica, μ. (Multiplique el número en la tabla por la viscosidad en la unidad dada para obtener la viscosidad en la unidad deseada.)

Unidad deseada → Unidad dada ↓	lb-s/pie^2	Pa · s	Poise
lb-s/pie^2	1	47.88	478.8
Pa · s*	2.089×10^{-2}	1	10
Poise**	2.089×10^{-3}	0.1	1
Centipoise	2.089×10^{-5}	0.001	0.01

* Unidades estándar SI
Unidad equivalente: N · s/m^2

** Dina · s/cm^2
Unidad equivalente: g/cm · s.

Ejemplo: Dada una medida de viscosidad de 200 centipoises, la viscosidad en Pa · s es:

$$200 \text{ centipoises} \times \frac{0.001 \text{ Pa}\cdot\text{s}}{\text{centipoise}} = 0.20 \text{ Pa}\cdot\text{s}$$

TABLA K.4 Unidades y factores de conversión para la viscosidad cinemática, ν. (Multiplique el número en la tabla por la viscosidad en la unidad dada para obtener la viscosidad en la unidad deseada.)

Unidad deseada → Unidad dada ↓	pie^2/s	SSU	m^2/s	Stoke
pie^2/s	1	4.29×10^{5}	9.290×10^{-2}	929.0
SSU*	2.33×10^{-6}	1	2.17×10^{-7}	2.17×10^{-3}
m^2/s†	10.764	4.61×10^{6}	1	10^{4}
Stoke‡	1.076×10^{-3}	4.61×10^{2}	10^{-4}	1
Centistoke	1.076×10^{-5}	4.61	10^{-6}	0.01

* Segundos Saybolt, Universal (conversiones aproximadas para SSU > 100).
Para SSU < 100: $\nu = (0.226 \text{ SSU} - 195/\text{SSU})\,(10^{-6})\ \text{m}^2/\text{s}$.

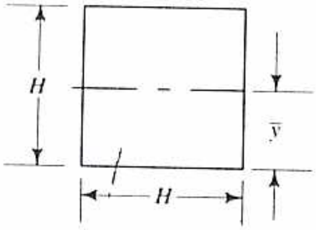
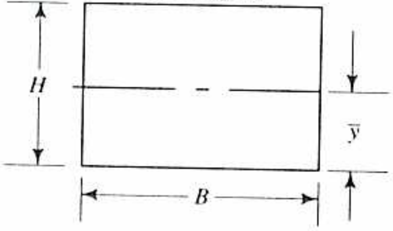
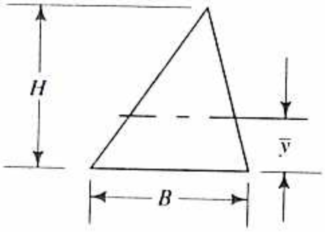
† Unidad SI estándar.

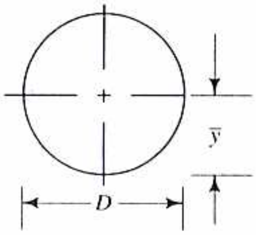
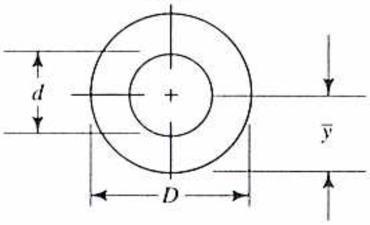
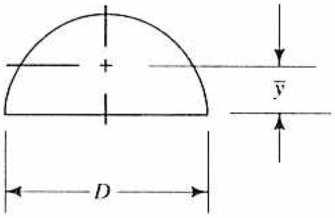
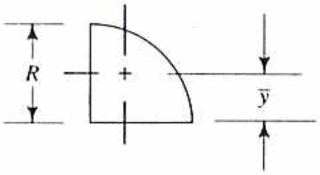
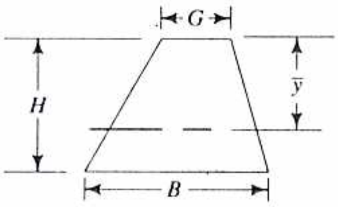
‡ cm^2/s.

Ejemplo: Dada una medida de viscosidad de 200 centistokes, la viscosidad en m^2/s es:

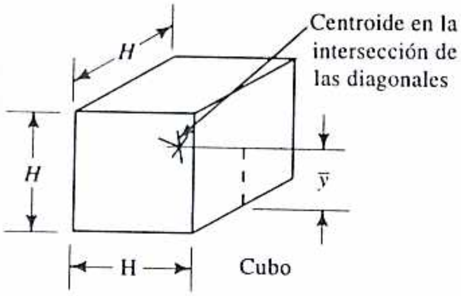
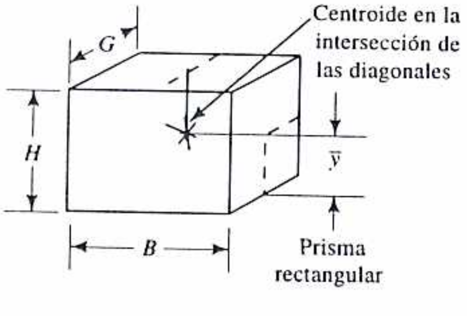
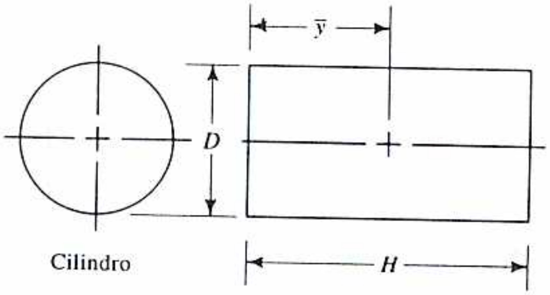
$$200 \text{ centistokes} \times \frac{10^{-6}\,\text{m}^2/\text{s}}{\text{centistoke}} = 200 \times 10^{-6}\,\text{m}^2/\text{s}$$

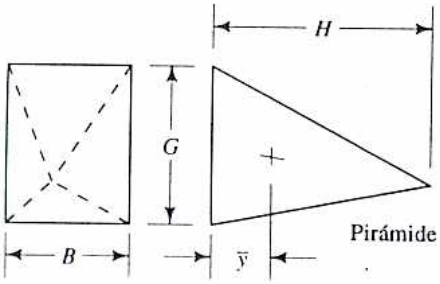
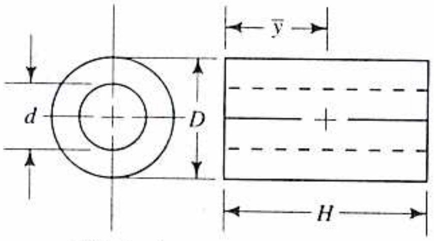
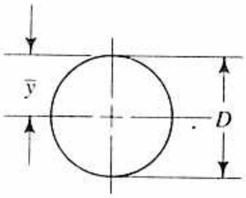
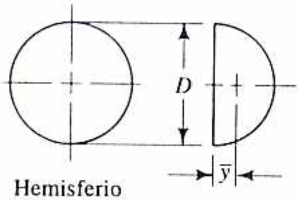
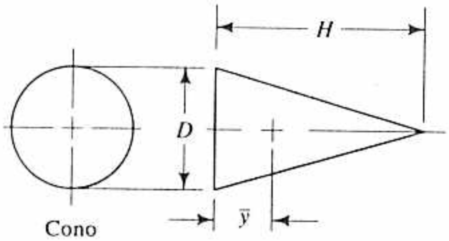
L Propiedades de áreas

Sección	Área de la sección A	Distancia al eje centroidal, $\bar{y}$	Momento de inercia con respecto al eje centroidal, I_c
Cuadrado 	H^2	$H/2$	$H^4/12$
Rectángulo 	BH	$H/2$	$BH^3/12$
Triángulo 	$BH/2$	$H/3$	$BH^3/36$

Sección	**Área de la sección, A**	**Distancia al eje centroidal, $\bar{y}$**	**Momento de inercia con respecto al eje centroidal, I_c**
Círculo 	$\pi D^2/4$	$D/2$	$\pi D^4/64$
Anillo 	$\dfrac{\pi(D^2-d^2)}{4}$	$D/2$	$\dfrac{\pi(D^4-d^4)}{64}$
Semicírculo 	$\pi D^2/8$	$0.212D$	$(6.86\times10^{-3})D^4$
Cuadrante 	$\pi D^2/16$ $\pi R^2/4$	$0.212D$ $0.424R$	$(3.43\times10^{-3})D^4$ $(5.49\times10^{-2})R^4$
Trapezoide 	$\dfrac{H(G+B)}{2}$	$\dfrac{H(G+2B)}{3(G+B)}$	$\dfrac{H^3(G^2+4GB+B^2)}{36(G+B)}$

M Propiedades de los sólidos

Forma	Volumen, V	Distancia al centroide, $\bar{y}$
 Centroide en la intersección de las diagonales Cubo	H^3	$H/2$ desde cualquier cara
 Centroide en la intersección de las diagonales Prisma rectangular	BHG	$B/2$, $H/2$, o $G/2$ desde una cara en particular
 Cilindro	$\frac{\pi D^2 H}{4}$	$H/2$

Forma	**Volumen,** V	**Distancia al centroide,** $\bar{y}$
 Pirámide	$\frac{BGH}{3}$	$H/4$
 Cilindro hueco	$\frac{\pi H(D^2-d^2)}{4}$	$H/2$
 Esfera	$\frac{\pi D^3}{6}$	$D/2$
 Hemisferio	$\frac{\pi D^3}{12}$	$3D/16$
 Cono	$\frac{\pi D^2 H}{12}$	$H/4$

N Constante de los gases, exponente adiabático y cociente de presión crítica para algunos gases

	Constante del gas, R			
Gas	$\frac{\text{pie} \cdot \text{lb}}{\text{lb} \cdot {}^\circ\text{R}}$	$\frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{N} \cdot \text{K}}$	k	Cociente de presión crítico
Aire	53.3	29.2	1.40	0.528
Amoniaco	91.0	49.9	1.32	0.542
Dióxido de carbono	35.1	19.3	1.30	0.546
Gas natural (típico; depende del gas)	79.1	43.4	1.27	0.551
Nitrógeno	55.2	30.3	1.41	0.527
Oxígeno	48.3	26.5	1.40	0.528
Propano	35.0	19.2	1.15	0.574
Refrigerante 12	12.6	6.91	1.13	0.578